

FORMAÇÃO CONTINUADA EM
MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ

MATEMÁTICA 1 ANO –2º BIMESTRE /2013

PLANO DE TRABALHO

**TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO
RETÂNGULO**

TAREFA 4

CURSISTA : FABIANO OLIVEIRA DE MOURA

(GRUPO 1)

TUTOR: BRUNO MORAIS LEMOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....03

DESENVOLVIMENTO.....04

AVALIAÇÃO.....09

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....10

INTRODUÇÃO

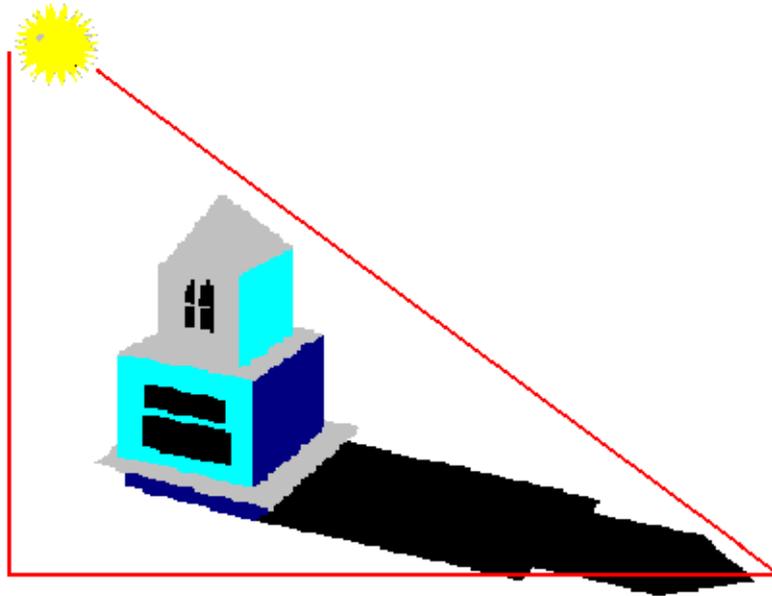
Introduzimos aqui alguns conceitos relacionados com a Trigonometria no triângulo retângulo, assunto comum na oitava série do Ensino Fundamental. Também dispomos de uma página mais aprofundada sobre o assunto tratado no âmbito do Ensino Médio.

A trigonometria possui uma infinidade de aplicações práticas. Desde a antiguidade já se usava da trigonometria para obter distâncias impossíveis de serem calculadas por métodos comuns.

DESENVOLVIMENTO

Algumas aplicações da trigonometria são:

- Determinação da altura de um certo prédio.



- Os gregos determinaram a medida do raio de terra, por um processo muito simples.
- Seria impossível se medir a distância da Terra à Lua, porém com a trigonometria se torna simples.
- Um engenheiro precisa saber a largura de um rio para construir uma ponte, o trabalho dele é mais fácil quando ele usa dos recursos trigonométricos.
- Um cartógrafo (desenhista de mapas) precisa saber a altura de uma montanha, o comprimento de um rio, etc. Sem a trigonometria ele demoraria anos para desenhar um mapa.

Tudo isto é possível calcular com o uso da trigonometria do triângulo retângulo.

Triângulo Retângulo

É um triângulo que possui um ângulo reto, isto é, um dos seus ângulos mede noventa graus, daí o nome triângulo retângulo. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então os outros dois ângulos medirão 90° .

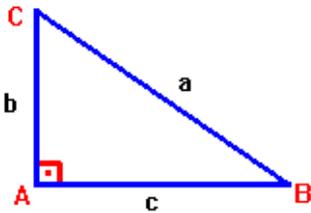
Observação: Se a soma de dois ângulos mede 90° , estes ângulos são denominados complementares, portanto podemos dizer que o triângulo retângulo possui dois ângulos complementares.

Lados de um triângulo retângulo

Os lados de um triângulo retângulo recebem nomes especiais. Estes nomes são dados de acordo com a posição em relação ao ângulo reto. O lado oposto ao ângulo reto é a hipotenusa. Os lados que formam o ângulo reto (adjacentes a ele) são os catetos.

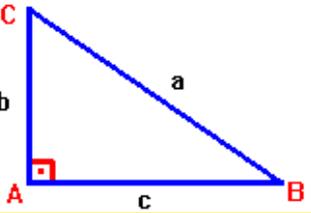
Termo	Origem da palavra
Cateto	Cathetós: (perpendicular)
Hipotenusa	Hypoteinusa: Hypó(por baixo) + teino(eu estendo)

Para padronizar o estudo da Trigonometria, adotaremos as seguintes notações:

Letra	Lado	Triângulo	Vértice = Ângulo	Medida
a	Hipotenusa		A = Ângulo reto	A=90°
b	Cateto		B = Ângulo agudo	B<90°
c	Cateto		C = Ângulo agudo	C<90°

Nomenclatura dos catetos

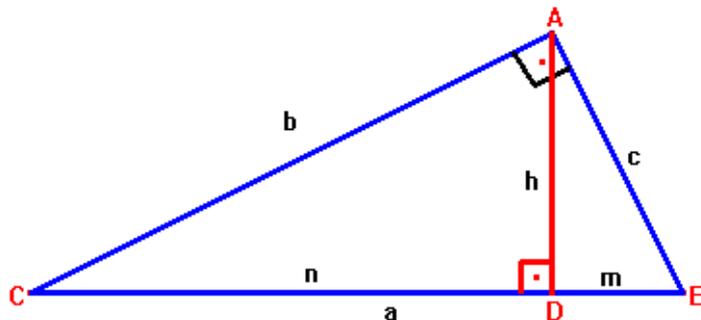
Os catetos recebem nomes especiais de acordo com a sua posição em relação ao ângulo sob análise. Se estivermos operando com o ângulo C, então o lado oposto, indicado por c, é o cateto oposto ao ângulo C e o lado adjacente ao ângulo C, indicado por b, é o cateto adjacente ao ângulo C.

Ângulo	Lado oposto	Lado adjacente	
C	c cateto oposto	b cateto adjacente	
B	b cateto oposto	c cateto adjacente	

Um dos objetivos da trigonometria é mostrar a utilidade dos conceitos matemáticos no nosso cotidiano. Iniciaremos estudando as propriedades geométricas e trigonométricas no triângulo retângulo. O estudo da trigonometria é extenso e minucioso.

Propriedades do triângulo retângulo

- **Ângulos:** Um triângulo retângulo possui um ângulo reto e dois ângulos agudos complementares.
- **Lados:** Um triângulo retângulo é formado por três lados, uma hipotenusa (lado maior) e outros dois lados que são os catetos.
- **Altura:** A altura de um triângulo é um segmento que tem uma extremidade num vértice e a outra extremidade no lado oposto ao vértice, sendo que este segmento é perpendicular ao lado oposto ao vértice. Existem 3 alturas no triângulo retângulo, sendo que duas delas são os catetos. A outra altura (ver gráfico acima) é obtida tomando a base como a hipotenusa, a altura relativa a este lado será o segmento AD, denotado por h e perpendicular à base.



A hipotenusa como base de um triângulo retângulo

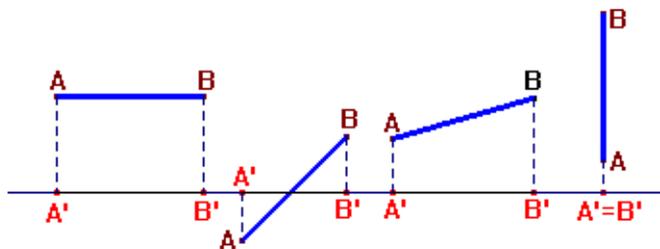
Tomando informações da mesma figura acima, obtemos:

- o segmento AD, denotado por h , é a altura relativa à hipotenusa CB, indicada por a .
- o segmento BD, denotado por m , é a projeção ortogonal do cateto c sobre a hipotenusa CB, indicada por a .
- o segmento DC, denotado por n , é a projeção ortogonal do cateto b sobre a hipotenusa CB, indicada por a .

Projeções de segmentos

Introduziremos algumas idéias básicas sobre projeção. Já mostramos, no início deste trabalho, que a luz do Sol ao incidir sobre um prédio, determina uma sombra que é a projeção oblíqua do prédio sobre o solo.

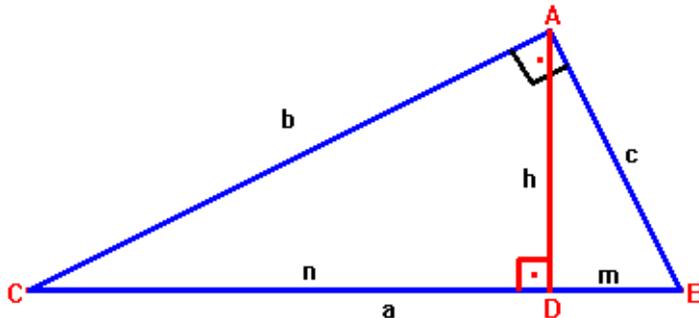
Tomando alguns segmentos de reta e uma reta não coincidentes é possível obter as projeções destes segmentos sobre a reta.



Nas quatro situações apresentadas, as projeções dos segmentos AB são indicadas por $A'B'$, sendo que no último caso $A'=B'$ é um ponto.

Projeções no triângulo retângulo

Agora iremos indicar as projeções dos catetos no triângulo retângulo.



- m = projeção de c sobre a hipotenusa.
- n = projeção de b sobre a hipotenusa.
- $a = m+n$.
- h = média geométrica entre m e n . Para saber mais, clique sobre

Relações Métricas no triângulo retângulo

Para extrair algumas propriedades, faremos a decomposição do triângulo retângulo ABC em dois triângulos retângulos menores: ADC e ADB. Dessa forma, o ângulo A será decomposto na soma dos ângulos $C\hat{A}D=B$ e $D\hat{A}B=C$.

Observamos que os triângulos retângulos ABC, ADC e ADB são semelhantes.

Triângulo	hipotenusa	cateto maior	cateto menor
ABC	A	B	C
ADC	B	N	H
ADB	C	H	M

Assim:

$$a/b = b/n = c/h$$

$$a/c = b/h = c/m$$

$$b/c = n/h = h/m$$

logo:

$$a/c = c/m \text{ equivale a } c^2 = a.m$$

$$a/b = b/n \text{ equivale a } b^2 = a.n$$

$$a/c = b/h \text{ equivale a } a.h = b.c$$

$$h/m = n/h \text{ equivale a } h^2 = m.n$$

Existem também outras relações do triângulo inicial ABC. Como $a=m+n$, somando c^2 com b^2 , obtemos:

$$c^2 + b^2 = a.m + a.n = a.(m+n) = a.a = a^2$$

que resulta no Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

A demonstração acima é uma das várias demonstrações do Teorema de Pitágoras.

Funções trigonométricas básicas

As Funções trigonométricas básicas são relações entre as medidas dos lados do triângulo retângulo e seus ângulos. As três funções básicas mais importantes da trigonometria são: seno, cosseno e tangente. O ângulo é indicado pela letra x.

Função	Notação	Definição
seno	$\text{sen}(x)$	medida do cateto oposto a x medida da hipotenusa
cosseno	$\text{cos}(x)$	medida do cateto adjacente a x medida da hipotenusa
tangente	$\text{tan}(x)$	medida do cateto oposto a x medida do cateto adjacente a x

Tomando um triângulo retângulo ABC, com hipotenusa H medindo 1 unidade, então o seno do ângulo sob análise é o seu cateto oposto CO e o cosseno do mesmo é o seu cateto adjacente CA. Portanto a tangente do ângulo analisado será a razão entre seno e cosseno desse ângulo.

$\text{sen}(x) =$	$\frac{\text{CO}}{\text{H}}$	$=$	$\frac{\text{CO}}{1}$	$\text{cos}(x) =$	$\frac{\text{CA}}{\text{H}}$	$=$	$\frac{\text{CA}}{1}$	$\text{tan}(x) =$	$\frac{\text{CO}}{\text{CA}}$	$=$	$\frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)}$
-------------------	------------------------------	-----	-----------------------	-------------------	------------------------------	-----	-----------------------	-------------------	-------------------------------	-----	---------------------------------------

Relação fundamental: Para todo ângulo x (medido em radianos), vale a importante relação:

$$\cos^2(x) + \text{sen}^2(x) = 1$$

AVALIAÇÃO

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto desenvolveu cada uma das habilidades e competências relacionadas. Farei trabalhos em dupla e individuais relacionados aos temas estudados, enfrentei dificuldades em trabalhar o conteúdo devido a base fraca de meus alunos, com tantos feriados, acabei não concluindo do jeito que queria. Mas deu certo na medida do possível. O trabalho, Teste e Prova serão feitos em sala de aula, baseados nos conteúdos acima citados.

observações

Este plano será desenvolvido no Colégio Estadual Fernando Figueiredo na turma 1002 CN (38 alunos frequentes) , essa turma é uma turma considerada problemática em relação ao comportamento dos alunos. Por esse motivo,o prazo do planejamento pode ser estendido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

* SITE BRASIL – ESCOLA

• IEZZI, GELSON; DOLCE, OSVALDO; DEGENSZAJN, DAVID; PÉRIGO, ROBERTO. MATEMÁTICA VOLUME ÚNICO: ENSINO MÉDIO, EDITORA ATUAL, SÃO PAULO, 2007.

• PAIVA, MANUEL. VOLUME ÚNICO: MATEMÁTICA: ENSINO MÉDIO. EDITORA MODERNA, SÃO PAULO, 2003-(COLEÇÃO BASE).