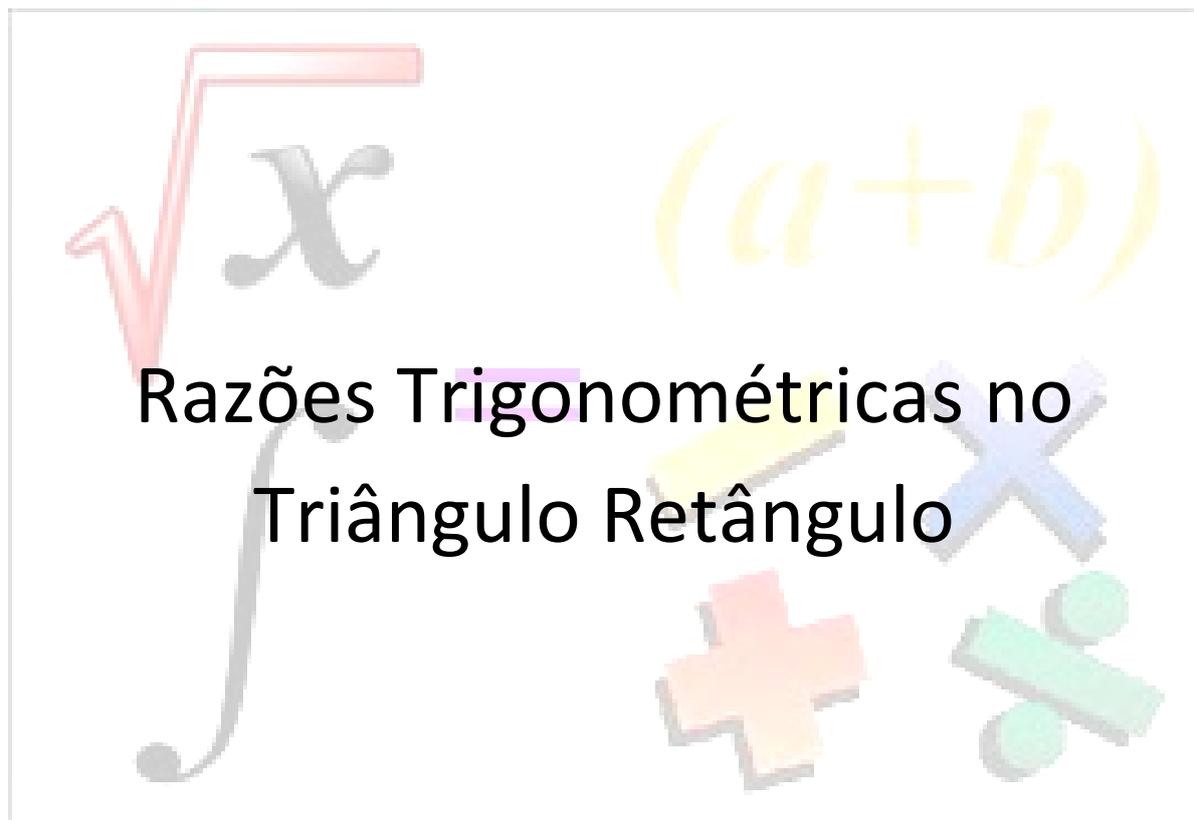


# Formação Continuada em Matemática

Matemática 1º ano – 2º Bimestre 2013

Plano de Trabalho 2



Tarefa 2

Cursista: Malena Rodrigues Messa Neves

1º ano – Ensino Médio

Grupo 1

Tutor: Bruno Morais Lemos

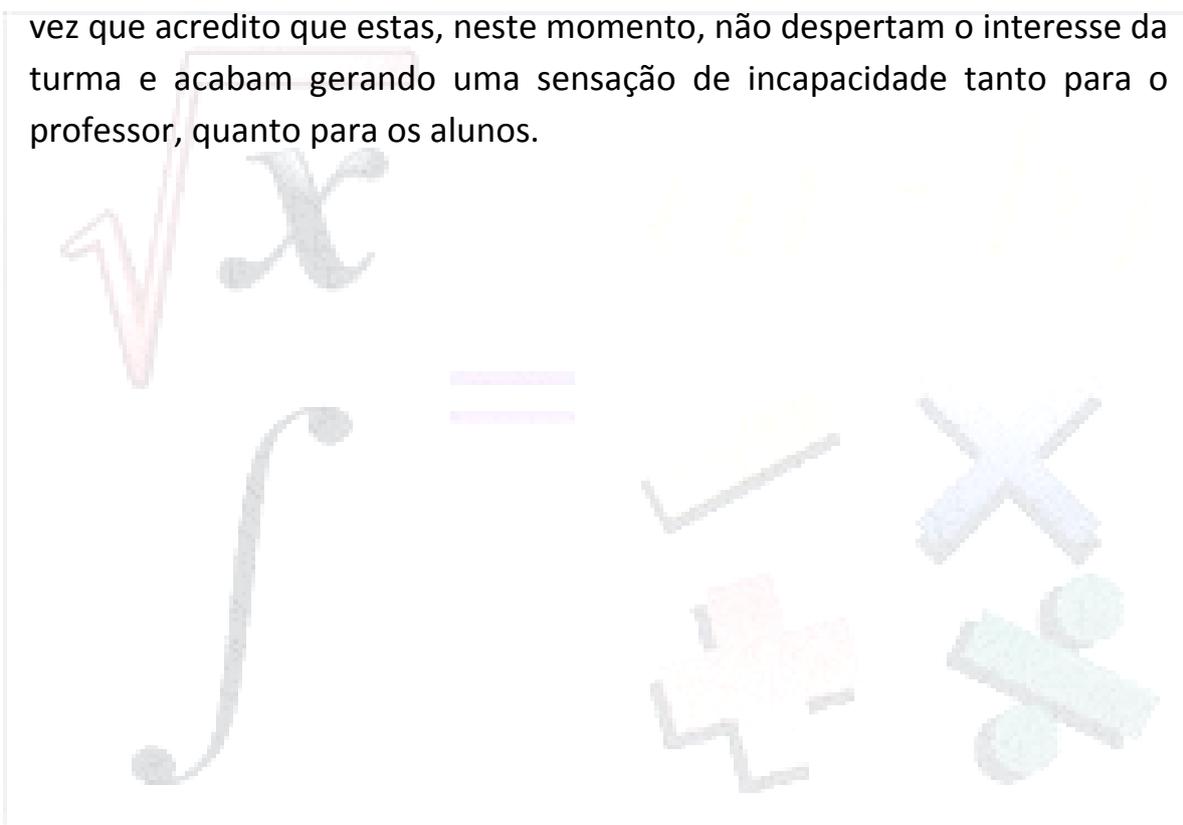
# Sumário

Introdução.....	03
Desenvolvimento.....	04
Atividade 1.....	05
Atividade 2.....	11
Avaliação.....	23
Referências Bibliográficas.....	24

# Introdução

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos utilizem as razões trigonométricas para calcular o valor do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ ), proporcionando sua aplicação na resolução de problemas envolvendo situações do cotidiano.

Tive cuidado de não contemplar atividades muito complexas, uma vez que acredito que estas, neste momento, não despertam o interesse da turma e acabam gerando uma sensação de incapacidade tanto para o professor, quanto para os alunos.



# Desenvolvimento

Sabendo da dificuldade que minha turma tem em matemática e levando em conta que a grande maioria ficou um bom tempo sem professor de matemática no ano passado, optei por iniciar com algo mais concreto, por isso achei interessante utilizar o roteiro de ação 01, onde relembra proporções em triângulos semelhantes e em seguida sugere uma série de atividades que envolvem os triângulos confeccionados pelos próprios alunos.

## Atividade 1

### Relembrando as Proporções em Triângulos Semelhantes

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Área de Conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Razões Trigonométricas
- **Objetivos:** Relembrar os conceitos de semelhança de triângulos. Compreender o conceito de razões trigonométricas nos triângulos retângulos e as suas principais propriedades. Perceber que os valores das razões trigonométricas dependem exclusivamente do ângulo.
- **Pré-requisitos:** Identificar os lados de um triângulo retângulo; saber utilizar o transferidor e régua para efetuar medições; efetuar cálculos com números reais; reconhecer triângulos semelhantes.
- **Material necessário:** Papel A4 branco ou colorido, transferidor, régua de 30 cm, caneta e calculadora simples.
- **Organização da classe:** Turma organizada em grupos de dois ou três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **Descritores associados:**
- **H05** – Identificar figuras semelhantes, mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

## Atividade

### Construindo Triângulos Retângulos Idênticos

Você já percebeu que uma folha de papel A4 tem 4 ângulos retos? Observe as Figuras 1 e 2 a seguir, e veja como é possível, com um único traço, desenhar um triângulo retângulo, a partir de um retângulo com 4 ângulos retos.

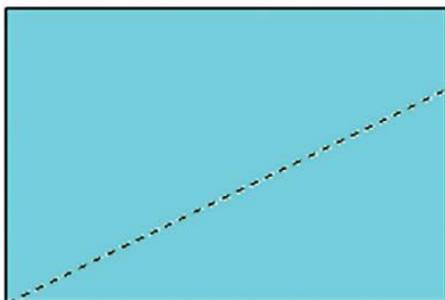


Figura 1

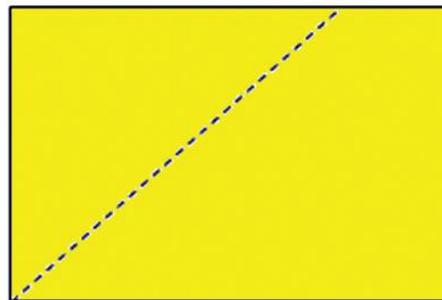


Figura 2

1. Para começar a atividade, pegue três folhas de papel A4. Coloque-as superpostas. Com o auxílio de uma régua, corte essas três folhas, formando três triângulos idênticos.

## Atividade

### Construindo Triângulos Retângulos Semelhantes

2. Pegue dois dos três triângulos que você recortou. Faça dobras como as indicadas na Figura 3. Em seguida, com o auxílio de uma régua, faça um corte na marca da dobra. Você deve obter dois novos triângulos.

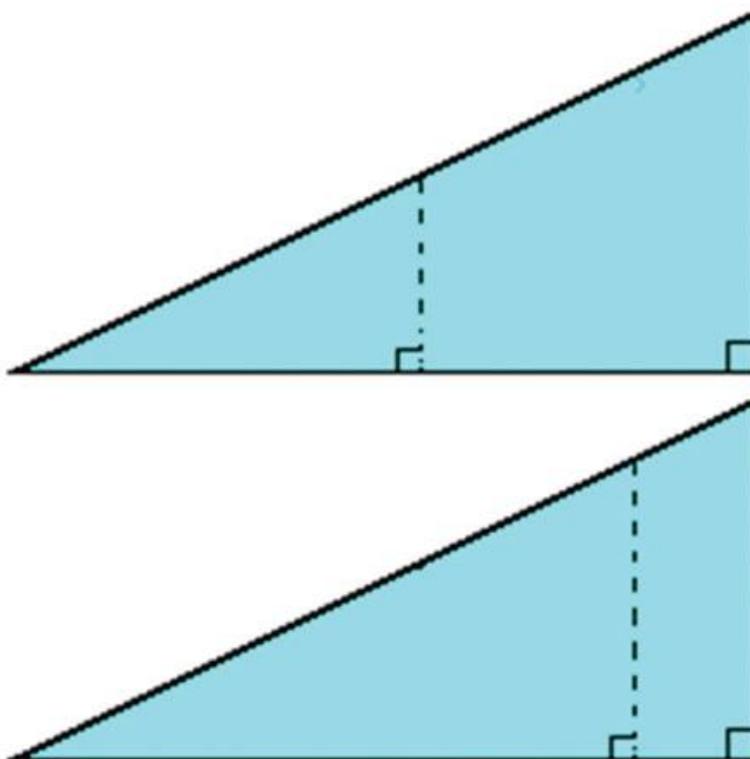


Figura 3

Separe os dois novos triângulos obtidos no item anterior e o triângulo feito na Atividade 1. Observe-os.

3. O que esses triângulos têm em comum? Discuta com seus colegas e registre a seguir.
4. Compare os ângulos dos triângulos. Para isso você pode utilizar o transferidor ou sobrepor os triângulos.
5. Relembre com seus colegas o que duas figuras devem ter para serem classificadas como semelhantes. Registre suas conclusões.
6. E aí? Podemos afirmar que esses três triângulos são semelhantes?

## Atividade

### Calculando as Razões Trigonométricas em Triângulos Retângulos Semelhantes

7. Separe os três triângulos retângulos semelhantes obtidos na atividade anterior. Posicione-os como indicado na imagem a seguir e, para organizar o que faremos nos itens a seguir, numere-os.
8. Indique por  $\beta_1$  os ângulos mais à esquerda de cada um dos triângulos.
9. Com o auxílio de uma régua, meça os lados dos triângulos e anote as medidas em cada uma das tabelas a seguir. Em seguida, preencha os dados referentes às razões, utilizando uma calculadora para determinar esses valores.

Triângulo 1	
Medida do cateto oposto ao ângulo $\beta_1$ (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo $\beta_1$ (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	
Seno de $\beta_1 = \text{sen}(\beta_1) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_1}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Cosseno de $\beta_1 = \text{cos}(\beta_1) = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_1}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Tangente de $\beta_1 = \text{tg}(\beta_1) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_1}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_1}$	

Triângulo 2	
Medida do cateto oposto ao ângulo $\beta_2$ (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo $\beta_2$ (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	
Senos de $\beta_2 = \text{sen}(\beta_2) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_2}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Cossenos de $\beta_2 = \text{cos}(\beta_2) = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_2}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Tangente de $\beta_2 = \text{tg}(\beta_2) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_2}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_2}$	

Triângulo 3	
Medida do cateto oposto ao ângulo $\beta_3$ (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo $\beta_3$ (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	
Senos de $\beta_3 = \text{sen}(\beta_3) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_3}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Cossenos de $\beta_3 = \text{cos}(\beta_3) = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_3}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Tangente de $\beta_3 = \text{tg}(\beta_3) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_3}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_3}$	

10. Agora é momento da observação. Observe os valores dos senos dos ângulos  $\beta$ . O que você percebe?

11. E com os valores dos cossenos? É possível perceber alguma semelhança? Qual?

12. E com os valores das tangentes? É possível perceber alguma semelhança? Qual?

13. Será que o tamanho do triângulo influencia no valor das razões trigonométricas? A que conclusão seus colegas chegaram? Discuta com eles e veja se vocês chegaram às mesmas conclusões. Registre a seguir.

## Atividade 2

### As Razões Trigonométricas dos Ângulos Notáveis.

- **Duração prevista:** 200 minutos.
- **Área de conhecimento:** Matemática.
- **Assunto:** Razões trigonométricas.
- **Objetivos:** Aprofundar os conceitos de as razões trigonométricas em um triângulo retângulo. Calcular experimentalmente e analiticamente as razões trigonométricas dos ângulos notáveis;
- **Pré-requisitos:** Identificar os lados de um triângulo retângulo; saber utilizar o transferidor e a régua para efetuar medições; efetuar cálculos com números reais; reconhecer triângulos semelhantes; determinar a medida de um ângulo interno de um triângulo, a partir da medida dos outros dois; saber aplicar o Teorema de Pitágoras;
- **Material necessário:** Papel A4 branco ou colorido, transferidor, régua de 30 cm, caneta e calculadora que efetue cálculo de raízes quadradas;
- **Organização da classe:** Turma organizada em grupos de dois ou três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo;
- **Organização da classe:** Turma organizada em grupos de três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo;
- **Descritores associados:** H05 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade;  
H35 - Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.

## Atividade

### Uma Estimativa Experimental para as Razões Trigonômicas do Ângulo de $45^\circ$

1. Utilizando uma folha de papel A4, com o lado menor localizado na posição inferior, pegue a ponta superior direita e leve-a até a margem lateral esquerda do papel, deixando toda a margem superior superposta com a margem lateral esquerda, como é mostrado na figura 1. Deixe bem marcada a dobra feita.

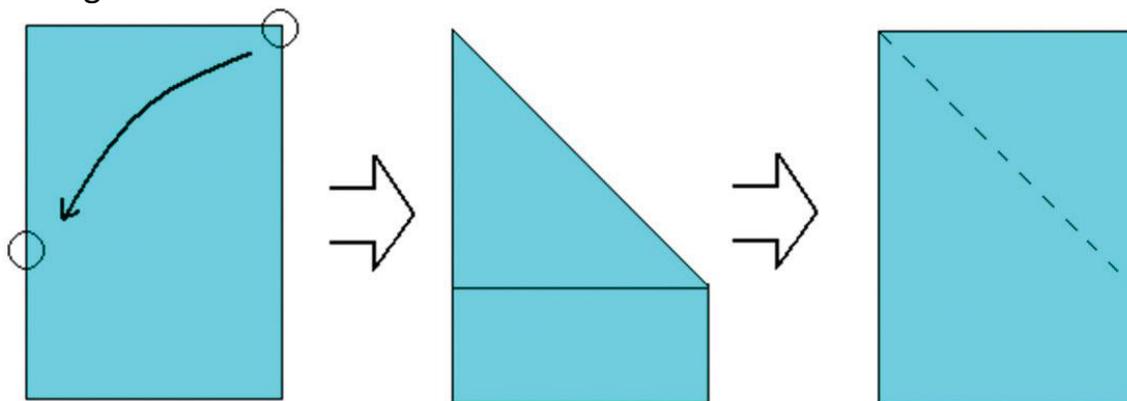


Figura 1

2. Com ajuda de uma régua, faça um corte no papel seguindo a direção deixada pela dobra, no sentido de baixo para cima, separando um triângulo. Veja figura 2.

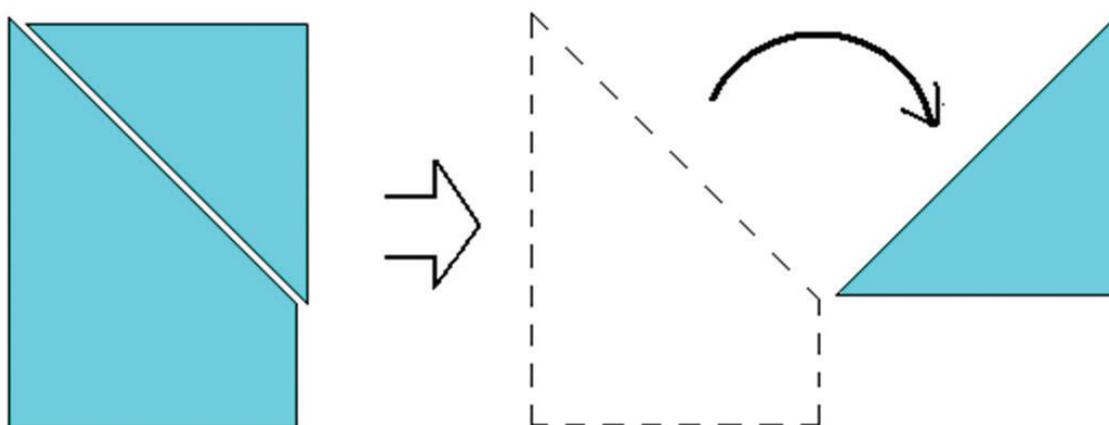


Figura 2

3. Observe o triângulo obtido.

Este triângulo é retângulo? Justifique e compare sua justificativa com a de seus colegas.

4. Você seria capaz de dizer qual é a medida dos outros ângulos desse triângulo?

5. Os ângulos agudos são iguais? Por quê? Se necessário, use um transferidor para medi-los. Não deixe de verificar com seus colegas os valores que eles obtiveram e registre suas respostas a seguir.

6. Podemos considerar este triângulo como sendo um triângulo isósceles? Qual argumento justifica esse fato? Discuta com seus colegas e registre.

7. Lembrando que:

$$\text{Seno de } \alpha = \text{sen}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{Cosseno de } \alpha = \text{cos}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{Tangente de } \alpha = \text{tg}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}$$

Com o auxílio de uma régua e de uma calculadora, preencha a tabela a seguir.

ÂNGULO DE 45°	
Medida do cateto oposto ao ângulo 45° (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo 45° (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	
$\text{sen}(45^\circ)$	_____
$\text{cos}(45^\circ)$	_____
$\text{tg}(45^\circ)$	_____

### Atividade

#### Uma Estimativa Experimental para as Razões Trigonométricas dos Ângulos 30° e 60°

8. Usando um transferidor e uma folha de papel A4, obtenha um ângulo de 30°. Como mostra a figura 3, trace uma linha transversal no papel a partir da marca feita.

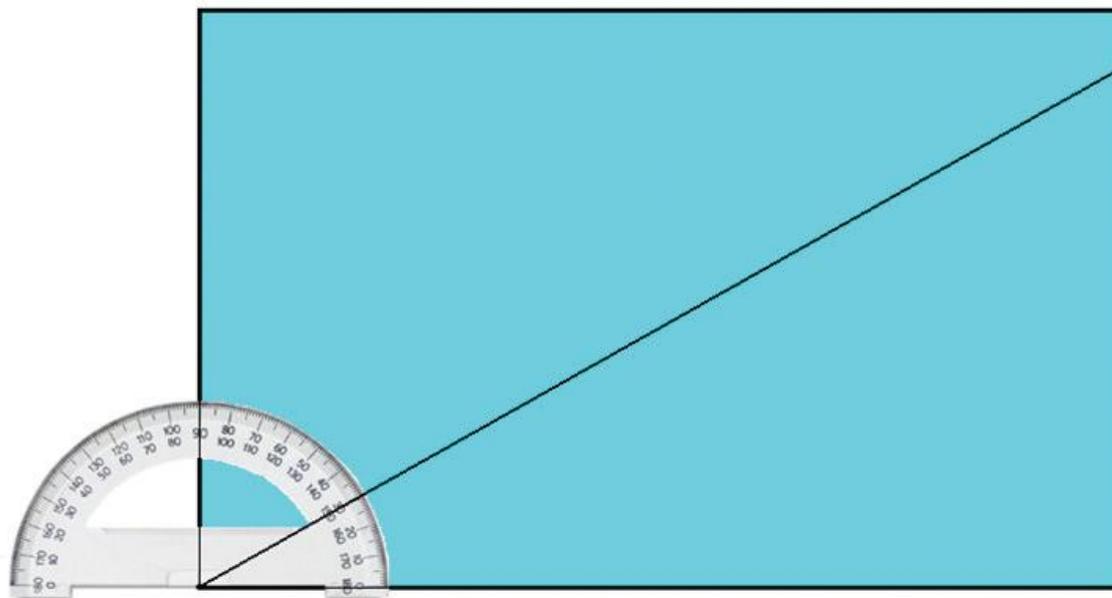


Figura 3

9. Dobrando o papel na linha marcada, faça um corte e separe o triângulo retângulo. Posteriormente, marque com uma caneta os ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ , como mostra a figura 4.

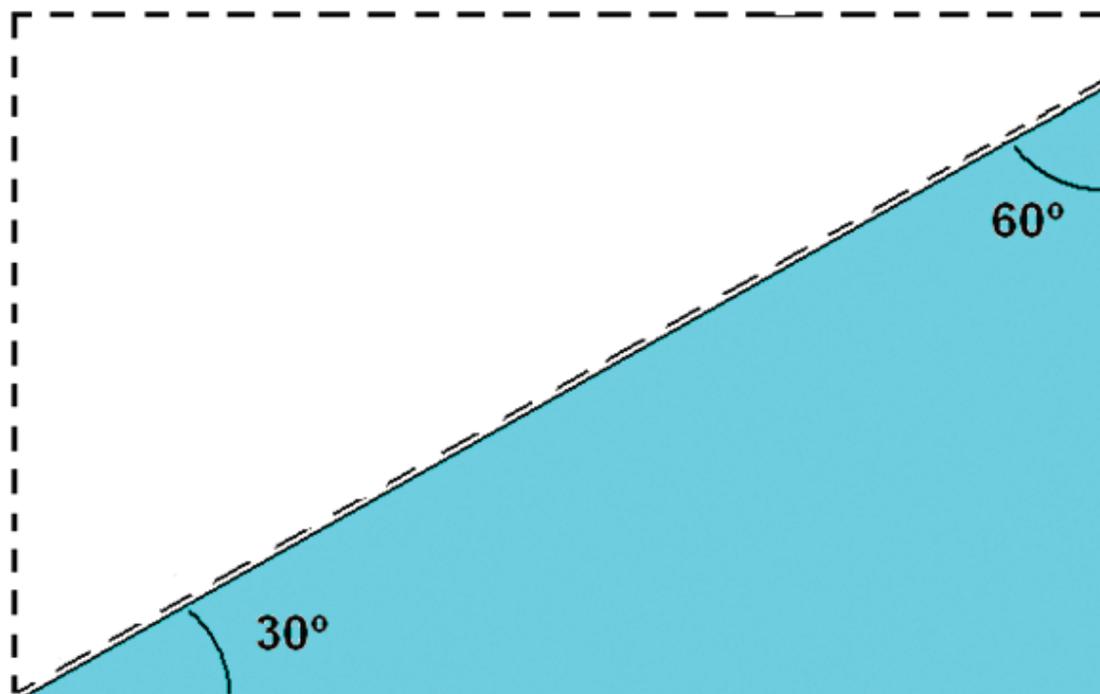


Figura 4

10. Com o auxílio de uma régua e de uma calculadora, preencha as tabelas a seguir, encontrando experimentalmente o valor do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ .

<b>ÂNGULO DE <math>30^\circ</math></b>	
<b>Medida do cateto oposto ao ângulo <math>30^\circ</math> (cm)</b>	
<b>Medida do cateto adjacente ao ângulo <math>30^\circ</math> (cm)</b>	
<b>Medida da hipotenusa (cm)</b>	
<b>sen(<math>30^\circ</math>)</b>	_____
<b>cos(<math>30^\circ</math>)</b>	_____
<b>tg(<math>30^\circ</math>)</b>	_____

ÂNGULO DE 60°	
Medida do cateto oposto ao ângulo 60° (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo 60° (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	

ÂNGULO DE 60°	
$\text{sen}(60^\circ)$	_____
$\text{cos}(60^\circ)$	_____
$\text{tg}(60^\circ)$	_____

11. Observe e compare os resultados encontrados para as razões trigonométricas dos ângulos de 30° e 60°. Você percebe alguma relação entre os valores encontrados?

a) Existe alguma relação entre o valor do  $\text{sen}(30^\circ)$  e do  $\text{cos}(60^\circ)$ ? Que relação é essa?

b) E entre  $\text{sen}(60^\circ)$  e  $\text{cos}(30^\circ)$ ? Que relação é essa?

12. Discuta com os seus colegas e tente descobrir por que isso acontece. Registre suas conclusões.

13. Preencha a tabela a seguir e tente encontrar alguma relação entre o seno e o cosseno e a tangente de um mesmo ângulo.

ÂNGULO DE 30°		
30°	$\frac{\text{sen}(30^\circ)}{\text{cos}(30^\circ)} =$	_____ =
	$\text{tg}(30^\circ)$	
60°	$\frac{\text{sen}(60^\circ)}{\text{cos}(60^\circ)} =$	_____ =
	$\text{tg}(60^\circ)$	

a) Registre a seguir as relações que conseguiu encontrar.

Atividade

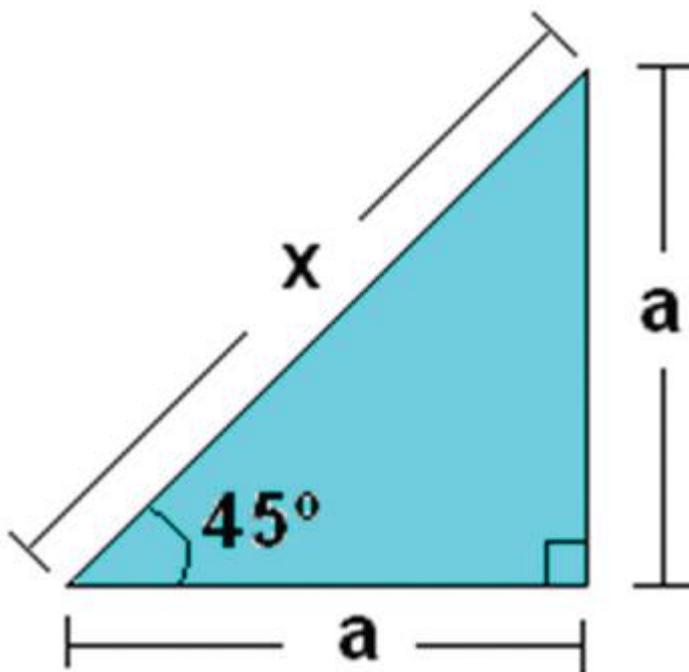
### Encontrando os Valores Exatos das Razões Trigonômicas do Ângulo de 45°

Como você pode ter observado, as razões trigonométricas em um triângulo retângulo independem do tamanho que ele possui. Estas razões dependem unicamente do ângulo. Por este motivo, em triângulos retângulos semelhantes, as razões trigonométricas dos ângulos correspondentes são iguais.

Usaremos este argumento para calcular de forma exata, as razões trigonométricas dos ângulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ .

Nos dois próximos itens não use calculadora. Deixe as suas respostas em forma de fração, racionalizando os denominadores, caso seja necessário. Apenas no item final, você deverá usar a calculadora para verificar e confirmar as respostas experimentais obtidas.

Como já sabemos, todos os triângulos retângulos que possuem seus ângulos agudos iguais a  $45^\circ$ , são triângulos isósceles. Portanto, eles têm dois lados com a mesma medida. Sendo assim, consideremos o seguinte triângulo isósceles:



14. Usando o Teorema de Pitágoras, determine o valor da hipotenusa  $x$ .

15. Com o valor encontrado no item anterior, determine o valor das seguintes razões trigonométricas:

<b>45°</b>	
<b>Seno</b>	
<b>Cosseno</b>	
<b>Tangente</b>	

Não esqueça de racionalizar os denominadores de suas respostas!

## Atividade

### Encontrando os Valores Exatos para as Razões Trigonômétricas dos Ângulos de $30^\circ$ e $60^\circ$ .

16. Considere o triângulo equilátero da figura 5 e trace uma altura. Lembre-se que a altura de um triângulo equilátero é eixo de simetria desse triângulo.

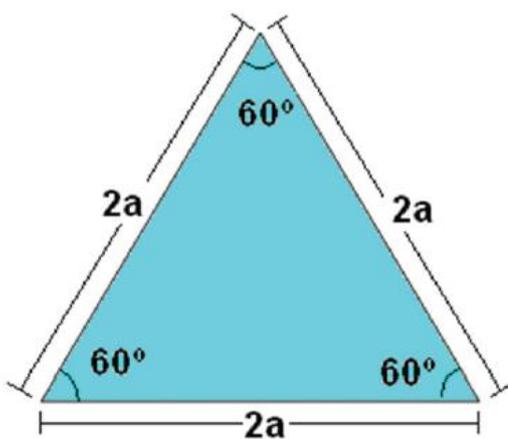


Figura 5

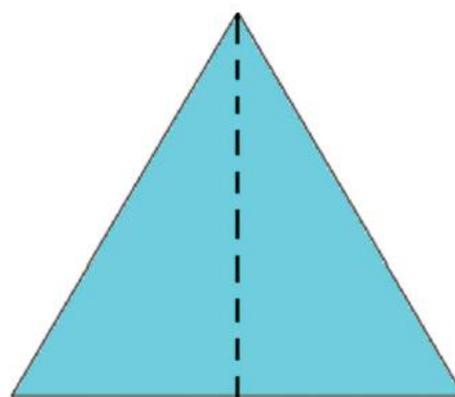


Figura 6

17. Tomando o triângulo da direita (veja figura 7), complete a tabela com os valores correspondentes.

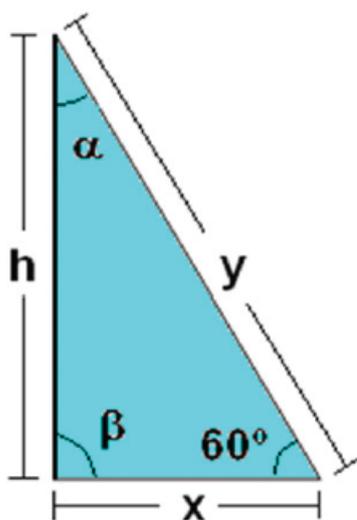


Figura 7

$\alpha$	
$\beta$	
$h$	
$x$	
$y$	

Dica: Verifique se é possível utilizar o Teorema de Pitágoras nesse triângulo!

18. Usando os valores obtidos no item anterior, determine as razões trigonométricas dos ângulos  $30^\circ$  e  $60^\circ$  e preencha a tabela seguinte:

	$30^\circ$	$60^\circ$
Seno		
Cosseno		
Tangente		

Não esqueça de racionalizar os denominadores de suas respostas!

19. Usando uma calculadora, compare se os valores encontrados por você, experimentalmente, estão de acordo com os valores exatos.

## Avaliação

É importante e “saudável” que o professor que trabalha com a modalidade EJA (Educação de Jovens e Adultos) ouça seus alunos sobre o modo pelo qual eles se relacionam com a Matemática, como estudam, por que estudam, quais são as dificuldades que enfrentam no processo de aprendizagem, o quanto a Matemática é importante no seu cotidiano e quais avanços conseguem identificar no processo pedagógico no dia a dia.

Sendo assim, deve-se oferecer aos alunos a auto avaliação, o reconhecimento do esforço para o cumprimento de tarefas, além das atividades avaliativas formais.

## Referências Bibliográficas

Roteiros de Ação – **Razões Trigonométricas** – 1ª Série – 2º Bimestre – 2º Campo conceitual - Relembrando as Proporções em Triângulos Semelhantes. Disponível em <<http://projetoceeduc.cecierj.edu.br/ava22/mod/resource/view.php?id=8516>> Acesso em: 25/05/2013;

Roteiros de Ação – **Razões Trigonométricas** – 1ª Série – 2º Bimestre – 2º Campo conceitual - As Razões Trigonométricas dos Ângulos Notáveis. Disponível em <<http://projetoceeduc.cecierj.edu.br/ava22/mod/resource/view.php?id=8517>> Acesso em: 26/05/2013.

