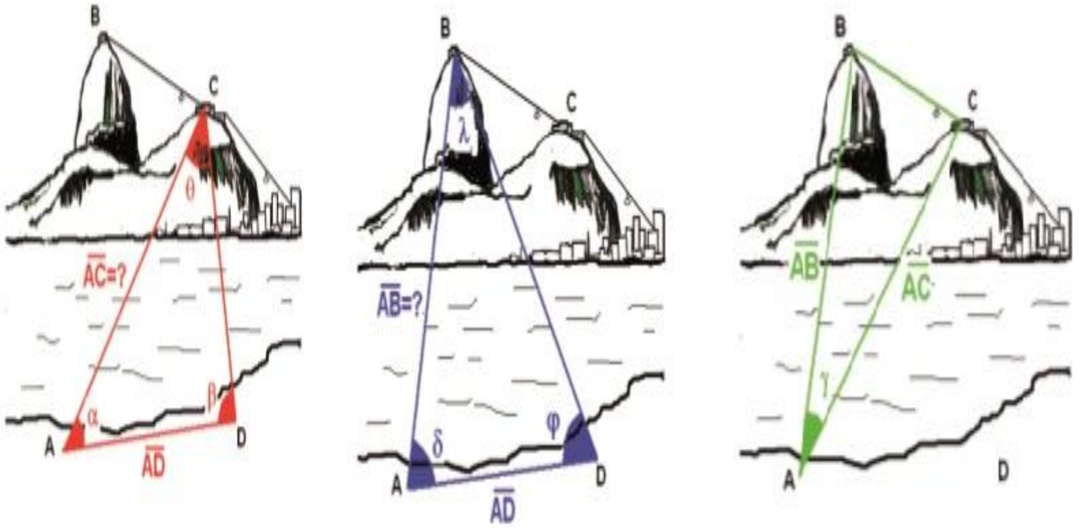
Programa de Formação Continuada de Professores

Matemática 1º Ano - 2º Bimestre/2013

Plano de Trabalho



Razões Trigonométricas no Triângulo

Tarefa 2
Cursista: Vanyse Cavalcanti de Andrade
Tutora: Analia Maria Ferreira Freitas.

Sumário

INTRODUÇÃO 03

DESENVOLVIMENTO 04

AVALIAÇÃO 29

FONTES DE PESQUISA 30

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem com objetivo motivar através de atividades que levem o aluno a descobrir/ entender como foram encontradas as relações fundamentais e através de uma situação-problema o estudo das razões trigonométricas no triângulo. A dificuldade de aprender este conteúdo deve-se o fato de não relacioná-lo a fatos que pertencem à vida do estudante.

Podemos perceber que o estudo das razões trigonométricas no triângulo está presente em diversas áreas do conhecimento. Observarmos que algumas situações são descritas pelo estudo das razões trigonométricas no triângulo. O aluno deve compreender as relações e saber como aplica-las. Utilizando instrumentos como a régua e o teodolito, podemos estabelecer relações e podemos encontrar alturas, distâncias inacessíveis desenvolvendo a capacidade de resolver problemas. reduzindo o uso de memorização de fórmulas.

Assim, o aluno deve reconhecer a partir de situações-problemas que envolvem o estudo das razões trigonométricas no triângulo, como utiliza-las e aplicar estes conceitos no dia da dia. Esperamos que estas atividades permitam a aquisição de novos conhecimentos e ajudem a diminuir a dificuldade de gravar formulas e também das operações básicas que envolvem esses cálculos.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1- A Roteiro de Ação 2 – As Razões Trigonométrica dos Ângulos Notáveis

- HABILIDADE RELACIONADA:
  - **H05 -** Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
  - **H35-**Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.
- PRÉ-REQUISITOS: Identificar os lados de um triângulo retângulo; saber utilizar o transferidor e a régua para efetuar medições; efetuar cálculos com números reais; reconhecer triângulos semelhantes; determinar a medida de um ângulo interno de um triângulo, a partir da medida dos outros dois; saber aplicar o Teorema de Pitágoras.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Papel A4 branco ou colorido, transferidor, régua de 30 cm, caneta e calculadora que efetue cálculo de raízes quadradas. ƒ
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma organizada em grupos de dois ou três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
  OBJETIVOS: Aprofundar os conceitos de as razões trigonométricas em um triângulo retângulo. Calcular experimentalmente e analiticamente as razões trigonométricas dos ângulos notáveis. ƒ

✸ METODOLOGIA ADOTADA:

Introduzimos falando sobre como encontrar o valor exato dos senos, cossenos e tangentes desses ângulos. Vamos construir triângulos retângulos com ângulos notáveis (30º, 45º e 60º).

Atividade 1

Uma Estimativa Experimental para as Razões Trigonométricas do Ângulo de 45º

1. Utilizando uma folha de papel A4, com o lado menor localizado na posição inferior, pegue a ponta superior direita e leve-a até a margem lateral esquerda do papel, deixando toda a margem superior superposta com a margem lateral esquerda, como é mostrado na figura 1. Deixe bem marcada a dobra feita.

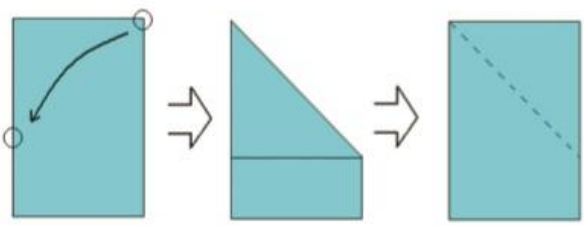
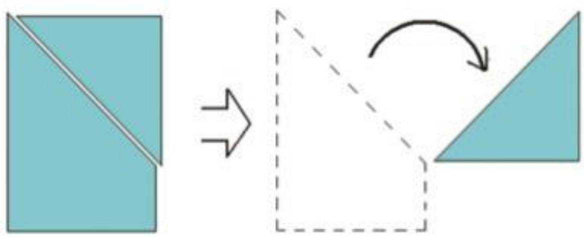


Figura 1

2. Com ajuda de uma régua, faça um corte no papel seguindo a direção deixada pela dobra, no sentido de baixo para cima, separando um triângulo. Veja figura 2.



Essa é uma maneira de observar como foi determinado do seno, do cosseno e da tangente do ângulo de 45º.

1. Observe o triângulo obtido. Este triângulo é retângulo? Justifique e compare sua justificativa com a de seus colegas.

2. Você seria capaz de dizer qual é a medida dos outros ângulos desse triângulo?

3. Os ângulos agudos são iguais? Por quê? Se necessário, use um transferidor para medi-los. Não deixe de verificar com seus colegas os valores que eles obtiveram e registre suas respostas a seguir.

4. Podemos considerar este triângulo como sendo um triângulo isósceles? Qual argumento justifica esse fato? Discuta com seus colegas e registre.

5. Lembrando que:

Seno de $\alpha = \text{sen}(\alpha) = \dfrac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$
Cosseno de $\alpha = \cos(\alpha) = \dfrac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$
Tangente de $\alpha = \text{tg}(\alpha) = \dfrac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}$

Com o auxílio de uma régua e de uma calculadora, preencha a tabela a seguir.

ÂNGULO DE 45º	
Medida do cateto oposto ao ângulo 45º (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo 45º (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	
sen(45º)	
cos(45º)	
tg(45º)	

Atividade 2

Uma Estimativa Experimental para as Razões Trigonométricas dos Ângulos 30º e 60º

6. Usando um transferidor e uma folha de papel A4, obtenha um ângulo de 30º. Como mostra a figura 3, trace uma linha transversal no papel a partir da marca feita.

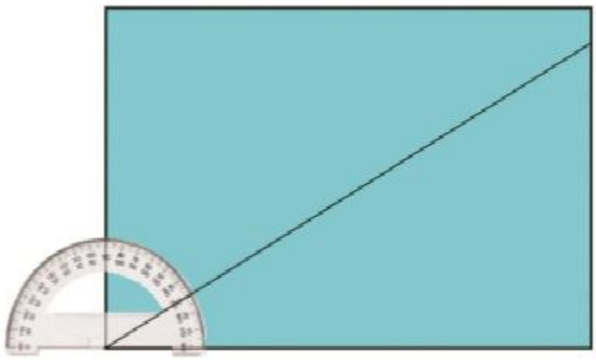


Figura 3

7. Dobrando o papel na linha marcada, faça um corte e separe o triângulo retângulo. Posteriormente, marque com uma caneta os ângulos de 30º e 60º, como mostra a figura 4.

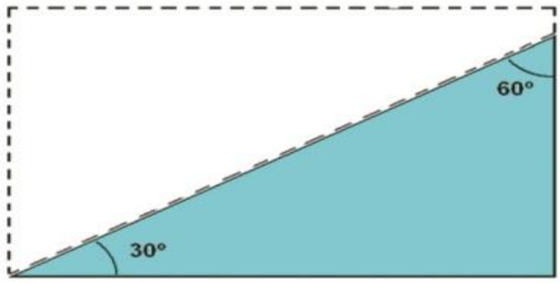


Figura 4

8. Com o auxílio de uma régua e de uma calculadora, preencha as tabelas a seguir, encontrando experimentalmente o valor do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos de 30º e 60º.

ANGULO DE 30º	
Medida do cateto oposto ao ângulo 30º (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo 30º (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	
sen(30º)	
cos(30º)	
tg(30º)	

ÂNGULO DE 60º	
Medida do cateto oposto ao ângulo 60º (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo 60º (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	

ÂNGULO DE 60º	
sen(60º)	______________
cos(60º)	______________
tg(60º)	______________

9. Observe e compare os resultados encontrados para as razões trigonométricas dos ângulos de 30º e 60º. Você percebe alguma relação entre os valores encontrados?

a) Existe alguma relação entre o valor do sen(30º) e do cos(60º)? Que relação é essa?

____

b) E entre sen(60º) e cos(30º)? Que relação é essa?

____

10 Discuta com os seus colegas e tente descobrir por que isso acontece. Registre suas conclusões.

____

____

11. Preencha a tabela a seguir e tente encontrar alguma relação entre o seno e o cosseno e a tangente de um mesmo ângulo.

ÂNGULO DE 30º		
30º	$\frac{sen(30º)}{cos(30º)} =$	________ =
	tg(30º)	
60º	$\frac{sen(60º)}{cos(60º)} =$	________ =
	tg(60º)	

Atividade 3

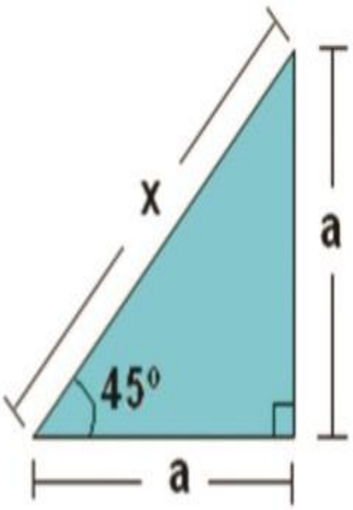
Encontrando os Valores Exatos das Razões Trigonométricas do **Ângulo de 45°**

Como você pode ter observado, as razões trigonométricas em um triângulo retângulo independem do tamanho que ele possui. Estas razões dependem unicamente do ângulo. Por este motivo, em triângulos retângulos semelhantes, as razões trigonométricas dos ângulos correspondentes são iguais.

Usaremos este argumento para calcular de forma exata, as razões trigonométricas dos ângulos de 30°, 45° e 60°.

Nos dois próximos itens não use calculadora. Deixe as suas respostas em forma de fração, racionalizando os denominadores, caso seja necessário. Apenas no item final, você deverá usar a calculadora para verificar e confirmar as respostas experimentais obtidas.

Como já sabemos, todos os triângulos retângulos que possuem seus ângulos agudos iguais a 45°, são triângulos isósceles. Portanto, eles têm dois lados com a mesma medida. Sendo assim, consideremos o seguinte triângulo isósceles:



12. Usando o Teorema de Pitágoras, determine o valor da hipotenusa **x**.

13. Com o valor encontrado no item anterior, determine o valor das seguintes razões trigonométricas:

45°	
Seno	
Cosseno	
Tangente	

Não esqueça de racionalizar os denominadores de suas respostas!

✷ **Exercícios de fixação:**

– Utilizar exercícios do livro didático para fixação

Atividade 2-Lei dos Senos e Cossenos

- HABILIDADE RELACIONADA:
  - **H13-**Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos. C1 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos senos. C2 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos cossenos.
- PRÉ-REQUISITOS: Trigonometria no Triângulo Retângulo.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- OBJETIVOS: Estudar a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos.

✸ METODOLOGIA ADOTADA:

✸ Copa do Mundo de 2014

O Brasil foi escolhido pela FIFA para sediar a Copa do Mundo de Futebol em 2014. Como será sede da Copa, a seleção brasileira já está automaticamente classificada para disputar a Copa de 2014. Os jogos da Copa de 2014 ocorrerão entre os dias 13 de junho (jogo de abertura) e 13 de julho (partida final). A partida de abertura da Copa ocorrerá no Estádio do Corinthians (em construção) em São Paulo, enquanto a partida final será realizada no Estádio do Maracanã (Rio de Janeiro). A partida de abertura ocorrerá em 12 de junho de 2014, enquanto a final será no dia 13 de julho de 2014.

http://mochileiro.tur.br/copa-2014.htm

Beto mora no Rio de Janeiro e planeja ir de carro para ver a partida de abertura em São Paulo, ver uma partida em Cuiabá e a partida final no Rio de Janeiro. Como costuma viajar ele sabe a distância entre algumas cidades e sabe também o ângulo formado pelas cidades de São Paulo- Rio de Janeiro- Cuiabá é de 30º. A distância entre São Paulo e Cuiabá é:

a) 7000 Km
b) $400\sqrt{26}$ Km
c) 1600 Km
d) 1900 Km

Distâncias aproximadas

Rio de Janeiro- Cuiabá: 2100 Km

São Paulo-Rio de Janeiro: 500 Km

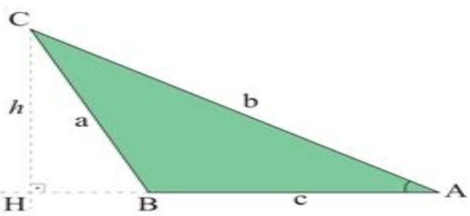
Obs.: Cos 30º = 1/2

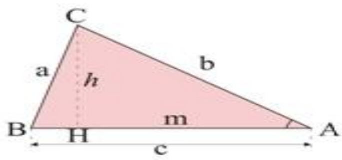
Mas antes de tentar resolver vamos conhecer a lei dos Cossenos.

➢ Lei dos Cossenos:

A lei dos cossenos é uma extensão do teorema de Pitágoras para triângulos arbitrários.

Considere um triângulo ABC qualquer de lados a, b e c:



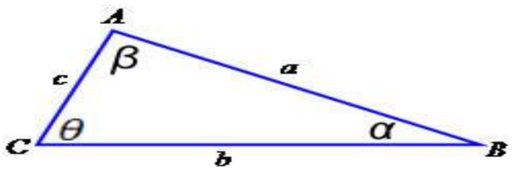


Para esses triângulos podemos escrever:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\hat{A}$$

Em qualquer triângulo quando um lado é igual à soma dos quadrados dos outros dois, menos duas vezes o produto desses dois lados pelo cosseno do ângulo formado por eles.

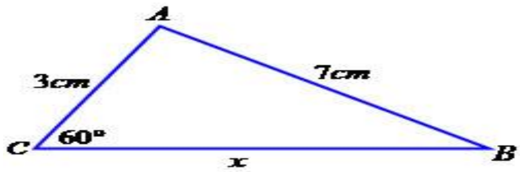
Utilizamos a lei dos cossenos nas situações envolvendo triângulos não retângulos, isto é, triângulos quaisquer. Esses triângulos não possuem ângulo reto, portanto as relações trigonométricas do seno, cosseno e tangente não são válidas. Para determinarmos valores de medidas de ângulos e medidas de lados utilizamos a lei dos cossenos, que é expressa pela seguinte lei de formação:



$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\theta \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos\beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos\alpha \end{aligned}}$$

Exemplo 1

Utilizando a lei dos cossenos, determine o valor do segmento x no triângulo a seguir:



$a^2 = b^2 + c^2 - 2 * b * c * \cos?$
$7^2 = x^2 + 3^2 - 2 * 3 * x * \cos 60^o$
$49 = x^2 + 9 - 6 * x * 0{,}5$
$49 = x^2 + 9 - 3x$

$x^2 - 3x - 40 = 0$

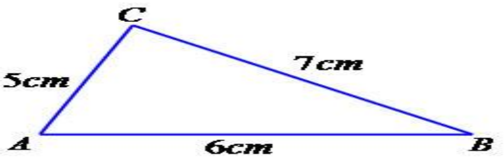
Aplicando o método resolutivo da equação do 2º grau, temos:

$x' = 8$ e $x'' = -5$, por se tratar de medidas descartamos $x'' = -5$ e utilizamos $x' = 8$. Então o valor de x no triângulo é 8 cm.

Exemplo 2

Em um triângulo ABC, temos as seguintes medidas: AB = 6 cm, AC = 5 cm e BC = 7 cm. Determine a medida do ângulo A.

Vamos construir o triângulo com as medidas fornecidas no exercício.



Aplicando a lei dos cossenos

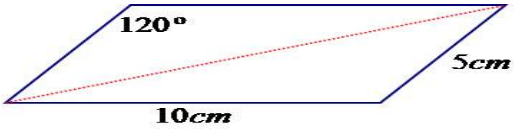
a = 7, b = 6 e c = 5

$$7^2 = 6^2 + 5^2 - 2 * 6 * 5 * \cos A$$
$$49 = 36 + 25 - 60 * \cos A$$
$$49 - 36 - 25 = -60 * \cos A$$
$$-12 = -60 * \cos A$$
$$12 = 60 * \cos A$$
$$12/60 = \cos A$$
$$\cos A = 0,2$$

O ângulo que possui cosseno com valor aproximado de 0,2 mede 78º.

Exemplo 3

Calcule a medida da maior diagonal do paralelogramo da figura a seguir, utilizando a lei dos cossenos.



cos 120º = –cos(180º – 120º) = – cos 60º = – 0,5

$$x^2 = 5^2 + 10^2 - 2 * 5 * 10 * (-\cos 60º)$$
$$x^2 = 25 + 100 - 100 * (-0,5)$$
$$x^2 = 125 + 50$$
$$x^2 = 175$$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{175}$
$x = \sqrt{5^2 * 7}$
$x = 5\sqrt{7}$

Voltemos agora à situação problema:

Observe que ao ligar as cidades obtemos um triângulo.

Para esse triângulo podemos escrever:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,.b.c.\cos\hat{A}$$

Em qualquer triângulo quando um lado é igual à soma dos quadrados dos outros dois, menos duas vezes o produto desses dois lados pelo cosseno do ângulo formado por eles.

$X^2 = 500^2 + 2100^2 - 2.\ 500.\ 2100.\ \text{Cos}\ 30°$

$X^2 = 2500 + 4410000 - 2.\ 500.\ 2100.\ 1/2$

$X^2 = 2500 + 4410000 - 1050000$

$X^2 = 3610000$

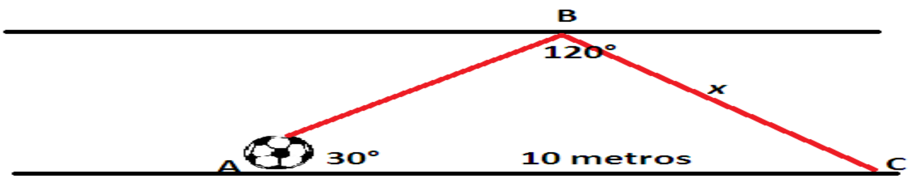
X = 1900 Km   alternativa d

➢ Lei dos Senos:

As medidas dos lados de um triângulo são proporcionais aos senos dos respectivos ângulos opostos, e a constante de proporcionalidade é igual à medida do diâmetro da circunferência circunscrita ao triangulo.

$$\boxed{\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = 2R}$$

João chuta sua bola contra a parede do corredor, conforme a figura abaixo.



Sabendo que a distância entre os pontos A e C é de 10 metros, e utilizando os ângulos informados na figura, descubra qual a distância x entre os pontos B e C.

a) 5 metros
b) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ metros
c) 17 metros
d) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ metros

Aplicando a lei dos senos, teremos: $\frac{10}{sen\ 120^o} = \frac{c}{sen\ 30^o}$

Sabemos que sen 120^o = sen 60^o. Assim, teremos:

$$\frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{x}{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = 5$$

$$\sqrt{3}x = 10$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$ alternativa d

✸ **Exercícios de fixação:**

– Utilizar exercícios do livro didático para fixação.

Atividade 3-Do Pão de Açúcar ao morro da Urca

- HABILIDADE RELACIONADA:
  - **H13**-Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos. C1 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos senos. C2 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos cossenos.
- PRÉ-REQUISITOS: Trigonometria no Triângulo Retângulo.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- OBJETIVOS: Estudar a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos.

✸ METODOLOGIA ADOTADA:

Como será que foi calculada a distancia entre o Pão de Açúcar e o morro da Urca? Será que vocês conseguiriam determinar?

Suponha que uma pessoa esteja no ponto A, na Praia do Botafogo, com um teodolito e uma trena.

Suponha que uma pessoa que se encontra no ponto A na Praia de Botafogo consegue observar o topo do monumento do Cristo Redentor e o morro da Urca.

Utilizando um teodolito, podemos descobrir o ângulo formado entre o solo e o topo o morro as Urca (C). Andando do ponto A ao D podemos medir com uma trena quantos metros tem de A a D. Ao chegar ao ponto D podemos utilizar o teodolito para encontrar o ângulo formado do ponto D ao topo do morro da Urca (C).

I)Para achar a distancia entre **<u>o morro da Urca e a praia</u>** pelo ponto A podemos utilizar a **<u>Lei dos Senos</u>**:

$$\frac{AC}{\text{Sen } \beta} = \frac{AD}{\text{Sen}\theta}$$

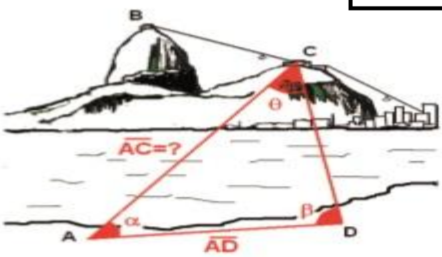
$$\boxed{AC = \frac{AD.\ \text{Sen } \beta}{\text{Sen}\theta}}$$

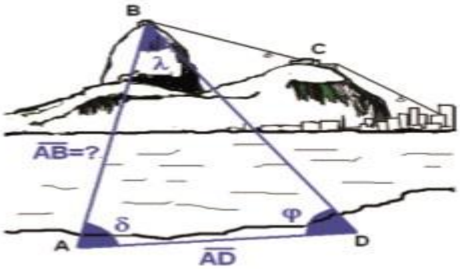
Por outro lado, se uma pessoa que se encontra no ponto A na Praia de Botafogo consegue observar o Pão de Açúcar(B) utilizando um teodolito, podemos descobrir o ângulo formado entre o solo e o topo o morro (δ). Andando do ponto A ao D podemos medir com uma trena quantos metros tem de A a D. Ao chegar ao ponto D podemos utilizar o teodolito para encontrar o ângulo formado do ponto D ao topo do Pão de Açúcar(B).

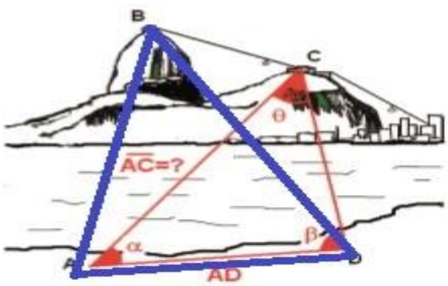
II)Para achar a distancia entre **o Pão de Açúcar e a praia** pelo ponto A podemos utilizar a Lei dos Senos:

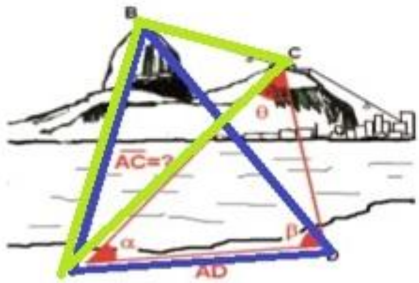
$$\frac{AB}{\text{Sen } \Phi} = \frac{AD}{\text{Sen } \lambda}$$

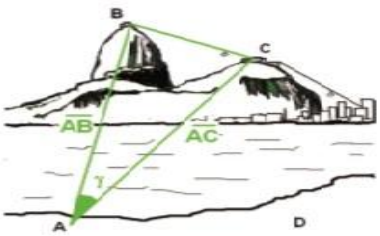
$$\boxed{AB = \frac{AD \,.\, \text{Sen } \Phi}{\text{Sen } \lambda}}$$









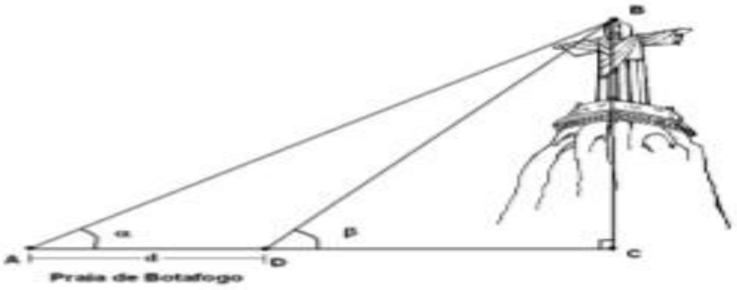


Por I) e II) encontramos a distância de A a B e de A a C.

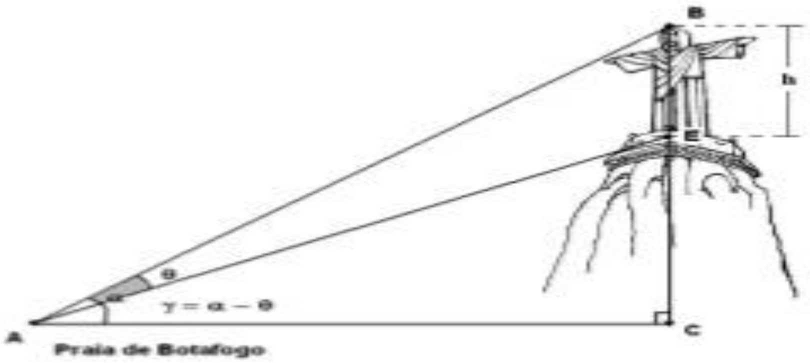
Logo tendo dois lados e um ângulo entre eles, usamos a **Lei dos Cossenos**:

$$\boxed{(BC)^2 = (AB\,)_2 + (AC)^2 - 2(AB).(AC).\cos\gamma}$$

Vamos por a mão na massa?



Suponha que uma pessoa que se encontra no ponto A na Praia de Botafogo consegue observar o topo do monumento do Cristo Redentor sob um ângulo de elevação de 30º. Ao andar 867 metros até um ponto D, essa pessoa observa o topo sob um ângulo de elevação de 60º. Com essas informações, determine a que altura se encontra o topo do monumento. Observação: Nessa situação a altura da pessoa é desprezível.



Observe acima e determine a altura aproximada h da estátua. Para isso, considere que, a partir do ponto A, avista- se o ponto B sob um ângulo de 30º e o ponto E é visto sob um ângulo de 29º.

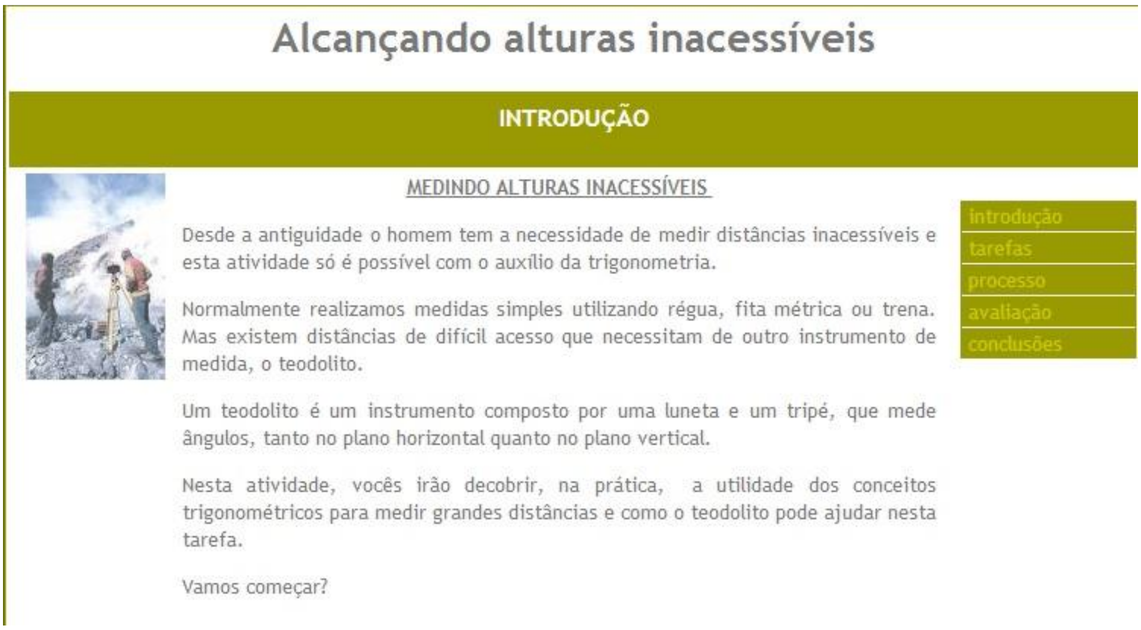
Fazendo uma pesquisa na internet, encontramos a medida de 38 metros para a estátua. Foi essa medida que você encontrou? E seus colegas? Como isso é possível?

Atividade 4-Teodolito e as alturas inacessíveis

- HABILIDADE RELACIONADA:
  - **H13**-Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos. C1 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos senos. C2 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos cossenos.
- PRÉ-REQUISITOS: Trigonometria no Triângulo Retângulo.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- OBJETIVOS: Estudar a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos.

✷ METODOLOGIA ADOTADA:

Vamos utilizar uma webquest para realizar esta atividade. Caso não haja uma sala de informática com computadores podemos colocar as atividades em uma folha. Nesta atividade queremos medir alturas inacessíveis.



Alcançando alturas inacessíveis

TAREFAS

A atividade desenvolvida por vocês será:

1º- Construir um teodolito com material recicável;

2º - Usar este teodolito para medição da altura do poste de energia elétrica situado nas proximidades da escola.

introdução
tarefas
processo
avaliação
conclusões

Alcançando alturas inacessíveis

PROCESSO

a) Separados em grupos de quatro alunos, cada grupo deverá pesquisar os sites indicados e providenciar todos os materiais e instrumentos de medidas necessários para realização da atividade.

b) Após a conclusão da construção do teodolito, dois alunos de cada grupo deverão se situar próximo ao poste. Um deles irá visualizar o topo do poste através do canudo do instrumento e o outro ajudará a posicionar o intrumento de modo a garantir a perpendicularidade com relação ao poste. Esta parte da atividade possibilitrá descobrir o ângulo formado entre o plano situado à altura dos olhos do aluno e o topo do poste.

c) Os outros dois alunos do grupo, como o auxílio de uma trena, medirão a distância entre o aluno que opera o teodolito e a base do poste.

d) A partir do ângulo formado entre o plano situado à altura dos olhos do aluno e o topo do poste, a distância entre o aluno que opera o teodolito e a base do poste e o auxílio de uma calculadora científica, já é possível calcular a altura do poste. Notem que estas medidas podem ser representadas em um triângulo. Pesquisem e discutam em grupo como descobrir o resultado procurado.

e) Façam a comparação de todas as medida encontrada por cada grupo e discutam os resultados.

introdução
tarefas
processo
avaliação
conclusões

Vamos agora construir um teodolito caseiro bem fácil de fazer:

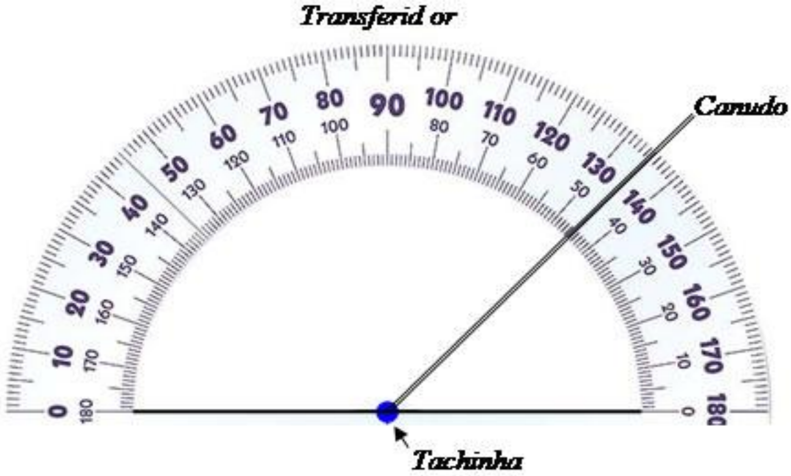
- ***Materiais necessários para a construção do Teodolito caseiro***

Um transferidor de plástico ou madeira.
Canudo ou tubo de antena
Cola
Tachinha

Construindo

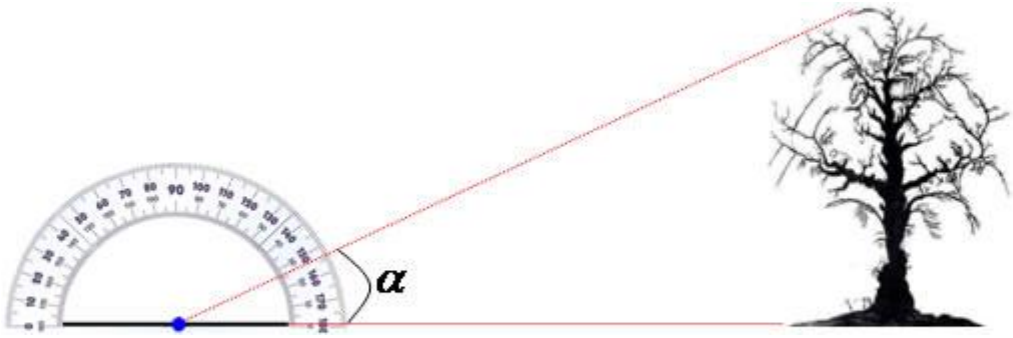
Fixe a tachinha na base central do transferidor de forma que ela fique com mobilidade. Cole o canudo na tachinha, de modo que a sua movimentação seja completa.

Observe o Teodolito caseiro pronto para o uso



Utilizando

O primeiro passo consiste em mirar o canudo na posição horizontal correspondente à base do que se deseja medir, uma árvore, um poste, uma casa, etc., fixando o teodolito. O segundo passo consiste em deslocar o canudo focando o ponto extremo do que está sendo medido. O ângulo indicado no transferidor deve ser analisado com cuidado devido à espessura do canudo usado como mira.

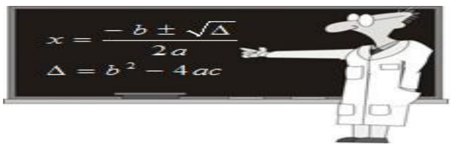


Conhecendo o valor do ângulo e a distância do ponto de medição até o objeto medido, basta utilizarmos a relação trigonométrica adequada para determinarmos a altura. Caso a medida seja feita por uma pessoa de pé, ressaltamos que a altura entre os olhos da pessoa e o chão deve ser acrescentada ao resultado da medição.

Atividade 5-Exercícios

- HABILIDADE RELACIONADA:
    - **H13-**Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos. C1 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos senos. C2 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos cossenos.
    - **H12-**Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°). C1 - Calcular um dos lados de um triângulo retângulo em um problema contextualizado ou não, com o auxílio do seno, cosseno ou tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°. Caso a resposta seja numérica, devem ser dados o seno, o cosseno e a tangente do ângulo correspondente.
- PRÉ-REQUISITOS: Resolução de equações e conceitos sobre função do 1° grau e suas características.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folhas de atividades.
- OBJETIVOS: Revisão e fixação através de atividades.
- METODOLOGIA ADOTADA:

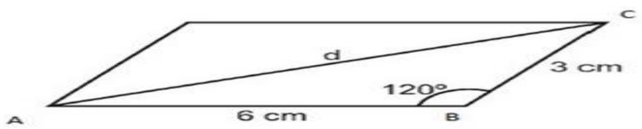
Apresentaremos questões variadas sobre os conceitos razões trigonométricas retiradas do SAERJINHO.



1)Joãozinho está super feliz porque acabou de sair da escola, localizada no ponto A, e vai direto ao treino de futebol, localizado no ponto C. Ele fazia sempre o percurso passando pelo centro da cidade (ponto B).

Porém, hoje ele aprendeu, na aula de matemática, Lei dos Cossenos e Lei dos Senos e pensou: sabendo que é a diagonal de um paralelogramo, será que se eu pegar o caminho de A até C eu chegarei mais rápido? Ele fez os cálculos e pegou o caminho e foi o primeiro a chegar.

Qual a distância percorrida por João?

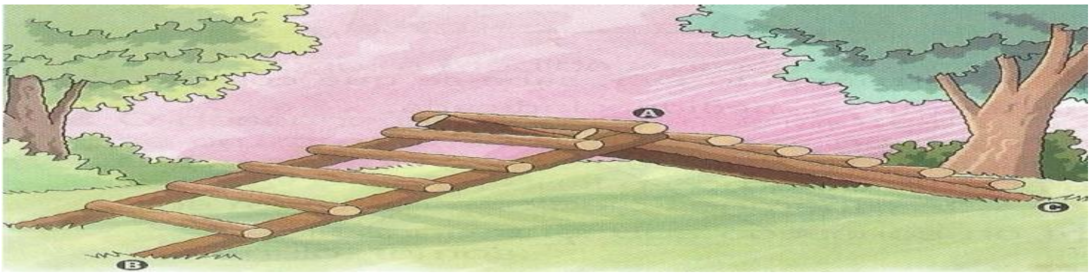


Dados:
$\text{sen}120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos 120° = -\frac{1}{2}$

A) $3\sqrt{7}$ cm
B) $3\sqrt{5}$ cm
C) $3\sqrt{3}$ cm
D) $(45 + 18\sqrt{3})$ cm
E) $(45 - 18\sqrt{3})$ cm

2)São cada vez mais frequentes construções de praças cujos brinquedos são montados com materiais rústicos.

A figura abaixo mostra um brinquedo simples que proporciona à criançada excelente atividade física.



Sabendo que as distâncias AB e AC são iguais a 2m e o ângulo BÂC corresponde a 120°, calcule a distância de B a C.

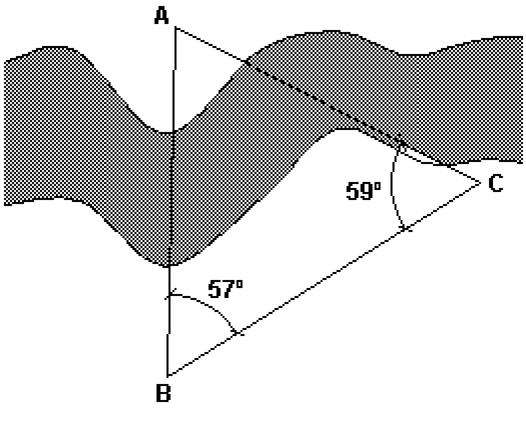
a) 3,45m

b) 2,36m

c) 3,46m

d) 1,45m

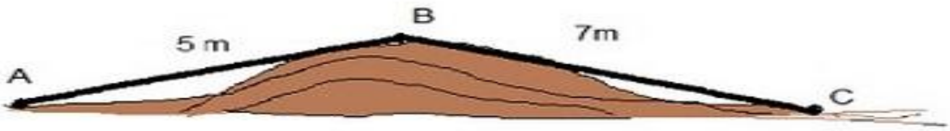
3)Uma ponte deve ser construída sobre um rio, unindo os pontos A e B, como ilustrado na figura abaixo. Para calcular o comprimento AB, escolhe-se um ponto C, na mesma margem em que B está, e medem-se os ângulos CBA = 57° e ACB = 59°. Sabendo que BC mede 30m, indique, em metros, a distância AB. (Dado: use as aproximações sen 59° = 0,87, sem 57^{o} = 0,83 sen 64° = 0,90)



(a)26,1 metros (b) 31,4 metros (c)29 metros. (d) 24,9 metros.

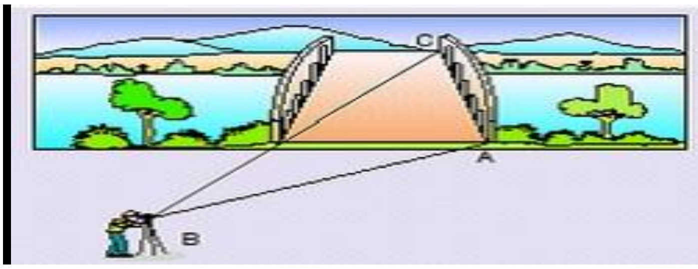
4)

João, agricultor, precisa saber se a parte plana de seu terreno caberiam mais mudas de que com o morro que há nele. Para saber se caberia mais mudas ou não, pelos seus cálculos, a parte plana deveria medir mais de 12 metros. João utilizou a fórmula que aprendeu no colégio, a lei dos cossenos, e fez as seguintes medições, encontrando no ângulo ^B, o valor de 135º:



Qual a medida de A à C:(utilize cos 135º = - 0,70).

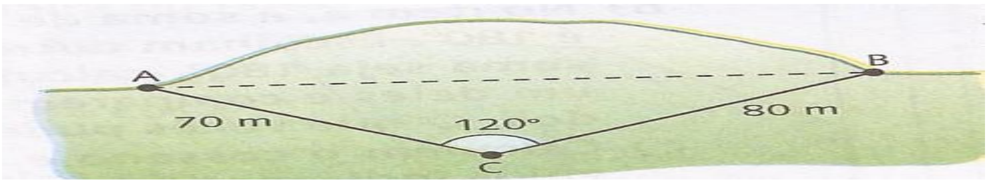
5)Um engenheiro deseja construiu uma ponte chamada Rio - Niterói para que a população da cidade de Niterói possa chegar ao Rio de Janeiro para assistir a Copa. Para essa construção, o engenheiro instalou um teodolito no ponto B a uma distância de 19 quilômetros do ponto A, situado na margem do mar. Depois, mediu os ângulos Â = 105° e C= 45º, conforme a figura. Com base nas medidas feitas pelo engenheiro, determine o comprimento AC da ponte. Dados: sen 105º = 0,965 , sen 30 º = 0,5



a) 13, 3 km b) 10,7 km c) 19 km d)36,67

6)Certa estrada está sendo construída e, em determinado trecho,será construído um túnel em linha reta que atravessa uma montanha.Para isso, um engenheiro, utilizando instrumentos, marcou os pontos A e B, que serão as extremidades do túnel e o ponto C.Depois, mediu os comprimentos AC e BC e o ângulo ACB, como mostra o esquema.

A medida do comprimento desse túnel é:



A) 150 m

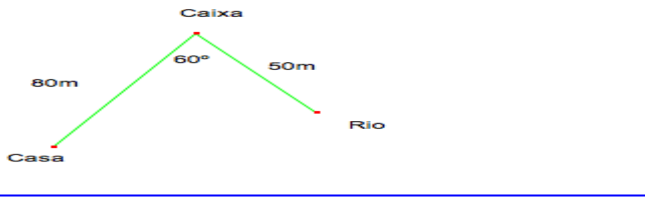
B) 100 m

C) 130 m

D) 16 900 m

E) 5 750

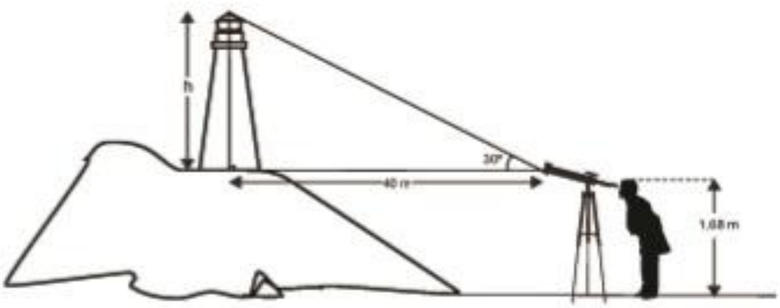
7)Um engenheiro deseja medir a distância entre a sua casa e o rio em que é retirada a água para a sua caixa d'água.



A casa está a 80m de distância da caixa d-água ,e o ângulo formado pelas direções da caixa d-água - bomba e caixa d-água - casa é de 60° . A distância entre a casa do engenheiro e o rio que fornece água para a sua residência é de:

(a) 130 (b) 70 (c) 21,2 (d) 113,6

(M120182ES) Uma pesquisadora observa o brilho de um farol no topo de um morro, conforme mostra o esquema abaixo.



Dados:

$sen\ 30° = \frac{1}{2}$

$cos\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

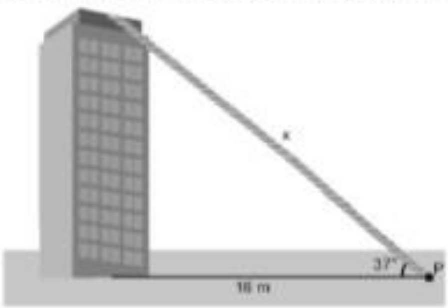
$tg\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\sqrt{3} = 1,73$

Esse farol está localizado a quantos metros de altura, aproximadamente, do solo?

A) 21,68 m
B) 24,75 m
C) 36,32 m
D) 41,68 m
E) 70,96 m

(M110058ES) Um fio foi colocado no alto de um prédio e em um ponto P distante da base 16 metros. O ângulo formado pelo fio e pelo segmento de reta que liga P à base do prédio é 37°, como mostra o desenho abaixo.

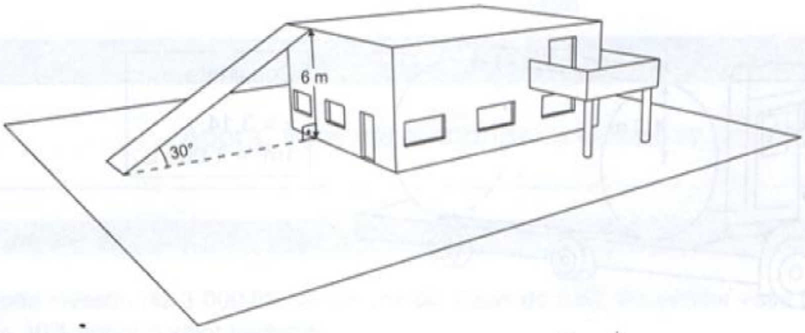


Dados:
sen 37° ≅ 0,6
cos 37° ≅ 0,8
tg 37° ≅ 0,75

Qual é a medida X, em metros, desse fio?

A) 12,8
B) 20,0
C) 21,3
D) 22,1
E) 26,6

Uma rampa de madeira será construída na lateral de uma casa para auxiliar o transporte de materiais utilizados na construção do telhado. O desenho abaixo indica algumas medições feitas para calcular o comprimento dessa rampa.



Dados:

$\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$

$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{tg } 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

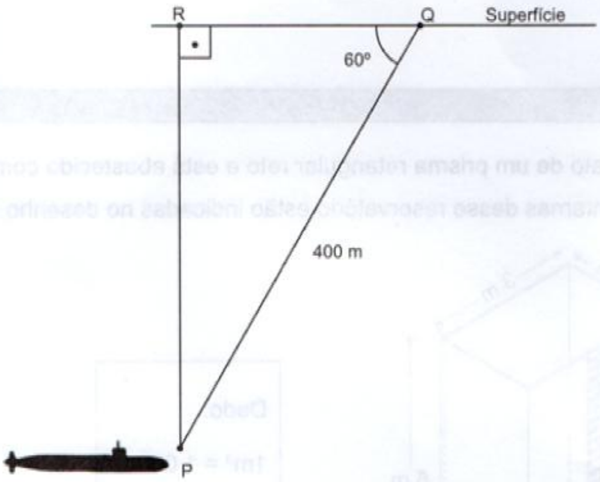
$\sqrt{3} \cong 1{,}73$

Qual é a medida do comprimento dessa rampa?

A) 3,00 m
B) 5,19 m
C) 6,92 m
D) 10,38 m
E) 12,00 m

Questão 4. M110080E4

Um submarino percorreu uma distância $\overline{PQ}$ de 400 metros entre a superfície e o fundo do mar, segundo uma trajetória retilínea que forma um ângulo de 60º com a superfície, como mostra o esquema abaixo.



Dados:

$\text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\text{tg } 60° = \sqrt{3}$

De acordo com esse esquema, qual é a medida da profundidade $\overline{PR}$ alcançada por esse submarino?

A) 200 m

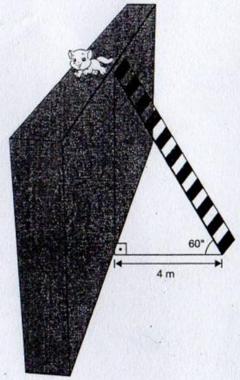
B) $200\sqrt{3}$ m

C) $\frac{800\sqrt{3}}{3}$ m

D) $400\sqrt{3}$ m

E) 800 m

Para resgatar um gatinho, que ficou preso no alto de um muro uma escada é colocada para resgatá-lo conforme o desenho abaixo.

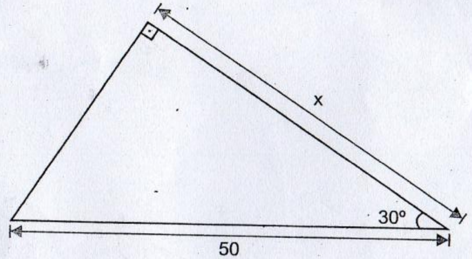


Considere:
sen 60° = 0,8
cos 60° = 0,5
tg 60° = 1,73

Qual é o comprimento dessa escada?

A) 8,0 m
B) 6,9 m
C) 5,0 m
D) 3,2 m
E) 2,0 m

Para resolver um exercício, Clara calculou a medida do lado x do triângulo abaixo.

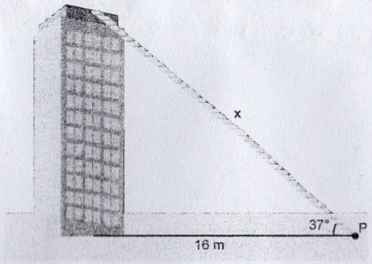


Dados:
$\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$
$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

A medida do lado x desse triângulo é

A) 25
B) $25\sqrt{3}$
C) $\frac{50\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{100\sqrt{3}}{3}$
E) 50

Um fio foi colocado no alto de um prédio e em um ponto P distante da base 16 metros. O ângulo formado pelo fio e pelo segmento de reta que liga P à base do prédio é 37°, como mostra o desenho abaixo.

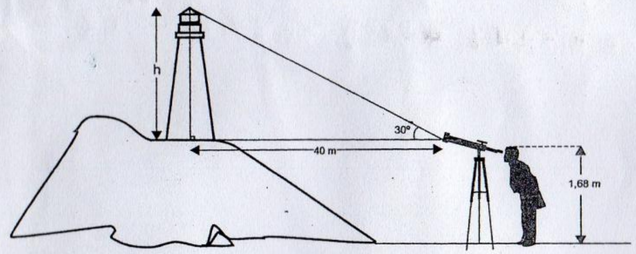


Dados:
sen 37° ≅ 0,6
cos 37° ≅ 0,8
tg 37° ≅ 0,75

Qual é a medida X, em metros, desse fio?

A) 12,8
B) 20,0
C) 21,3
D) 22,1
E) 26,6

Um pesquisador observa um farol no topo de um morro, conforme mostra o esquema abaixo.

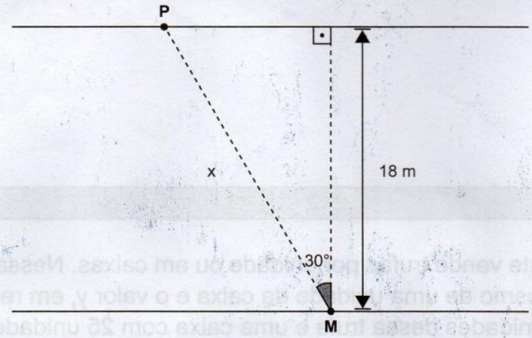


Dados:
$sen\ 30° = \frac{1}{2}$
$cos\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$tg\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\sqrt{3} = 1,73$

Esse farol está localizado a quantos metros de altura, aproximadamente, do solo?

A) 21,68 m
B) 24,75 m
C) 36,32 m
D) 41,68 m
E) 70,96 m

No desenho abaixo, está representada uma avenida de 18 metros de largura. Paulo e Maria estão em lados opostos dessa avenida, nas posições indicadas pelos pontos P e M, respectivamente.

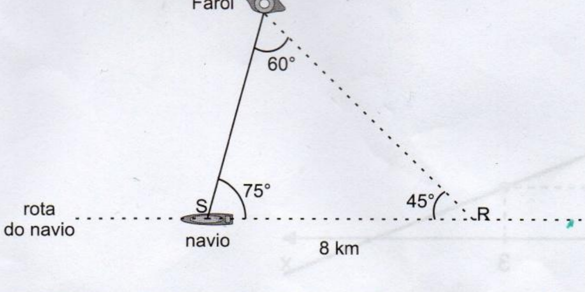


Considere:
sen 30° ≅ 0,5
cos 30° ≅ 0,87
tg 30° ≅ 0,58

Nesse instante, qual é a distância x aproximada entre Paulo e Maria?

A) 10,44 m
B) 15,66 m
C) 20,68 m
D) 31,03 m
E) 36,00 m

Um navio estava navegando em linha reta do ponto R para o ponto S. No ponto R, o comandante desse navio avistou um farol em uma ilha e, com os instrumentos, realizou a medição do ângulo formado entre um segmento imaginário do navio até o farol e um segmento imaginário do navio até o ponto S. Após 8 km nessa mesma rota, o comandante fez uma nova medição e verificou um novo ângulo, conforme desenho abaixo. Com base nessas medições, o comandante encontrou a medida da distância do navio ao farol.

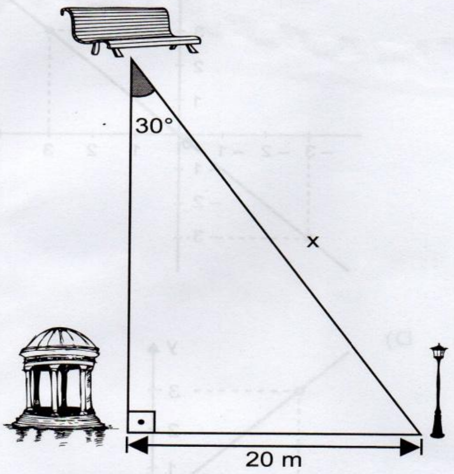


Dados:
sen 45° ≅ 0,70
sen 60° ≅ 0,86
sen 75° ≅ 0,96

Qual é, aproximadamente, a medida da distância do navio ao farol encontrada pelo comandante?

A) 5,77 km
B) 6,51 km
C) 7,16 km
D) 8,93 km
E) 9,82 km

Observe no desenho abaixo a representação das distâncias entre um banco, um coreto e um poste em uma praça localizados em uma cidade.



Considere:
$\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$
$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\text{tg } 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Qual é a distância entre o banco e o poste dessa praça?

A) $2\sqrt{3}$ m

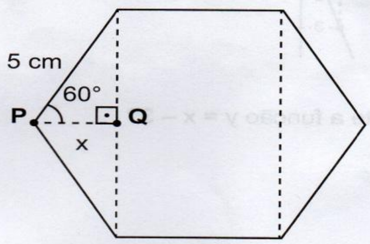
B) 10 m

C) $10\sqrt{3}$ m

D) $\frac{40\sqrt{3}\text{ m}}{3}$

E) 40 m

Para calcular a área de um hexágono regular de lado 5 cm, um estudante dividiu esse hexágono em dois triângulos isósceles idênticos e um retângulo como representado no desenho abaixo.



Dados:
$\text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos 60° = \frac{1}{2}$
$\text{tg } 60° = \sqrt{3}$

A medida x do segmento $\overline{PQ}$ indicada nesse desenho é

A) 2,5 cm

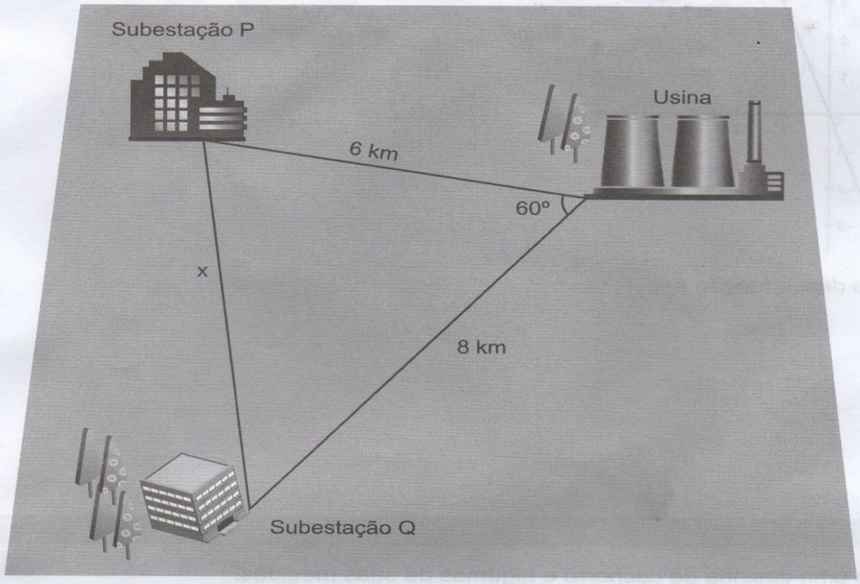
B) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm

C) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm

D) $5\sqrt{3}$ cm

E) 10 cm

Uma usina de energia elétrica transmite energia para duas subestações com distâncias indicadas no desenho abaixo. Para interligar com um cabo as subestações P e Q, é necessário conhecer a distância entre elas.



Considere:

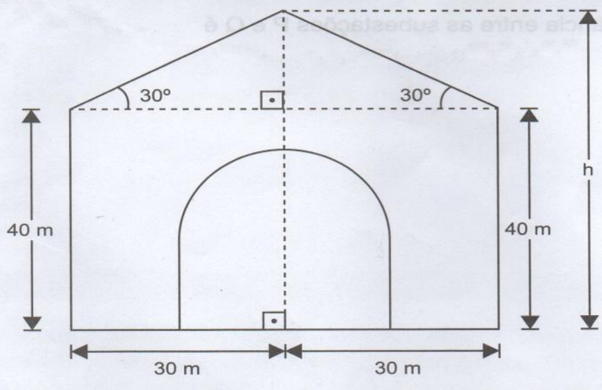
sen 60º = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

cos 60º = $\frac{1}{2}$

De acordo com esse desenho, a distância entre as subestações P e Q é

A) $2\sqrt{13}$ km
B) 10 km
C) $2\sqrt{37}$ km
D) $100 - 48\sqrt{3}$ km
E) 52 km

O desenho abaixo mostra uma casinha de cachorro e algumas de suas medidas.



Considere:
sen 30º ≅ 0,5
cos 30º ≅ 0,87
tg 30º ≅ 0,58

Com base nesse desenho, qual é a medida aproximada da altura h dessa casinha?

A) 55,0 cm
B) 57,4 cm
C) 60,0 cm
D) 66,1 cm
E) 90,0 cm

AVALIAÇÃO

A avaliação deve ser feita em cada atividade. Espera-se que o aluno participe durante todo o processo de modo a desenvolver as competências relacionadas ao tema estudado. Cabe ao professor estipular valores quantitativos as atividades.

A atividade exercícios será uma avaliação pontuada que será feita em dupla. São questões relacionadas com os descritores do SAERJINHO em relação a este tema.

Haverá também uma avaliação individual para resolver problemas relacionados ao cotidiano envolvendo o estudo das razões trigonométricas.

APRENDIZAGEM AO LONGO DA VIDA

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS– Razões Trigonométricas – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1° ano do Ensino Médio – 2° bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acesso em 20/05/2013.

Endereços eletrônicos acessados de 15/05/2013 a 25/05/2013:
<http://petrofutofpretarefatrigonometria.blogspot.com.br/2012_02_01_archive.html>

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Trigonometria>

<http://www1.dnit.gov.br/rodovias/distancias/distancias.asp>

<http://www.brasilescola.com/matematica/lei-coseno.htm>

<http://www.educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/construindo-um-teodolito.htm>

<http://www.infoescola.com/trigonometria/lei-dos-senos-e-dos-cossenos/>

<http://www.suapesquisa.com/copadomundo2014/>

<http://www.webquestbrasil.org/criador/webquest/soporte_derecha_w.php?id_actividad=14306&id_pagina=1>

<http://www.webquestbrasil.org/criador/webquest/soporte_derecha_w.php?id_actividad=14600&id_pagina=2>