FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ

MATEMÁTICA 1º ANO – 2º BIMESTRE/2013

PLANO DE TRABALHO 2

Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo

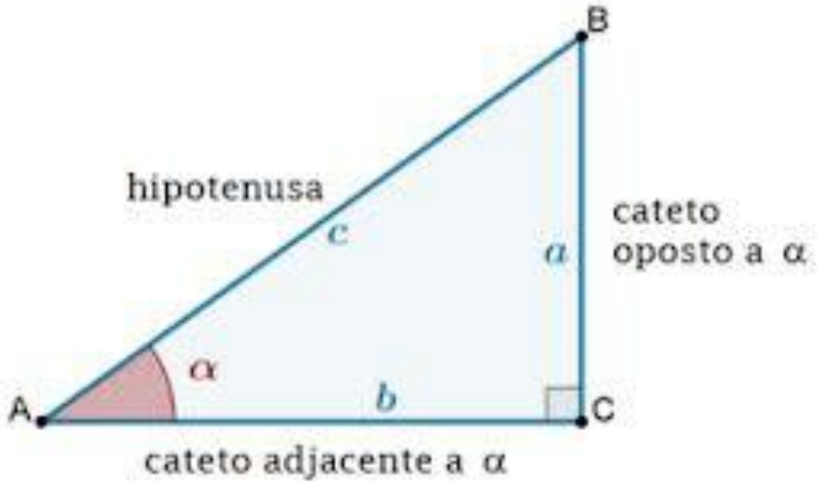


Imagem:http://wikiciencias .casadasciencias.org/index.php/Rela%C3%A7%C3%B5es_trigonom%C3%A9tricas_num_tri%C3%A2ngulo_ret%C3%A2ngulo

CURSISTA: ZUDILEIDY CAMARA SIAS SARAIVA

GRUPO: 02

TUTOR: ANALIA MARIA FERREIRA FREITAS

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo abordar alguns assuntos relacionados a Razões trigonométricas no triângulo retângulo, levando em consideração a turma do 1º ano, 1001 Curso Geral/Ensino Médio, do C.E.Geraque Collet, Pureza, São Fidélis/RJ.

Este trabalho terá abordagem conceitual de uma metodologia baseada na resolução de problemas. O principal objetivo desta metodologia é focar a melhoria do aprendizado dos alunos através de atividades atrativas.

Normalmente os alunos têm certa dificuldade em assimilar alguns conteúdos, por isso utilizarei situações próximas do cotidiano dos mesmos, a fim de que eles se interessem pelo assunto, aprendam de forma significativa e prazerosa.

Utilizarei, para aplicação deste plano de trabalho, seis tempos de cinquenta minutos cada, tais tempos serão suficientes para o desenvolvimento dos conteúdos e à avaliação de aprendizagem, que ocorrerá durante todo o processo.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE I

- **<u>HABILIDADE RELACIONADA</u>**: H14 – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.
  H21 – Utilizar relações métricas no triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
- **<u>PRÉ-REQUISITOS</u>**: Geometria do triângulo retângulo.
- **<u>TEMPO DE DURAÇÃO</u>**: 200 minutos.
- **<u>RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS</u>:** Projetor multimídia, notebook do professor, papel cartão; Régua; Transferidor; Tesoura; Calculadora; Canudo; Fita adesiva; Peso (para o fio de prumo); Linha de costura (ou barbante); Fita métrica ou trena.
- **<u>ORGANIZAÇÃO DA TURMA:</u>** Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **<u>OBJETIVOS:</u>** Introduzir o estudo das razões trigonométricas, utilizando a geometria para resolução de uma situação problema que envolva medição;
- **<u>METODOLOGIA ADOTADA</u>:** Abordar os tópicos descritos abaixo.

Apresentação do vídeo Matemática em toda parte (Série de doze episódios que, a partir de atividades sugeridas pelo professor Bigode, mostra a presença de importantes conceitos matemáticos em nosso dia a dia) - episódio matemática no parque, disponível em <http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com_zoo&view=item&item_id=2356>. Neste episódio eles exploram as formas das esculturas do parque, medem a altura das árvores sem subir nelas e falam sobre história da Matemática. Posteriormente, abordar os tópicos descritos abaixo.

Estudo das razões trigonométricas

Parte I

1) Apresentar o vídeo “Matemática no Parque”.

2) Reforçar, no quadro, as razões trigonométricas.

3) Oferecer uma atividade com problemas simples envolvendo trigonometria.

4) Propor a eles um desafio: como medir a altura da escola, a partir do pátio? *Na segunda parte esta questão será retomada.*

Questões para discussão

Os alunos separados em grupos, discutir as questões propostas abaixo:

1) O estudo da forma e a questão habitacional.

2) Formas da natureza. Como a Matemática aparece nas formas de animais, plantas e rochas?

3) Construção civil: dos prédios às pontes.

4) Forma e Lazer. Espaços públicos naturais e a qualidade de vida.

Parte II

Nesta atividade buscamos levar o aluno a importância que as relações trigonométricas desempenham nas medidas indiretas de distâncias. Para isso sugerimos a construção de um teodolito improvisado. Utilizarei aqui as sugestões do Roteiro de Ação 2 – Falta muito? É longe?

ROTEIRO DE AÇÃO 2 – Falta muito? É longe?- Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/

Você sabe qual é a distância da Terra ao Sol? Como terá sido medida essa distância?

A preocupação em medir distâncias acompanha o homem da antiguidade até os dias de hoje. Calcular pequenas distâncias é um problema de fácil solução. Mas muitos problemas interessantes envolvem a medida de distâncias inacessíveis.

Sejam estas medidas acessíveis ou inacessíveis, praticamente todas, podem ser obtidas com o auxílio da trigonometria. Na essência, o problema que está presente em quase todas as situações é a resolução de um triângulo.

Você seria capaz de fornecer exemplos de instrumentos de medidas?

Esta pergunta servirá como uma forma de valorização do conhecimento de nossos alunos. Através da resposta, você poderá ter ideia dos instrumentos de medida conhecidos por eles e é uma boa forma de incentivá-los a participar da atividade. O professor também deve participar desse levantamento, contribuindo com itens não indicados pelos alunos, mas que sejam também essenciais ao encaminhamento da atividade proposta, como, por exemplo, o teodolito;

1. Cite quais grandezas são possíveis de serem medidas com os instrumentos citados?

   Após a realização das discussões sobre os instrumentos de medida, você pode propor uma situação problema com o objetivo de motivar e despertar para a necessidade da utilização de um instrumento adequado na obtenção indireta de uma grandeza. Observe a pergunta 3.

2. Imagine se o instrumento de medida citado pode ser usado para determinar as seguintes medidas: distância entre dois planetas, espessura de um fio de cabelo, altura do Morro do Pão de Açúcar, distância de uma margem a outra da Baía de Guanabara, largura do rio Paraíba do Sul.

   É importante destacar também que, nem sempre a medida de uma grandeza é realizada de forma direta, mas também indiretamente, como vamos mostrar na situação-problema apresentada a seguir.

3. Suponha que você deseja saber a distância do planeta Terra ao Sol. Como poderemos fazer isso? Quais são os instrumentos mais adequados? Quais são as dificuldades? Discuta com seus colegas.

   Provavelmente, os alunos vão sugerir vários métodos e modos, desde a utilização de uma fita métrica até fotografias de satélites. Discuta a dificuldade existente em se obter essa medida diretamente, tanto em função da inexistência de um equipamento que a fizesse de maneira imediata quanto pela impossibilidade de estar no Sol.

4. Você conhece o teodolito? Para que ele serve?

A palavra teodolito tem origem grega e significa theáomai (olhar) + dolichós (longe). O teodolito é um instrumento óptico destinado a medir ângulos horizontais e verticais, bem como determinar distâncias e alturas. É muito usado para realizar medidas indiretas de grandes distâncias, alturas e curvas de nível, principalmente por engenheiros, arquitetos e outros profissionais e técnicos na construção de estradas, demarcação de grandes extensões de terras ou largura de rios, por exemplo. Existem teodolitos para diversos tipos de usos, precisões e alcances.

O funcionamento do Teodolito baseia-se em conceitos de Trigonometria. As figuras abaixo mostram um pouco desse importante instrumento de medida de distâncias inalcançáveis:

No site http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Experimentos/ExperimentosM3Matematica/a_altura_da_arvore/, existe um guia para construção de um destes teodolitos improvisados. Vamos ver como é?

Para construção do teodolito improvisado (ou ainda, do medidor de ângulos), devemos seguir os seguintes passos:

Passo 1. Recorte um pedaço (20 cm × 10 cm) do papel cartão. Ele será a base do seu teodolito.

Passo2. Fixe o transferidor neste pedaço de papel usando a fita transparente, como vemos na figura, dando destaque ao segmento de reta que passa pela marca do ângulo de 90°, como na figura a seguir.

Passo 3. Agora precisamos prender o canudo com o barbante e o peso no transferidor. Tenha bastante atenção para que o canudo coincida com a linha de fé do transferidor (a linha que passa pelo 0° e pelo 180°), e o barbante já deverá estar preso ao canudo (amarrado) de maneira que o nó coincida com o centro do transferidor. As figuras abaixo ilustram isso.

De posse do nosso medidor de ângulos, que tal medirmos a altura de algo inacessível na escola? Procure na escola alturas difíceis de serem medidas, como a do telhado, da cobertura da quadra, do segundo pavimento, de uma árvore ou de uma torre de transmissão de celular, por exemplo.

5. Que altura você vai medir?

Solicitar que eles façam a medição da altura da escola.

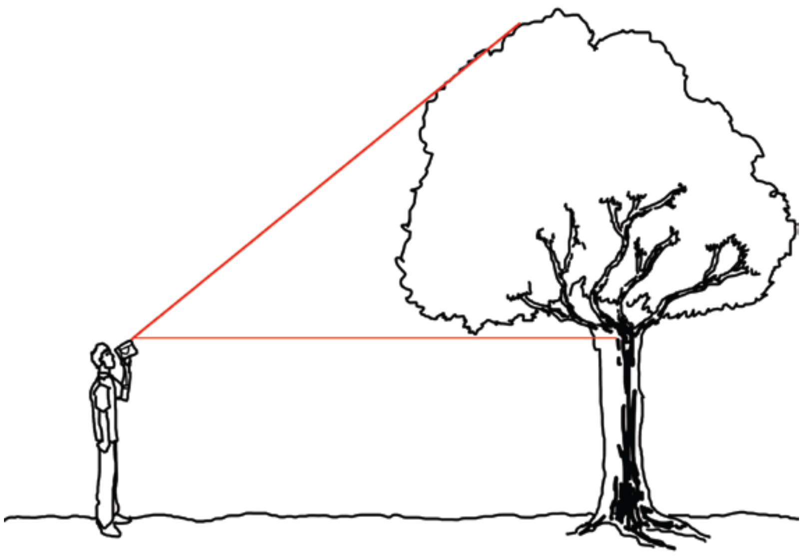
6. Agora que você escolheu que altura deseja medir, posicione-se a uma distância conhecida do objeto cuja altura você vai determinar (você pode medir antes a distância). A que distância você está do objeto cuja altura você pretende verificar?

Uma boa ideia é que escolhido o objeto do qual se vai verificar a altura, o aluno posicione-se a uma determinada distância, previamente estabelecida, do objeto em questão.

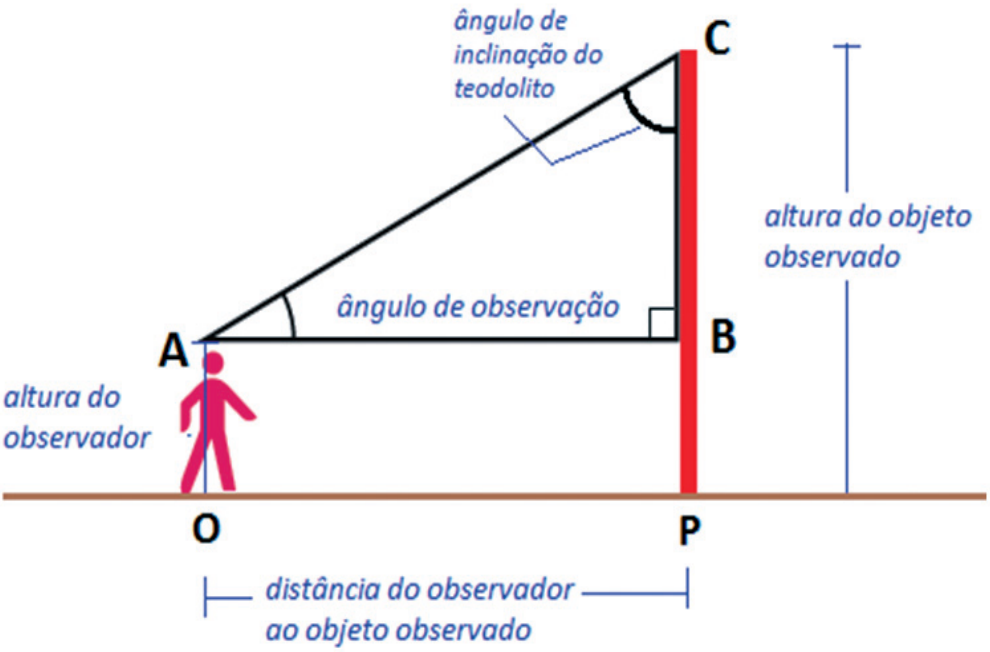
7. Leve o seu teodolito à altura dos seus olhos e observe, através do canudo, o topo do objeto do qual você pretende determinar a altura. Peça a um colega que olhe no seu teodolito, enquanto você observa pelo canudo o topo do seu objeto, qual a menor indicação para a medida do ângulo do barbante no transferidor. Qual foi o ângulo que o seu colega viu?

Sugira a seus alunos que melhorem a precisão da medida do ângulo de observação efetuando várias medidas diferentes do ângulo e fazendo a média aritmética ou a moda depois, mas sempre no mesmo ponto de observação, para que a distância do observador ao objeto seja sempre a mesma e que não influencie na medida encontrada para o ângulo.

8. A imagem abaixo mostra a realização deste experimento, onde o objeto cuja altura está sendo determinada é uma árvore.



Correlacione essa imagem com o que você fez e com o ângulo lido pelo seu colega. Se chamarmos de “ângulo de observação” ao ângulo BÂC do esquema abaixo, qual a sua medida? Quanto medem ainda a distância do observador (você) ao objeto observado e a altura do observador (a sua própria altura)?



É importante observar com os alunos que a leitura do teodolito não corresponde imediatamente ao ângulo de observação, mas sim ao ângulo de inclinação do canudo do teodolito construído. Geometricamente, esse ângulo de inclinação e o ângulo de observação são complementares por essa razão ele não deve ser usado de maneira imediata, salvo se for considerado no outro ângulo agudo do triângulo retângulo que representa essa situação (ângulo ACB).

9. Use agora os seus conhecimentos sobre razões trigonométricas para determinar a altura do objeto que você observou pelo teodolito. Mas lembre-se: o segmento BC indicado no esquema acima representa apenas uma parte da altura procurada. A altura total será o resultado da soma da medida do segmento BC com a sua própria altura, certo? Mãos à obra!

Neste momento, seu aluno deverá identificar qual a razão trigonométrica mais adequada para resolver este problema, que no caso é a tangente (porque não conhecemos nada sobre a medida da hipotenusa, nem desejamos conhecer).

A vivência do experimento é fundamental para que o aluno possa relacionar a utilização das razões trigonométricas com a possibilidade de medir distâncias inalcançáveis. Esclarecer também sobre o desenvolvimento de um instrumento de medida tão amplamente utilizado e que se baseia em uma atividade tão simples também traz mais corpo ao estudo desta área.

ATIVIDADE II

- **DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos
- **ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática
- **ASSUNTO:** Lei dos senos e Lei dos cossenos.
- **OBJETIVOS:** Resolver problemas significativos usando, quando necessário, a Lei dos senos ou Lei dos cossenos.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Geometria do triângulo.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Projetor multimídia, notebook do professor, folha de atividade, lápis.
- **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Duplas, propiciando o trabalho organizado e colaborativo.
- **DESCRITORES ASSOCIADOS:**

H12 – Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60° graus)

H13–Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos.

- **METODOLOGIA ADOTADA:** Apresentar os vídeos Telecurso 2000, “A Lei dos Cossenos” e “Lei dos Senos”, fazer uma breve explanação no quadro sobre o que foi visto e depois propôs as atividades que seguem:

LEI DOS SENOS E COSSENOS

TELE AULA TELECURSO 2000, aula nº 42. Disponível em < http://www.youtube.com/watch?v=v5_CXEI4TLs>. Acesso em 10mai.2013.

TELE AULA TELECURSO 2000, aula nº 43. Disponível em < http://www.youtube.com/watch?v=-rSvHD1DYXo >. Acesso em 10mai.2013.

Atividades propostas

Disponível em <http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/downloads/cm/cm_11_10_1S_2.pdf> acesso em 15mai.2013.

1. As ruas Alves e Eloi Teixeira se cruzam formando um ângulo 45^o. A locadora Bom Filme encontra-se na rua Eloi Teixeira a 1500 metros do cruzamento destas ruas. Determine a distância entre a Locadora e a rua Alves.

Solução: tg 45^o = 1

Logo 1 = x/1500, daí a distância é igual a 1500 metros.

2. Pedro quer construir uma escada para subir na laje da sua casa, Ele pretende colocar paralelamente duas peças de madeira e depois prender os degraus, sabendo que a altura da casa é 4 metros e que a escada ficará a um ângulo de 60^o, qual a medida mínima que Pedro deve comprar cada peça de madeira?

Solução: cos 60^o = 4/x, logo 1/2 = 4/x, segue que x = 8 metros.

3. Num triângulo, dois lados medem 10 m e 7 m e formam entre si um ângulo de 600. Calcule a medida do terceiro lado.

Solução: Aproximadamente 8,888 metros.

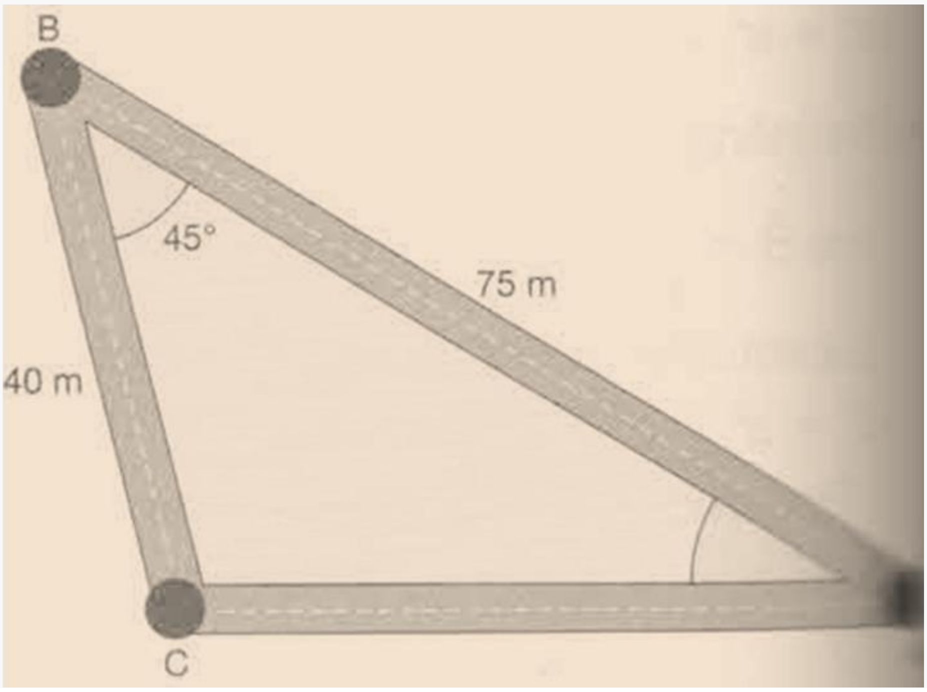
4. (UFPR) Num triângulo ABC o ângulo Â=300 é oposto ao lado a=15 cm. Sabendo que senB + senC = 4/3, calcular, em cm, o perímetro do triângulo.

Solução: Aplicando a lei dos senos, encontraremos b+c= 40 cm. O perímetro é a soma dos lados, então a + b + c, 15 + 40 = 55.

Resposta: 55 cm.

5. (Questão elaborada para o fórum temático 3). O esquema abaixo mostra três ruas que se cruzam, duas a duas, nos pontos conforme se pode observar. Eduardo Barboza, aluno do 1°ano, mora numa casa (ponto A) que fica próxima ao C.E. Geraque Collet (ponto B), onde estuda. Todos os dias, pela manhã antes de ir para o colégio ele passa pela padaria (ponto C) para comprar um lanche.

Pergunta-se: Quantos metros Eduardo Barboza percorre, aproximadamente, até chegar ao colégio, passando pela padaria? Considere cos 45° = 0,71 e sen 45° = 0,71.



A) 2965 metros

B) 54,5 metros

C) 94,5 metros

D) 53,25 metros

Solução: O aluno aplicando a lei dos cossenos no triângulo chega ao resultado aproximado 54,5 metros e posteriormente soma 40 metros, o que corresponde ao total de 94,5 metros.

AVALIAÇÃO

O plano de trabalho proposto foi dividido em duas etapas. Na primeira etapa os alunos assistiram ao vídeo Matemática no Parque, do Professor Bigode. Eles comentaram que nunca tinham parado para pensar o quanto de Matemática existe em um parque, eles gostaram muito do que viram e após a aplicação da parte 1 da primeira etapa, trabalhei com o ROTEIRO DE AÇÃO 2 – Falta muito? É longe?- Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012. Os alunos construíram teodolitos e fizeram a medição da altura de nossa escola.

Na segunda etapa, apresentei os vídeos do Telecurso 2000, aulas 42 e 43, Lei dos Cossenos e Lei dos Senos. Feito isso, discutimos o que foi abordado no vídeo e fiz uma breve explanação do quadro com o intuito de amarrar as ideias. Após este momento, os alunos foram divididos em duplas para resolver as atividades propostas.

Quanto à avaliação, assim como no primeiro plano de trabalho, ela acorreu durante todo o processo. Desde a aplicação da primeira atividade até a última, realizada através da observação direta levando em consideração o desenvolvimento e a participação dos alunos durante a realização das atividades propostas.

Os resultados foram bem satisfatórios, apesar de alguns alunos acharem a fórmula da Lei dos Cossenos um pouco grande, todos realizaram as atividades com entusiasmo. Os objetivos propostos foram alcançados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIRO DE AÇÃO 2 – Falta muito? É longe?- Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/

TELE AULA TELECURSO 2000, aula nº 42. Disponível em < http://www.youtube.com/watch?v=v5_CXEI4TLs>. Acesso em 10mai.2013.

TELE AULA TELECURSO 2000, aula nº 43. Disponível em < http://www.youtube.com/watch?v=-rSvHD1DYXo >. Acesso em 10mai.2013.

<http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/downloads/cm/cm_11_10_1S_2.pdf> acesso em 15mai.2013.

<http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com_zoo&view=item&item_id=2356>. Acesso *em 01nov.12*

<http://wikiciencias.casadasciencias.org/index.php/Rela%C3%A7%C3%B5es_trigonom%C3%A9tricas_num_tri%C3%A2ngulo_ret%C3%A2ngulo> acesso em 15mai.2013.