FÁTIMA HELENA COSTA DIAS

e-mail institucional: fhelena@educacao.rj.gov.br

MATEMÁTICA NA ESCOLA, 2ª SÉRIE, 2º BIMESTRE

Tutor: Daiana da Silva Leite

Grupo: 05

Tarefa 4

- Duração Prevista: 290 minutos, distribuídos em duas atividades de 100 minutos e uma tarefa avaliativa de 90 minutos
- Área de conhecimento: Matemática
- Assunto: Geometria Espacial – Prismas e Cilindros
- Objetivo: Manipular e reconhecer prismas e cilindros, sua área, área total e volume, através de suas características
- Pré-Requisitos: Figuras Geométricas Planas
- Material Necessário: Folha de atividades, tesoura, cola, projetor multimídia .
- Organização da Classe: Turma disposta em grupo de 02 alunos, de forma a proporcionar um trabalho participativo e colaborativo.

PRISMAS

1. INTRODUÇÃO

Vídeo sobre "ABELHAS MATEMÁTICAS", onde a natureza sugere a presença da matemática. Trata-se de uma curiosidade das abelhas ao construírem os alvéolos em forma de prisma hexagonal.

1.1 Atividade Introdutória

- Duração Prevista: 100 minutos Área de conhecimento: Matemática
- Assunto: Geometria Espacial – Prismas e Cilindros
- Objetivo: Manipular e reconhecer prismas e cilindros
- Pré-Requisitos: Figuras Geométricas Planas
- Material Necessário: Folha de atividades, tesoura, cola, projetor multimídia .
- Organização da Classe: Turma disposta em grupo de 02 alunos, de forma a proporcionar um trabalho participativo e colaborativo.

No estudo de Prisma e Cilindro, usamos primeiramente conhecer o que é este sólido de maneira concreta: Construiremos através da planificação estes sólidos geométricos. O professor distribuirá os anexos a cada aluno de forma a proporcionar a construção dos sólidos geométricos de maneira individual.

1) Agora você irá construir alguns sólidos geométricos. Para isso, colocamos ao final (anexos) desta atividade três planificações para a montagem.

2) Destaque as folhas em anexo, no final desta atividade, recorte nas linhas externas e dobre todas as outras.

3) Depois que estiver tudo dobrado corretamente, passe cola apenas nas abas em branco e cole por dentro das faces.

4) Tanto os cilindros quanto os primas são classificados de acordo com sua base. Exemplo:

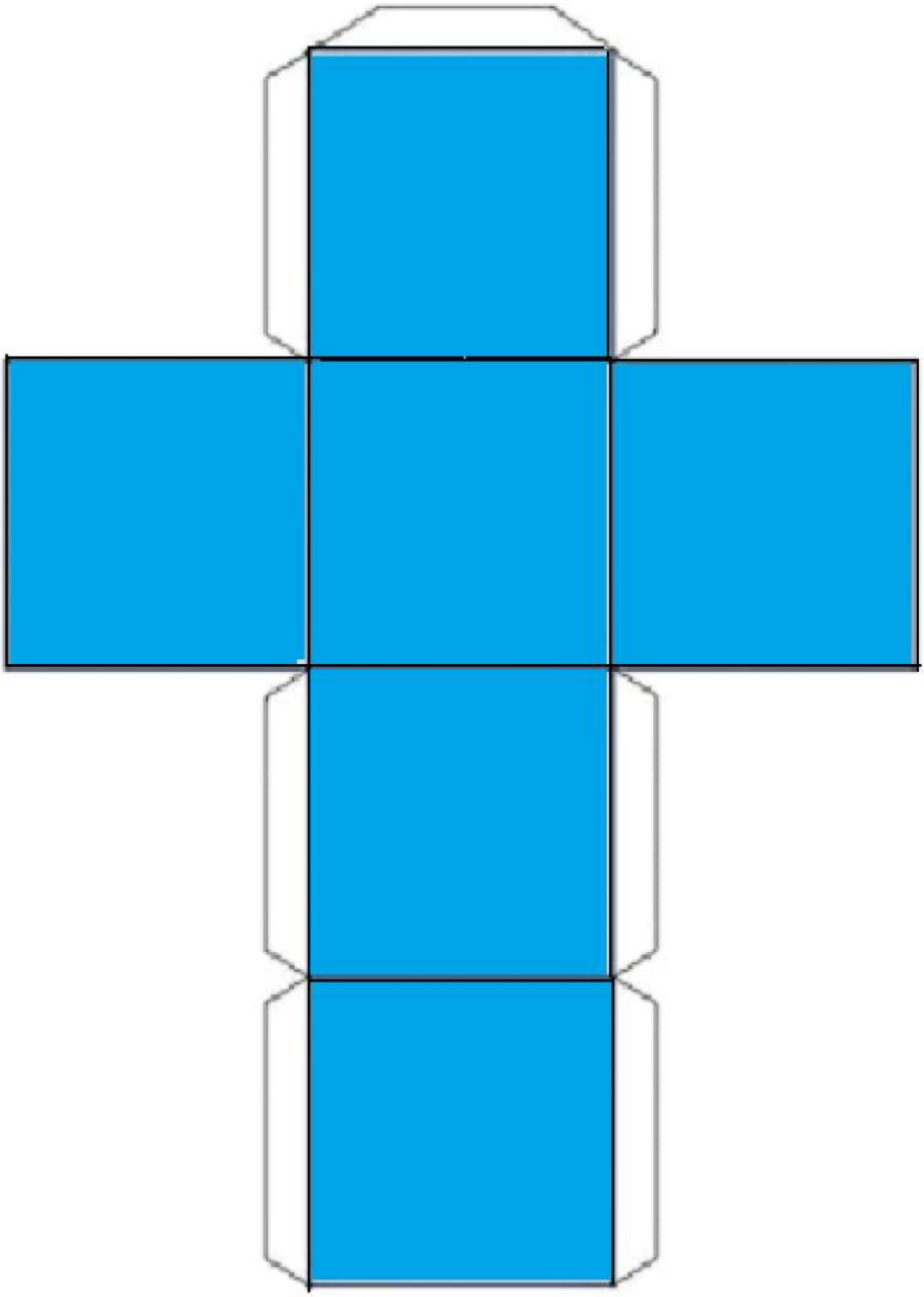
   - Prisma triangular (possui base triangular);
   - Prisma retangular ou paralelepípedo (tem como base um retângulo);
   - Paralelepípedo reto-retângulo (todas as faces são retangulares);
   - Prisma hexagonal (possui um hexágono na base);
   - Cilindro circular (a base é um círculo);

   Nomeie os prismas e cilindros que vocês possuem de acordo com essa classificação.

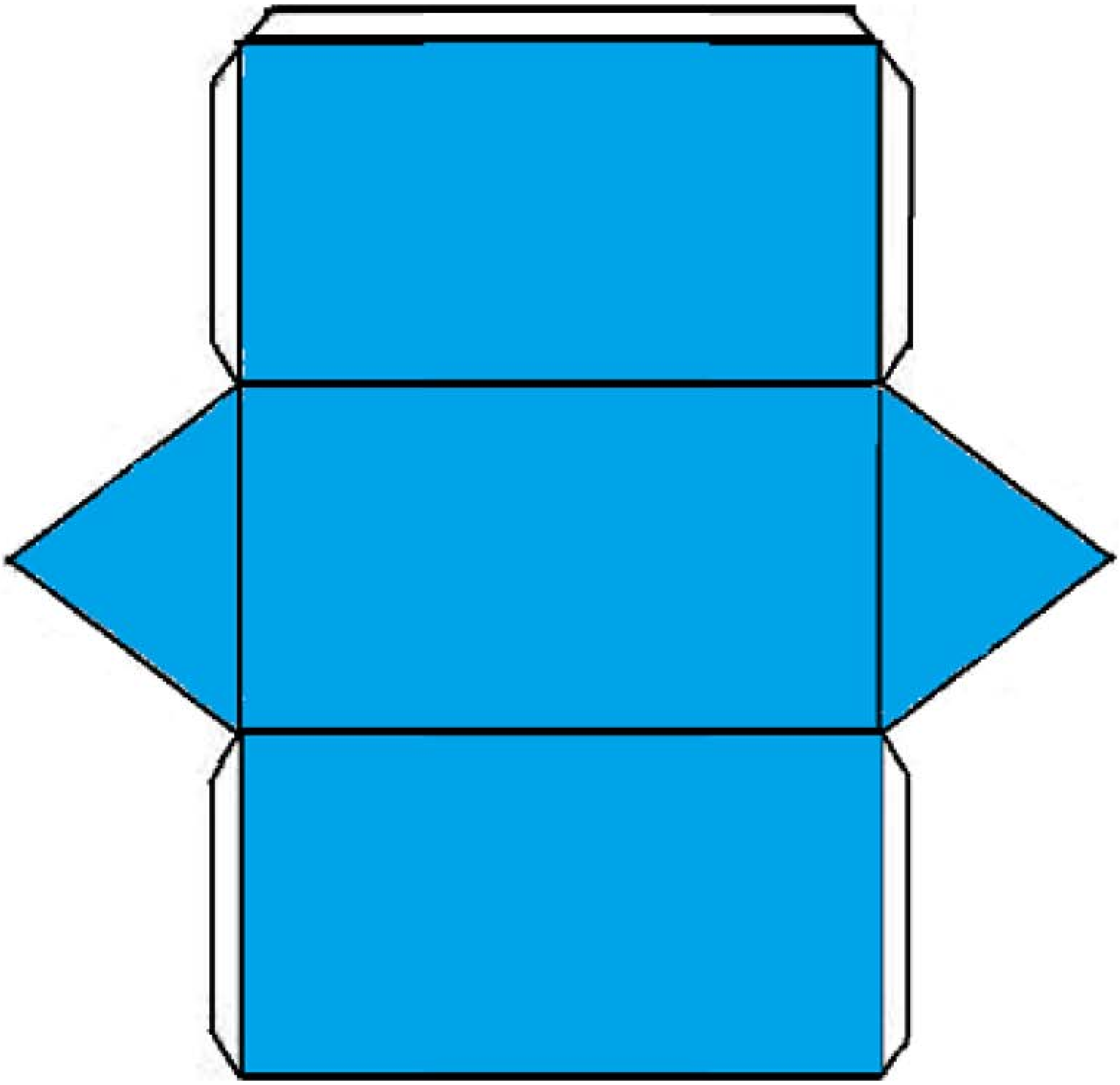
5) Observe o cubo. Ele é um prisma? Em caso afirmativo, podemos encaixá-lo em qual das classificações já citadas?

6) Observe, agora, o cubo e o paralelepípedo reto-retângulo. Ambos são paralelepípedos, correto? Mas qual é a diferença entre eles?

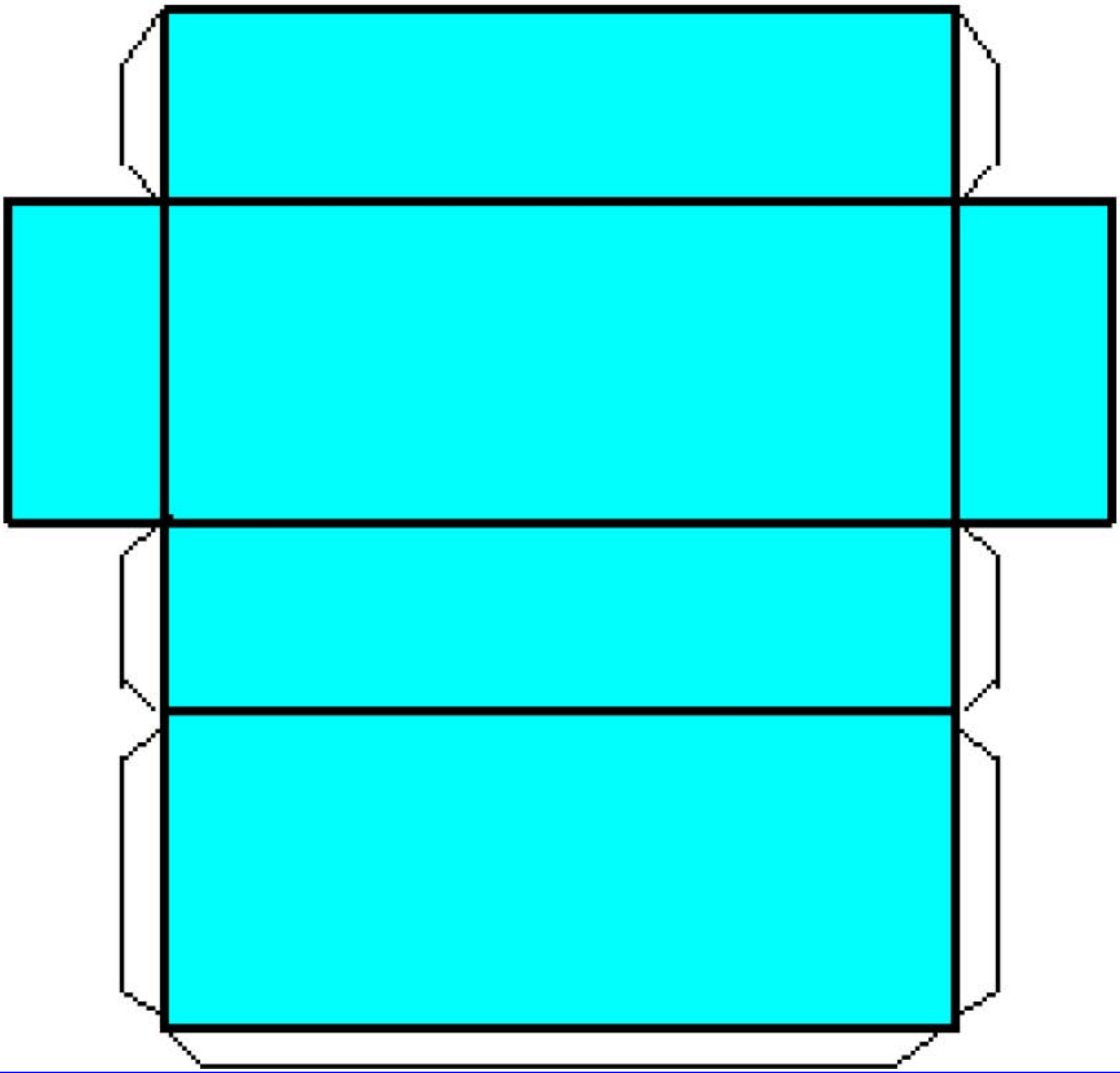
Anexo I



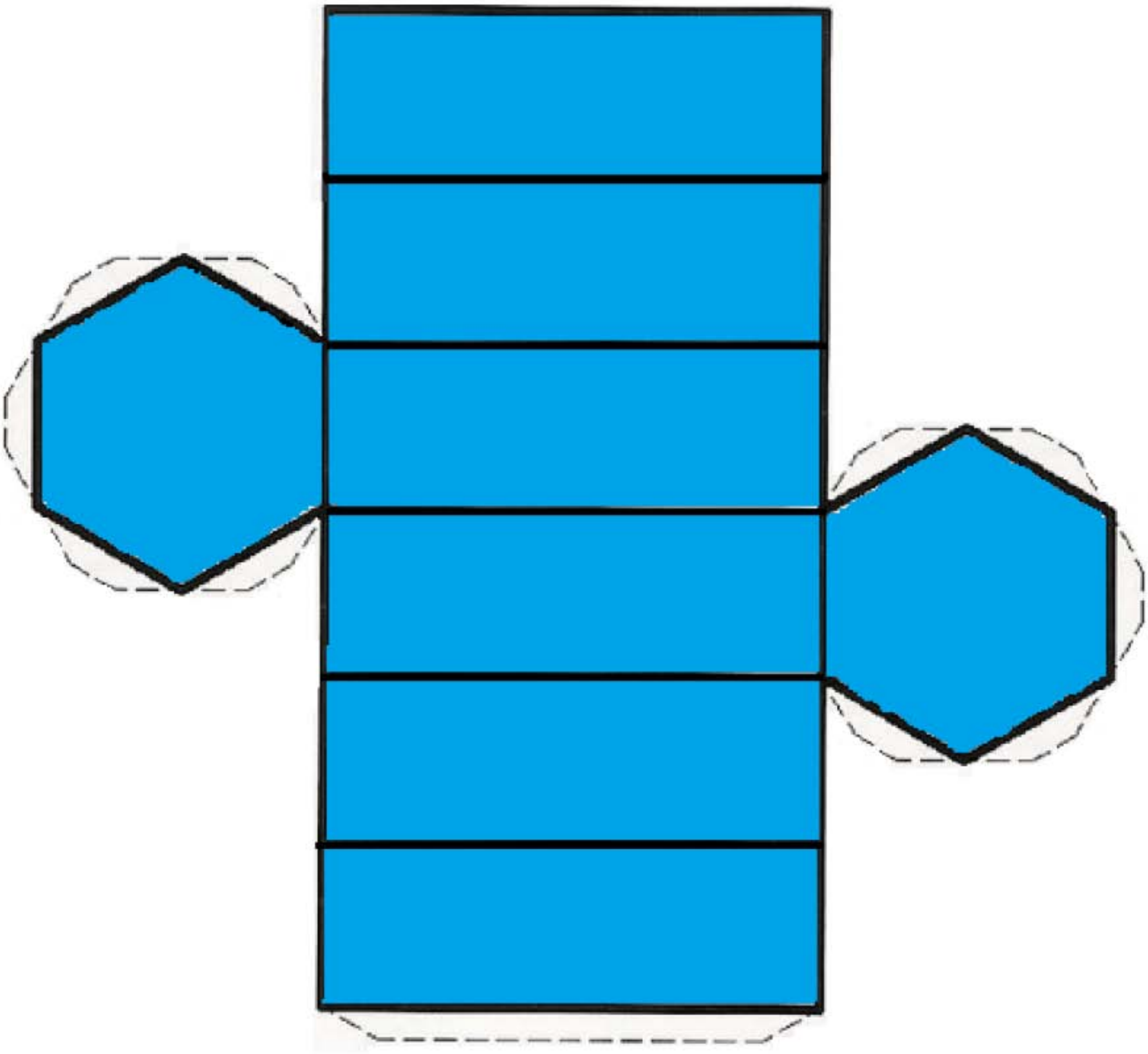
Anexo II



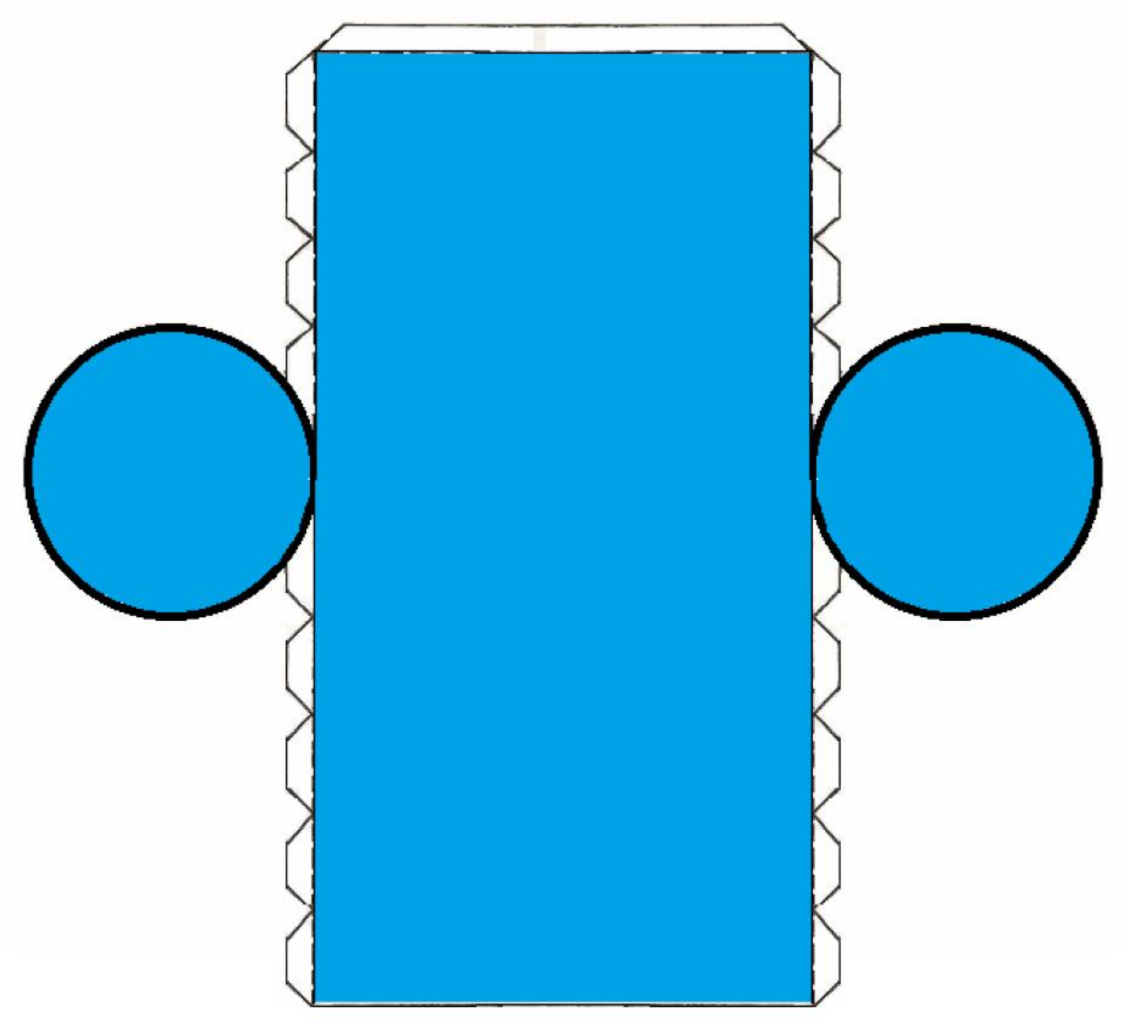
Anexo III



Anexo IV



Anexo V



2. DESENVOLVIMENTO

- Duração Prevista: 100 minutos
- Área de conhecimento: Matemática
- Assunto: Geometria Espacial – Prismas e Cilindros
- Objetivo: Reconhecer prismas e cilindros, sua área, área total e volume, através de suas características
- Pré-Requisitos: Figuras Geométricas Planas
- Material Necessário: projetor multimídia e caderno para anotações
- Organização da Classe: Turma disposta em grupo de 02 alunos, de forma a proporcionar um trabalho participativo e colaborativo.

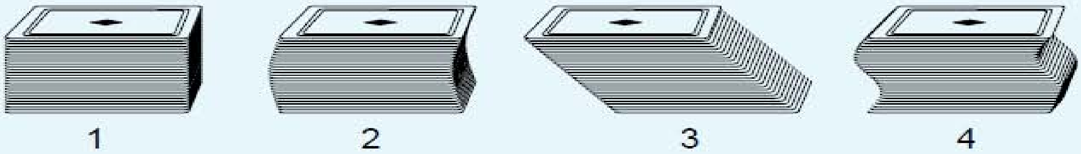
2.1 Um pouco de história

A preocupação com o cálculo de volumes é bastante antiga. Há milhares de anos a civilização egípcia já conhecia alguns processos para esse cálculo. Os habitantes da Grécia Antiga aprimoraram esses processos e desenvolveram outros. Destaca-se o trabalho do matemático e físico Arquimedes, que viveu no séculoIII a.C. Desenvolvendo raciocínios bastante criativos, Arquimedes mostrou como calcular o volume de diversas figuras geométricas. Conta-se que, enquanto tomava banho, constatou que a água subia quando ele mergulhava. Essa quantidade de água que subia era seu volume.

Veja como obter o volume de um sólido qualquer, como uma pedra, uma fruta, um legume etc. usando ‘**o princípio de Arquimedes ‘**. A diferença entre os dois resultados é o volume do sólido.

A pilha entorta e o volume se mantém

Para compreender as idéias de Cavalieri (matemático italiano que viveu na Itália no século XVII), vamos imaginar uma pilha formada com as cartas de quatro ou cinco jogos de baralho. Podemos formar pilhas de várias formas, que tenham a mesma base e a mesma altura.



Partindo de qualquer uma das pilhas, podemos raciocinar assim: o volume da pilha é a soma dos volumes das cartas e, como as cartas são as mesmas, as pilhas têm o mesmo volume, apesar de terem formas diferentes.

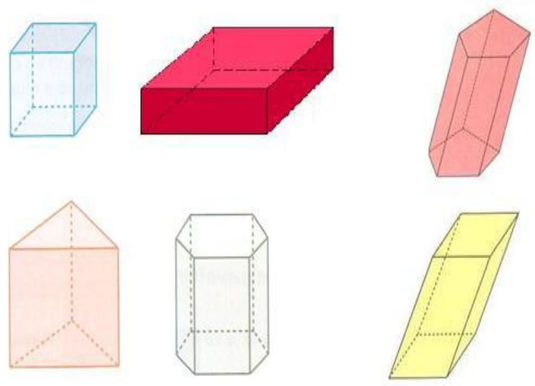
A primeira pilha tem a forma de um bloco retangular (ou paralelepípedo retângulo). É um sólido delimitado por seis retângulos; as faces opostas são retângulos idênticos. A terceira pilha tem a forma de um paralelepípedo oblíquo: suas bases são retângulos, mas suas faces laterais são paralelogramos. Da pilha 1 para a pilha 3 houve mudança de forma, mas o volume permaneceu inalterado. Como os paralelepípedos das pilhas 1 e 3 têm a mesma base, a mesma altura e o mesmo volume, e como o volume do paralelepípedo da pilha 1 é igual ao produto da área da sua base pela sua altura, concluímos que o volume do paralelepípedo da pilha 3 também é igual ao produto da área da sua base pela sua altura.

Desse modo, conseguimos calcular o volume de um paralelepípedo oblíquo, que não pode ser decomposto em cubinhos unitários. O cálculo do volume desse sólido ilustra a idéia central de Cavalieri, já trabalhada por Arquimedes. Essa idéia consiste em imaginar um sólido decomposto em camadas muito finas, como as cartas de um baralho. Se dois sólidos forem constituídos por camadas iguais, de mesma área e de mesma espessura, então seus volumes são iguais.

(Fonte: Telecurso 2º grau 6ª ed. 1989 - FRM. Aula 64, pág. 423)

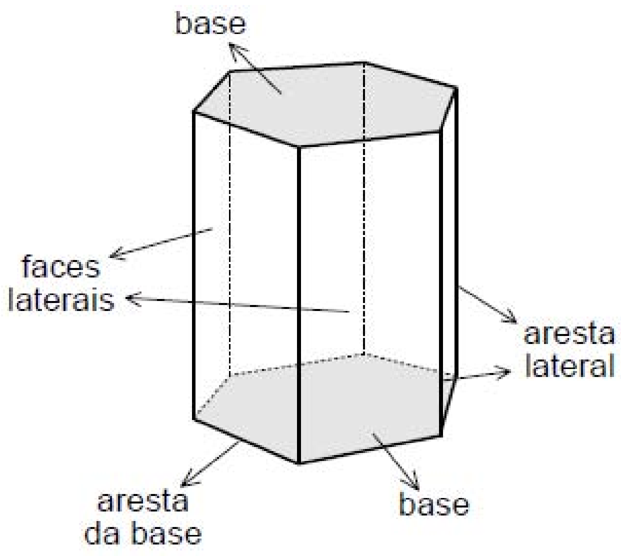
2.2 Definição de Prima

Um prisma é um poliedro convexo que possui duas faces paralelas, formadas por polígonos convexos congruentes (iguais) – chamadas de bases – e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por retângulos (no caso do prisma ser reto) ou paralelogramos (nos prismas oblíquos).



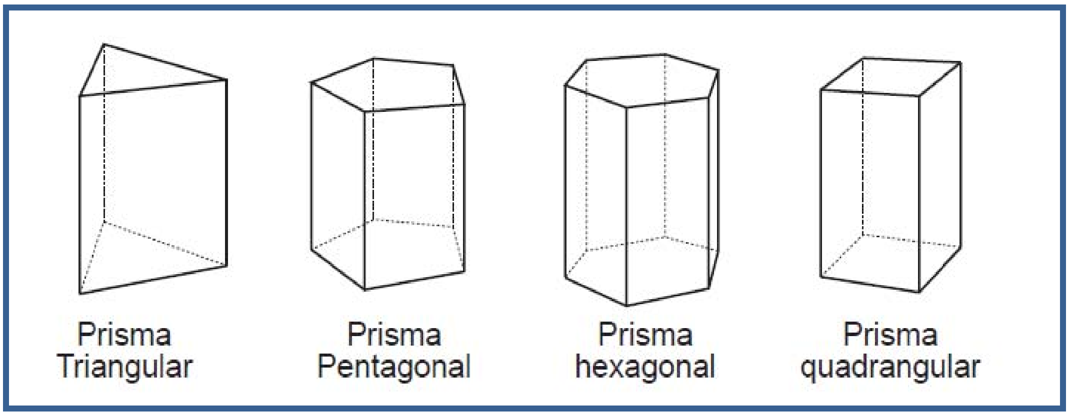
Prismas retos Prismas oblíquos

2.3 Elementos doPrisma



2.4 Nomenclatura

São designadas pelo número de lados das bases,que lhes dão o nome:

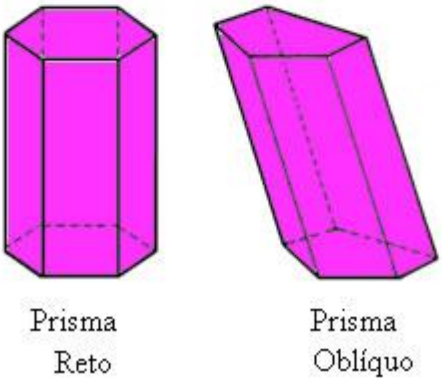


2.5 Características

- bases paralelas são iguais;
- arestas laterais iguais e paralelas e que ligam as duas bases.

<u>Observação</u>

Os prismas retos são aqueles em que a aresta lateral forma com a base um ângulo de 90º, os oblíquos são aqueles em que as arestas formam ângulos diferentes de 90º.

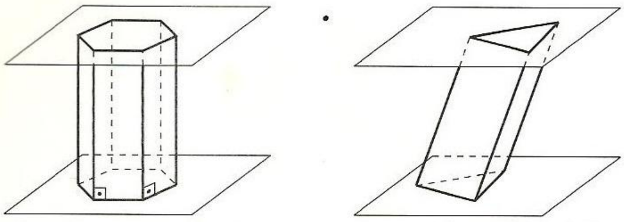


Todos os prismas possuem área da base, área lateral, área total e volume. Todas essas medidas dependem do formato do polígono que se encontra nas bases; por exemplo, os prismas acima possuem em sua base um pentágono, portanto, para calcularmos a área dessa base devemos determinar a área do pentágono. No caso do prisma pentagonal reto, as faces laterais constituem retângulos e a do prisma oblíquo é formada por paralelogramos.
A área total de um prisma é calculada somando a área lateral e o dobro da área da base. E o volume é determinado calculando a área da base multiplicada pela medida da altura.

2.6 Prisma Reto e Prisma Oblíquo

Prisma reto e prisma oblíquo

Quando as arestas laterais de um prisma são perpendiculares aos planos das bases, o prisma é **reto**; quando não são, o prisma é **oblíquo**.



prisma hexagonal reto   prisma triangular oblíquo

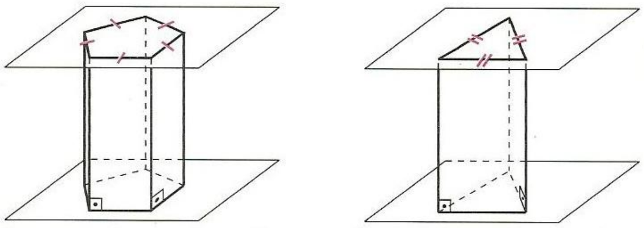
Observe:

Se um prisma é reto, as faces laterais são retângulos.

Prisma regular

Um prisma reto é **regular** quando as bases são polígonos regulares.

Exemplos:



prisma pentagonal regular   prisma triangular regular

Note:

Se um prisma é regular, as arestas são perpendiculares aos planos das bases, e as bases são polígonos regulares; conseqüentemente, as faces laterais são retângulos congruentes entre si.

Área e volume de um prisma

Chamamos de **área lateral** (S_L) **de um prisma** à soma de todas as áreas de suas faces laterais.

A **área total** (S_T) **de um prisma** é a soma da área lateral com as áreas das bases (S_B).

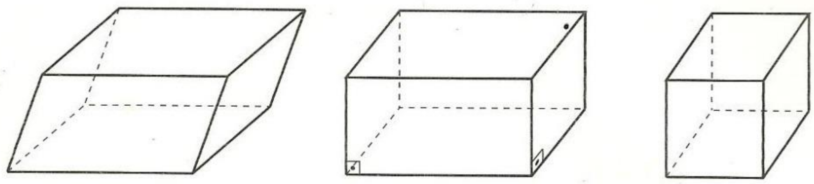
$$S_T = S_L + 2 \cdot S_B$$

O **volume de um prisma** é obtido pelo produto da área da base e a medida da altura do prisma.

$$V = S_B \cdot h$$

Casos particulares de prismas quadrangulares

Paralelepípedo é um prisma quadrangular cujas bases são paralelogramos.



paralelepípedo oblíquo **paralelepípedo reto-retângulo** **cubo**

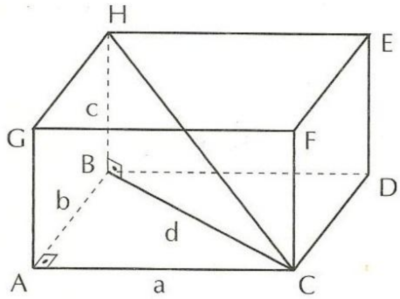
Paralelepípedos especiais

Paralelepípedo reto-retângulo é o prisma reto cujas bases são retângulos.

Cubo é o paralelepípedo reto-retângulo cujas bases e faces laterais são quadrados. Assim, todas as arestas são congruentes entre si.

DIAGONAL DE UM PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO

Seja o paralelepípedo reto-retângulo de dimensões **a**, **b** e **c**.



Sendo:

d → diagonal da base

D → diagonal do prisma

e aplicando o teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos ABC e BHC, temos:

no $\Delta ABC \Rightarrow d^2 = a^2 + b^2$ I

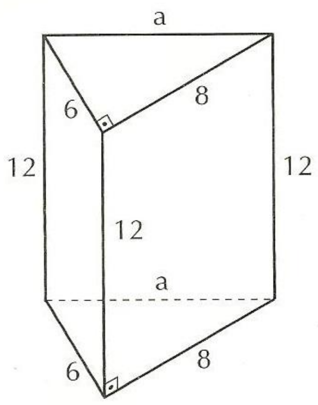
no $\Delta BHC \Rightarrow D^2 = d^2 + c^2$ II

Substituindo I em II: $D^2 = a^2 + b^2 + c^2$ **ou**

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

3. EXERCÍCIOS

1. Determine a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um prisma reto de altura igual a 12 cm e cuja base é um triângulo retângulo de catetos 6 cm e 8 cm.



$$S_B = \frac{6 \times 8}{2} \Rightarrow S_B = 24 \text{ cm}^2$$

***Lembre-se**: área de um triângulo retângulo é* $\frac{cateto \times cateto}{2}$

Cálculo da hipotenusa:

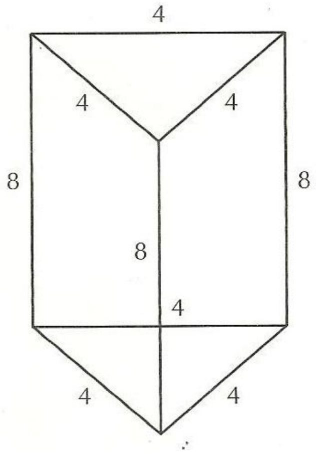
$a^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow a = 10$ cm

$S_L = 8 \times 12 + 6 \times 12 + 10 \times 12 \Rightarrow S_L = 288 \text{ cm}^2$

$S_T = S_L + 2 \cdot S_B \Rightarrow S_T = 288 + 2 \cdot 24 \Rightarrow S_T = 336 \text{ cm}^2$

$V = S_B \cdot h \Rightarrow V = 24 \cdot 12 \Rightarrow V = 288 \text{ cm}^3$

2. A altura de um prisma triangular regular é igual a 8 cm. Calcule a área total e o volume desse prisma sabendo-se que a aresta da base mede 4 cm.



Prisma triangular regular:

- as bases são triângulos eqüiláteros.

Área da base:

$$S_B = \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_B = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_B = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Área lateral:

$S_L = 8 \cdot 4 + 8 \cdot 4 + 8 \cdot 4 \Rightarrow S_L = 96 \text{ cm}^2$

Área total:

$S_T = S_L + 2 \cdot S_B$

$S_T = 96 + 2 \cdot 4\sqrt{3} \Rightarrow S_T = 96 + 8\sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_T = 8(12 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$

Volume:

$V = S_B \cdot h$

$V = 4\sqrt{3} \cdot 8 \Rightarrow V = 32\sqrt{3} \text{ cm}^3$

Caso particular

Sendo o cubo um paralelepípedo reto-retângulo onde todas as arestas são congruentes entre si, então a diagonal do cubo será dada pela expressão:

$D = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}$ (onde **a** é a aresta do cubo)

ou

$D = \sqrt{3a^2}$

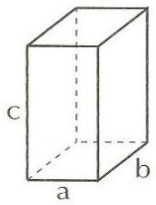
ou

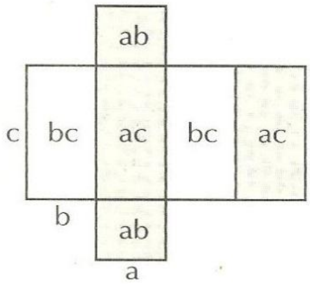
$D = a\sqrt{3}$

ÁREA TOTAL DE UM PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO

A **área total** (S) **da superfície externa de um paralelepípedo reto-retângulo** é a soma das áreas de 6 retângulos 2 a 2 congruentes.

Seja o paralelepípedo reto-retângulo abaixo de dimensões **a**, **b** e **c**.





$S_T = ab + ab + bc + bc + ac + ac$

ou

$S_T = 2ab + 2bc + 2ac$

ou ainda:

$S_T = 2\,(ab + bc + ac)$

Caso particular

A **área total de um cubo** de aresta **a** é igual a:

$S_T = a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2$

ou $S_T = 6a^2$

VOLUME DE UM PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO

O **volume de um prisma** é igual ao produto da área da base (S_B) pela altura (h), ou seja:

$$V = S_B \cdot h$$

Assim, dado um **paralelepípedo reto-retângulo** cuja área da base é $S_B = a \cdot b$ e a altura $h = c$, então o seu volume será igual a:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Caso particular

O **volume de um cubo** de aresta **a** é igual a:

$$V = a^3$$

CILINDROS

1.1 Definição De Cilindros

São comuns os objetos que têm a forma de um cilindro, como por exemplo,

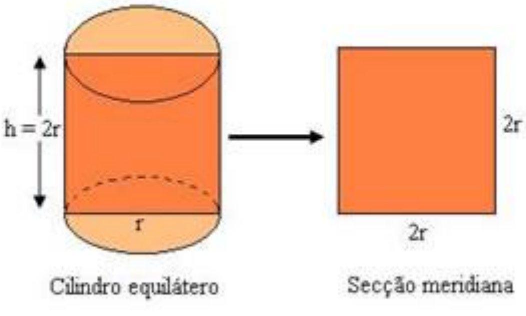
um lápis sem ponta, uma lata de óleo, um cigarro, um cano etc.

Podemos imaginar um cilindro formado por círculos de cartolina, todos do mesmo tamanho, empilhados. Por isso, temos que o volume do cilindro é também igual ao produto da área da base pela altura.

A superfície do cilindro é formada por duas partes planas, que são as bases, e uma parte "curva" (arredondada), que é a superfície lateral.

1.2 Cilindro Equilátero

O cilindro que possui as seções meridianas quadradas é chamado de cilindro equilátero.
No cilindro equilátero a altura é igual ao diâmetro da base: **h = 2r**.



2.ATIVIDADE

- Duração Prevista: 90 minutos para execução da atividade avaliativa
- Área de conhecimento: Matemática
- Assunto: Geometria Espacial – Prismas e Cilindros
- Objetivo: Avaliar a compreensão do aluno com atividades inerentes ao conteúdo
- Pré-Requisitos: Figuras Geométricas Planas
- Material Necessário: Folha de atividades, lápis, caneta, borracha e calculadora
- Organização da Classe: Material distribuído de maneira individual

ATIVIDADE AVALIATIVA

NOME: Nº Turma:

PROFª: FÁTIMA HELENA COSTA DIAS

1. Calcule a diagonal, a área total e o volume de um paralelepípedo reto-retângulo de dimensões 2 cm, 4 cm e 6 cm.
2. Calcule a diagonal, a área total e o volume de um cubo de aresta igual a 4 cm.
3. A base de um paralelepípedo reto-retângulo é um quadrado de área 16 cm^2. Calcule a diagonal, a área total e volume desse paralelepípedo sabendo-se que sua altura é igual a 6 cm.
4. Se o volume de um cubo é 27 m^3, calcule a aresta e a área total desse cubo.
5. Se a área total de um cubo é 150 m^2, calcule a aresta e o volume desse cubo.
6. Qual a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um prisma reto de altura igual a 8 cm e cuja base é um triângulo retângulo de catetos 3 cm e 4 cm?
7. A altura de um prisma retangular regular é igual a 10 cm. Calcule a área lateral, a área total e o volume desse prisma sabendo-se que o perímetro da base é igual a 18 cm.
8. Calcule a área total e o volume de um prisma regular hexagonal de altura igual a $6\sqrt{3}$ cm e perímetro da base igual a 24 cm.
9. Um prisma hexagonal regular tem $10\sqrt{3}$ cm de altura e 6 cm é a medida da aresta da base. Calcule o volume desse prisma.
10. Um prisma triangular regular tem 4 cm de altura. Calcule o volume, sabendo-se que a aresta da base desse prisma mede 2 cm.
11. A base de um prisma reto é um triângulo retângulo cujos catetos medem 5 cm e 12 cm. Calcule a área da base, a área lateral e a área total desse prisma cuja altura é igual a 10 cm.
12. Dado um cilindro reto de altura h = 10 cm e raio da base 4 cm, calcule:

a) a área da base; **b)** a área lateral; **c)** a área total.

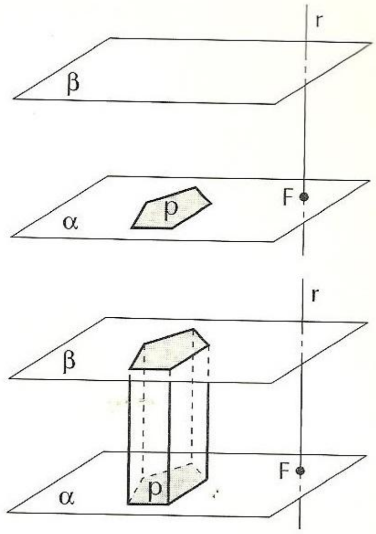
13. Calcule a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um cilindro equilátero (h = 2r) cujo raio da base é igual a 5 dm.

14. Se a área da base de um cilindro reto é $S_B = 36\pi\ cm^2$, calcule o raio da base desse cilindro.

ANEXO I – FICHA RESUMO

PRISMA

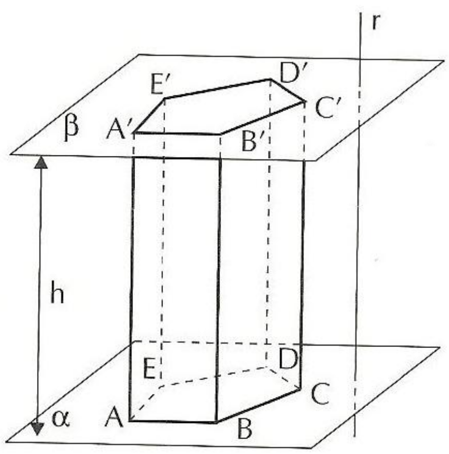
Definição



Seja a figura ao lado, onde:

- α e β são dois planos paralelos.
- **P** é um polígono contido em α.
- **R** é uma reta que fura α no ponto F.

Se considerarmos, nesta figura, todos os segmentos paralelos a **r**, tais que uma extremidade é um ponto no polígono **p** e a outra extremidade é um ponto no plano β, temos um sólido geométrico **prisma.**



Elementos do prisma

Os polígonos ABCDE e A'B'C'D'E' são as **bases.**

Os lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EA}$, $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'D'E'E'A'}$ das bases, são as **arestas da bases.**

Os paralelogramos AA'BB', BB'CC', CC'DD', DD'EE', EE'AA' são as **faces laterais.**

Os segmentos AA’, BB’, CC’, DD’, EE’, paralelos a **r**, são as **arestas laterais**.

A distância entre α e β, planos das bases, é a **altura** (h).

Nomenclatura dos prismas

Em função do número de arestas das bases, um prisma recebe os seguintes nomes:

Triangular: quando as bases são triangulares.

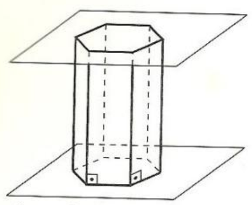
Quadrangular: quando as bases são quadriláteros.

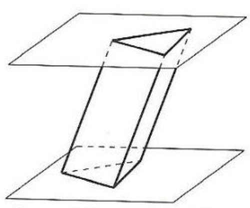
Pentagonal: quando as bases são pentágonos.

Hexagonal: quando as bases são hexágonos, e assim por diante.

Prisma reto e prisma oblíquo

Quando as arestas laterais de um prisma são perpendiculares aos planos das bases, o prisma é **reto**; quando não são, o prisma é **oblíquo**.


prisma hexagonal reto

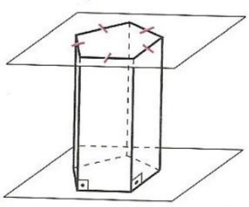

prisma triangular oblíquo

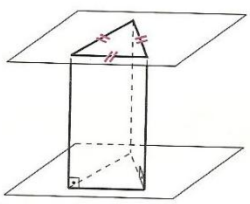
Observe: Se um prisma é reto, as faces laterais são retângulos

Prisma regular

Um prisma reto é **regular** quando as bases são polígonos regulares.

Exemplos:


prisma pentagonal regular


prisma triangular regular

Note: Se um prisma é regular, as arestas são perpendiculares aos planos das bases, e as bases são polígonos regulares; consequentemente, as faces laterais são retângulos congruentes entre si.

Área e volume de um prisma

Chamamos de **área lateral** (S_L) **de um prisma** à soma de todas as áreas de suas faces laterais.

A **área total** (S_T) **de um prisma** é a soma da área lateral com as áreas das bases (S_B).

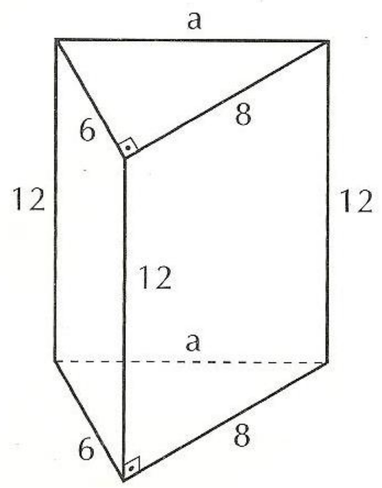
$$S_T = S_L + 2 \cdot S_B$$

O **volume de um prisma**é obtido pelo produto da área da base e a medida da altura do prisma.

$$V = S_B \cdot h$$

Exemplos:

1. Determine a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um prisma reto de altura igual a 12 cm e cuja base é um triângulo retângulo de catetos 6 cm e 8 cm.



$S_B = \frac{6 \text{ x } 8}{2} \rightarrow S_B = 24 \text{ cm}^2$

Lembre-se: área de um triângulo retângulo é$\frac{\text{cateto x cateto}}{2}$

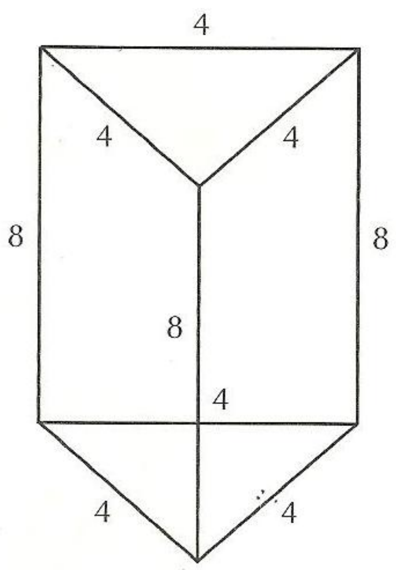
Cálculo da hipotenusa:

$a^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow \quad a = 10$ cm

$S_L = 8 \text{ x } 12 + 6 \text{ x } 12 + 10 \text{ x } 12 \rightarrow S_L = 288 \text{ cm}^2$

$S_T = S_L + 2 \cdot S_B \rightarrow S_T = 288 + 2 \cdot 24 \rightarrow S_T = 336 \text{ cm}^2$

$V = S_B \cdot h \rightarrow V = 24 \cdot 12 \rightarrow V = 288 \text{ cm}^3$



2. A altura de um prisma triangular regular é igual a 8 cm. Calcule a área total e o volume desse prisma sabendo-se que a aresta da base mede 4 cm.

Prisma triangular regular:

- as bases são triângulos equiláteros.

Área da base:

$S_B = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow S_B = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow S_B = 4\sqrt{3}\ cm^2$

Área lateral:

$S_L = 8 . 4 + 8 . 4 + 8 . 4 \rightarrow S_L = 96\ cm^2$

Área total:

$S_T = S_L + 2 . S_B$

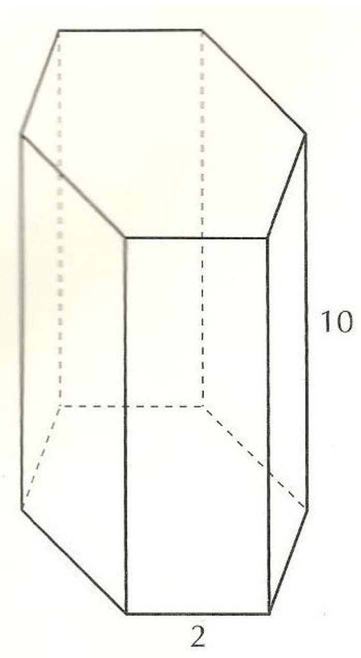
$S_T = 96 + 2 . 4\sqrt{3} \rightarrow S_T = 96 + 8\sqrt{3} \rightarrow$

$\rightarrow S_T = 8\ (12 + \sqrt{3})\ cm^2$

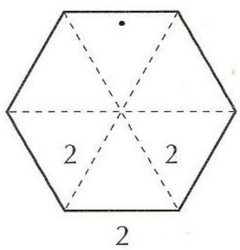
Volume:

$V = S_B . h \rightarrow V = 4\sqrt{3} . 8 \rightarrow V = 32\sqrt{3}\ cm^3$

3. Calcule o volume de um prisma regular hexagonal de altura igual a 10 cm e aresta da base igual a 2 cm.



Área da base:



Observe que o hexágono regular é formado por 6 triângulos equiláteros.
Assim, a área do hexágono é 6 vezes a área de cada um desses triângulos.

$S_B = 6 . \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow S_B = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$

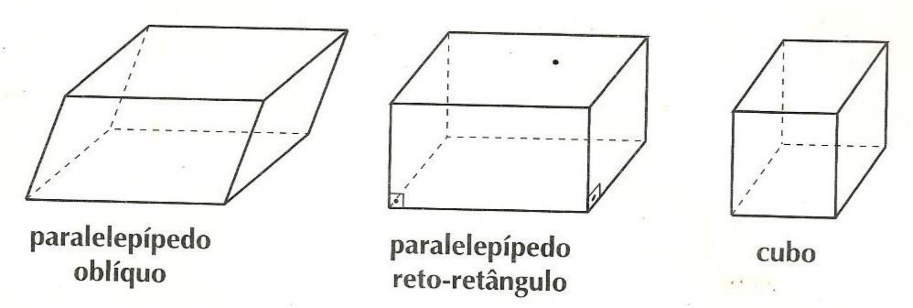
$S_B = \frac{3 . 2^2 . \sqrt{3}}{2} \rightarrow S_B = 6\sqrt{3}\ cm^2$

Volume:

$V = S_B . h \rightarrow V = 6\sqrt{3} . 10 \rightarrow V = 60\sqrt{3}\ cm^3$

Casos particulares de prismas quadrangulares

Paralelepípedo é um prisma quadrangular cujas bases são paralelogramos.



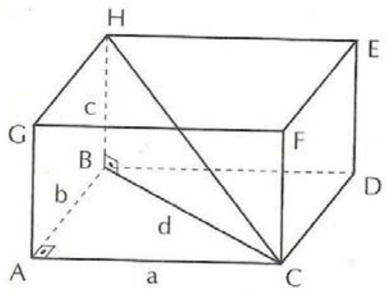
Paralelepípedos especiais

Paralelepípedo reto-retângulo é o prisma reto cujas bases são retângulos.

Cubo é o paralelepípedo reto-retângulo cujas bases e faces laterais são quadrados. Assim, todas as arestas são congruentes entre si.

DIAGONAL DE UM PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO

Seja o paralelepípedo reto-retângulo de dimensões **a**, **b** e **c**.



Sendo:

d → diagonal da base

D → diagonal do prisma

e aplicando o teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos ABC e BHC, temos:

noΔABC → $d^2 = a^2 + b^2$ I

noΔBHC → $D^2 = d^2 + c^2$ II

Substituindo I em II: $D^2 = a^2 + b^2 + c^2$ **ou**

$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Caso particular

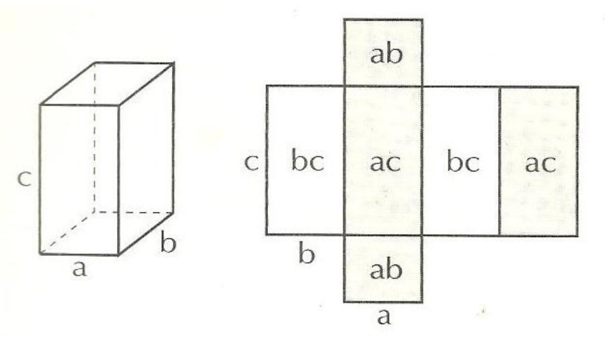
Sendo o cubo um paralelepípedo reto-retângulo onde todas as arestas são congruentes entre si, então a diagonal do cubo será dada pela expressão:

$D = a\sqrt{3}$ (onde **a** é a aresta do cubo)

ÁREA TOTAL DE UM PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO

A **área total** (S) **da superfície externa de um paralelepípedo reto-retângulo** é a soma das áreas de 6 retângulos 2 a 2 congruentes.

Seja o paralelepípedo reto-retângulo abaixo de dimensões **a**, **b** e **c**.



$S_T = 2\ (ab + bc + ac)$

Caso particular

A **área total de um cubo** de aresta **a** é igual a:

$S_T = 6a^2$

VOLUME DE UM PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO

O **volume de um prisma** é igual ao produto da área da base (S_B) pela altura (h), ou seja:

$$V = S_B\ .\ h$$

Assim, dado um **paralelepípedo reto-retângulo** cuja área da base é $S_B = a\ .\ b$ e a altura $h = c$, então o seu volume será igual a:

$$V = a\ .b\ .\ c$$

Caso particular

O **volume de um cubo** de aresta **a** é igual a:

$$V = a^3$$

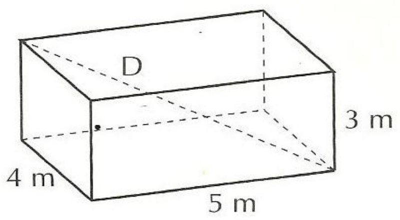
Exemplos:

1. Dado um paralelepípedo reto-retângulo de dimensões 3 m, 4 m e 5 m, calcule:

a) a sua diagonal;

b) a sua área total;

c) o seu volume.



a) $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Sendo a = 3, b = 4 e c = 5:

$D = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 5^2} = 5\sqrt{2}$ m

b) $S_T = 2\,(ab + bc + ac)$

$S_T = 2\,(3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 5) = 2 \cdot 47 = 94$ m^2

c) $V = a \cdot b \cdot c$

$V = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ m^3

2. Se o volume de um cubo é igual a $V = 8$ cm^3, calcule:

a) a sua aresta;

b) a sua área total.

a) $V = a^3$

Sendo V = 8:

$8 = a^3$ **ou** $a^3 = 8 \Rightarrow a = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$ cm

b) $S_T = 6 \cdot a^2$

$S_T = 6 \cdot 2^2 = 6 \cdot 4 = 24$ cm^2

3. Um paralelepípedo reto-retângulo tem área da base igual a $S_B = 18$ cm^2 e volume $V = 36$ cm^3. Calcule a sua altura.

O volume de um prisma é $V = S_B \cdot h$, onde $\begin{cases} S_B \text{ área da base} \\ h \text{ altura} \end{cases}$

Sendo $V = 36$ e $S_B = 18$, então:

$36 = 18\,h \Rightarrow h = 2$ cm

4. Determine a aresta de um cubo cuja área total é igual a 72 cm^2.

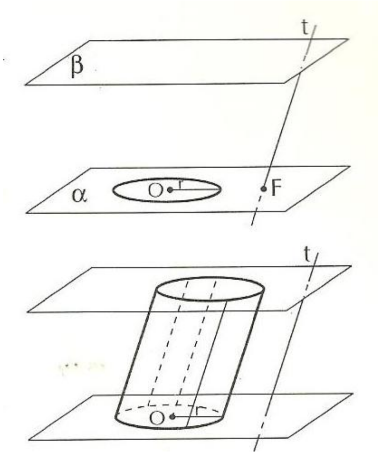
$S_T = 6a^2 \Rightarrow 72 = 6a^2 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$ cm

CILINDRO CIRCULAR

Definição

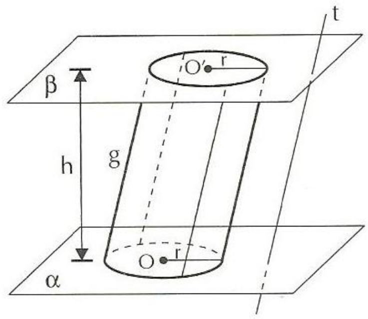
Seja a figura ao lado, onde:

- α e β são dois planos paralelos;
- C é um círculo de centro O, raio **r**, contido em α;
- **t** é uma reta que fura α no ponto F.



Se considerarmos nesta figura todos os segmentos paralelos a **t**, tais que uma extremidade é um ponto do círculo C e a outra um ponto no plano β, temos um sólido geométrico chamado **cilindro circular.**

Elementos do cilindro



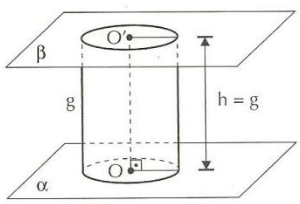
Os círculos de centro O e O' e raio **r** são as **bases**.

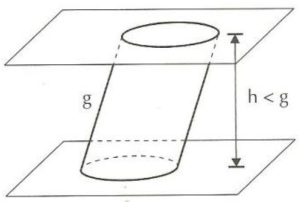
Os segmentos paralelos a **t** com extremos nas circunferências das bases são as **geratrizes**.

A distância entre α e β, planos das bases, é a **altura** (h).

Cilindro reto e cilindro oblíquo

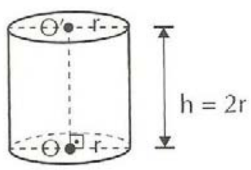
Quando as geratrizes são perpendiculares aos planos das bases, o cilindro é reto; quando não são, o cilindro é **oblíquo**.





Cilindro equilátero

Um cilindro reto é **equilátero** quando a altura é igual ao dobro do raio das bases.

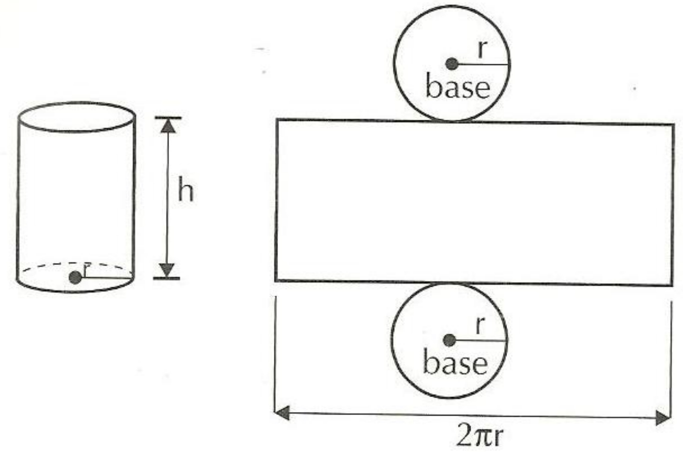


Área total de um cilindro reto

A **área total** (S) **da superfície externa de um cilindro reto** é a soma das áreas das bases com a área lateral:

$S_T = 2\ S_B + S_L$ onde $\begin{cases} SB - \ \acute{a}reabase \\ SL - \ \acute{a}realateral \end{cases}$

Seja o cilindro reto de altura **h**, com bases de raio **r**:



$S_B = \pi\, r^2$ { área do círculo de raio **r**

$S_L = 2\pi\, r\, h$ $\begin{cases} \text{área de um retângulo de dimensões } 2\pi\, r, \\ \text{comprimento da circunferência, e } \mathbf{h} \end{cases}$

Assim:

$S_T = 2\pi\, r^2 + 2\pi\, r\, h$ **ou** $S_T = 2\pi\, r\,(r + h)$

Volume de um cilindro

O **volume de um cilindro** é igual ao produto da área da base (S_B) pela altura (h).

Sendo $S_B = \pi\ r^2$, então:

$$V = \pi\ r^2\ h$$

AVALIAÇÃO

Será feita mais uma avaliação, sendo uma delas no decorrer da explanação do conteúdo e serão embasadas nos seguintes tópicos:

- O aluno colaborou na atenção?
- O aluno foi participativo, observador, questionador e houve interação com o professor?

  Esta primeira avaliação será de caráter geral. Será avaliado por mim a atuação do aluno e a resposta servirá de norteador para mudanças ou não da estratégia usada.

Será avaliado também quanto a parte do professor. Farei uma autocrítica:

- Se o professor conseguiu transmitir de maneira clara e objetiva o conteúdo
- O material utilizado foi adequado e houve domínio do manuseio.

Por fim, será proposta 01atividade escrita com duração de 90 minutos, objetivando o maior número possíveis de acertos. Esta atividade terá valor de 2,0 (dois) pontos e terá somatório no conceito final do bimestre.

IMPORTANTE:
Serão propostas também atividades com questões do Saerjinho com o propósito de preparar o aluno para a avaliação externa e servirá de aula de reforço de conteúdo.

Obs.: à medida da compreensão e interesse do aluno e tempo disponível serão acrescentadas outras curiosidades pertinentes e outros tópicos se necessário.

BIBIOGRAFIA

- **FERNANDES, V. S.; SILVA, J. D**.Matemática, Coleção Horizontes Editora IBEP
- **NOÉ, M.** Cilindro, Equipe Escola Brasil. Conteúdo disponível em: < http://www.brasilescola.com/matematica/cilindro.htm> Acesso em:25/05/2013
- Formação continuada ROTEIRO DE AÇÃO 01
- Matemática Multimídia; Abelhas Matemáticas. Conteúdo disponível em: < http://www.youtube.com/watch?v=AY--UJdipZI> Acesso em: 25/05/2013