

**FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO cederj**

**Projeto SEEDUC**

Secretária de Estado de Educação

**FORMAÇÃO CONTINUADA**

**PLANO DE TRABALHO**

**MATEMÁTICA 2º ANO – 2º BIMESTRE – 2013**

## **GEOMETRIA ESPACIAL: PRISMAS E CILINDROS**

Cursista: Heitor Capello Barroso Neto  
Tutor: Paulo Alexandre Alves de Carvalho

MAIO 2013

## SUMÁRIO

Introdução.....03

Desenvolvimento.....04

Avaliação.....29

Referências bibliográficas.....30

## **INTRODUÇÃO**

Este plano de trabalho foi pensado, tendo em vista a grande dificuldade que é motivar os alunos a querer aprender matemática além do que, também foi levado em consideração outro ponto fundamental que pesou muito na elaboração desse plano de trabalho que é a falta de pré-requisitos mínimos por parte dos alunos, o que dificulta em muito o desenvolvimento de qualquer conteúdo.

Pelos motivos supracitados, buscou-se através de vídeos, atividades contextualizadas, manipulação de materiais concretos, elaboração de questões pelos alunos e generalizações, levar o aluno a perceber as relações existentes entre o conteúdo desenvolvido e o cotidiano. Tais como construções, planificações e reciclagem.

Levando em consideração o estado precário das instalações do Colégio Estadual Irmã Dulce, para o qual foi elaborado esse plano de trabalho, não foi possível desenvolver nenhuma atividade na qual se fizesse necessário o uso do “laboratório de informática”, as atividades nas quais se faz necessário o uso de computador serão realizadas em sala com o uso do notebook do professor e Datashow que também serão utilizados para as aulas expositivas.

É sempre um desafio a ser superado introduzir um conteúdo novo, porém desafios existem para ser vencidos, sendo assim procurei desenvolver esse plano de trabalho, procurando me colocar no lugar do aluno, com suas dificuldades inerentes a grande maioria dos jovens mas também com suas potencialidades a serem desenvolvidas. Por isso cada passo foi pensado e desenvolvido, pensando no passo seguinte para que dessa forma os alunos pudessem construir o conhecimento e sentir-se valorizado pelas suas conquistas, tendo no professor a imagem daquele que o orienta, mas deixa espaço para eles caminharem.

## DESENVOLVIMENTO

### **ATIVIDADE 1:** Motivação inicial

**PREVISTA:** 100 minutos.

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Curiosidades

**OBJETIVO:** Motivar aos alunos a relacionar a matemática com a natureza

**PRÉ- REQUISITOS:** Nenhum

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades 1, lápis, borracha, Prismas de papelão e arroz.

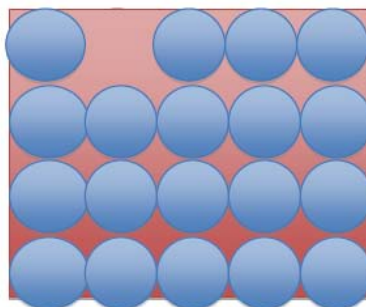
**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em quartetos, para o estímulo de uns com os outros.

## Geometria das abelhas

Basta olhar a história para percebermos que o ser humano vem ao longo do tempo se empenhando em formalizar, o máximo possível, o conhecimento matemático. Contudo, ao observar à nossa volta, vemos que nós não somos o único animal a utilizar esse conhecimento de maneira intuitiva.

Se repararmos nas abelhas, verificaremos que estes insetos otimizam a relação “maior capacidade X menor quantidade” de material gasto na construção de alvéolos das colmeias que servem para armazenar o mel fabricado.

Repare que não é interessante construir os alvéolos de modo que estes não aproveitem o espaço por completo. Por esta razão, não seria uma boa alternativa construí-los de forma cilíndrica, pois não haveria paredes comuns entre eles, o que certamente inutilizaria alguns espaços.



**Figura 1** - Exemplo de planificação de cilindros como alvéolos. Em vermelho os espaços inutilizados.

Fonte: Autores

Para que os alvéolos tenham paredes em comum, é fácil ver que estes devem ter a forma de um prisma. Contudo, não basta apenas ser um prisma, pois os únicos

prismas que, além de terem paredes vizinhas se justapõem perfeitamente são os de base triangular, quadrangular e hexagonal.

Então, qual dessas três opções as abelhas escolheram?

1º exercício: Cada quarteto deve escrever sua opção, justificando sua escolha. Em seguida as duplas deverão ler sua opção e respectiva justificativa, iniciando um debate para buscar se possível uma opção comum.

---

---

---

Sabemos que o prisma de maior volume, considerando a mesma altura, será aquele com a maior área da base, ou seja, será aquele cujo polígono da base tiver a maior área.

2º exercício: Com prismas (Previamente construídos pelo professor, com papelão de caixa de tênis) de base triangular, quadrangular e hexagonal, todos com a base de mesmo perímetro, 24 cm e mesma altura, 30 cm. Os quartetos irão verificar o maior volume, enchendo os prismas com arroz e comparar o resultado, com a opção escolhida no exercício anterior e com a afirmação supracitada.

Logo, construir os alvéolos no formato de prisma hexagonal significa utilizar a mesma quantidade de material dos de base triangular e quadrangular, contudo, obter uma maior capacidade.



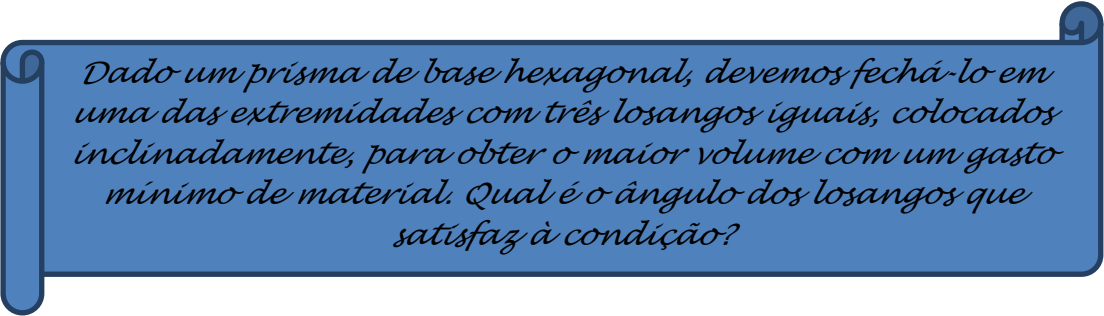
**Figura 2** – Sabiamente as abelhas constroem os alvéolos das colmeias no formato hexagonal e, assim, uma quantidade maior de mel pode ser produzida e estocada.

Fonte: <http://www.sxc.hu/photo/1147974> - KrissSzkurlatowski

Se vocês estão impressionados com a "capacidade de cálculo" das abelhas, espere ao saber sobre o fechamento dos alvéolos. Ao invés de construir um óbvio hexágono para cobrir o fundo, as abelhas utilizam três losangos iguais inclinados, o que as faz economizar aproximadamente um alvéolo a cada cinquenta. Essa economia de dois por cento obtida com essa técnica é muito significativa uma vez que as abelhas trabalham no fechamento de milhões de alvéolos. Também é muito intrigante perceber que os ângulos dos losangos de fechamento, inclinados em relação ao eixo radial dos alvéolos, são ângulos que não variam. Isto é, suas medidas são constantes mesmo observando alvéolos de diversas partes do mundo. O astrônomo francês Jean-

Dominique Maraldi (1709-1788) efetuou as medições dos ângulos agudos e encontrou o mesmo valor em todos eles:  $70^{\circ}32'$ .

O físico francês René-Antoine Ferchault de Réaumur (1683-1757) também observou que o ângulo agudo e, conseqüentemente, seu suplemento não variavam e encontrou o mesmo valor dado por Jean-Dominique Maraldi. Intrigado, Réaumur mandou buscar alvéolos em várias partes do mundo, como Alemanha, Suíça, Inglaterra, Canadá e Guiana. Todos apresentavam losangos de mesmo ângulo. Surpreendido com o resultado, Réaumur propôs ao seu amigo Samuel König, matemático alemão, que resolvesse o seguinte problema:



*Dado um prisma de base hexagonal, devemos fechá-lo em uma das extremidades com três losangos iguais, colocados inclinadamente, para obter o maior volume com um gasto mínimo de material. Qual é o ângulo dos losangos que satisfaz à condição?*

Sem saber a origem do problema, König calculou o ângulo como sendo  $70^{\circ}34'$ . Embora a diferença fosse insignificante, de apenas dois minutos em relação aos cálculos efetuados por Maraldi, concluiu-se que as abelhas estavam erradas. Isso provocou um verdadeiro rebuliço entre os cientistas que tentavam explicar a questão. O fato chegou ao conhecimento do matemático escocês Colin Maclaurin (1698-1746) que, utilizando os recursos do cálculo diferencial, recalculou o ângulo e encontrou  $70^{\circ}32'$ . Então, as abelhas estavam certas! Maclaurin mostrou ainda que o engano de König era explicável: ele havia usado uma tabela de logaritmos contendo um erro, daí a diferença de dois minutos.

3º exercício: Para a próxima aula os quartetos deverão procurar outros exemplos da matemática aplicada à Natureza e montar em folha de cartolina cartazes com os exemplos encontrados, para serem colocados nos murais da escola.

## **ATIVIDADE 2: Prismas e cilindros em nosso dia a dia**

**PREVISTA:** 100 minutos.

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Geometria Espacial - Prismas e Cilindros

**OBJETIVO:** Manipular e reconhecer diferentes prismas e cilindros e suas planificações.

**PRÉ- REQUISITOS:** Figuras geométricas planas.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, tesoura, cola e embalagens do nosso dia a dia, tais como: caixinhas de remédio, de sabão em pó ou de sapato, rolos de papel, lata de achocolatado, etc.

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupos de 3 a 4 alunos, de forma a propiciar trabalho organizado e colaborativo.

Esta nossa atividade busca iniciar o estudo de prismas e cilindros a partir de objetos presentes no nosso dia a dia que possivelmente, se encaixam nessa classificação. Nós vamos trabalhar o reconhecimento e a identificação desses sólidos, através da manipulação de embalagens, tais como: caixinhas de remédio, caixas de sapato, pasta de dente, sabão em pó, etc., rolos de papel higiênico, embalagens de alimentos, dentre outras.



**Figura 1** – Embalagens com formatos de sólidos.

Fonte remédio - <http://www.sxc.hu/photo/280359> - eurok's

Fonte suco - <http://pixabay.com/pt/caixa-%C3%ADcone-vidro-apple-alimentos-25189/> - Domínio Público

Fonte caixote - <http://pixabay.com/pt/caixa-aberto-desenhos-animados-34979/> - Domínio Público

Fonte catupiry - [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Requeij%C3%A3o\\_cremoso\\_Catupiry.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Requeij%C3%A3o_cremoso_Catupiry.jpg) – Domínio Público

### **1ª Parte: RECONHECENDO PRISMAS E CILINDROS**

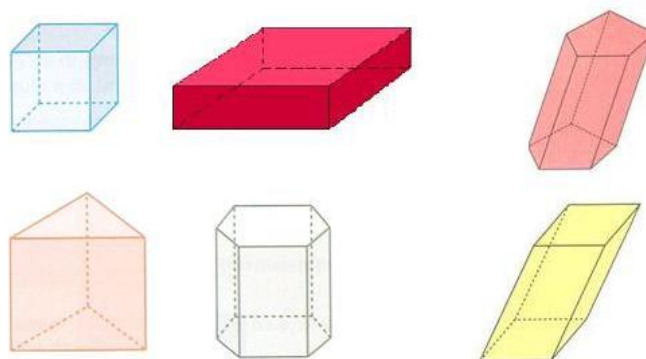
- 1) Em grupo, coloque seu objeto, que representa um sólido geométrico, à sua frente, de forma que todos os colegas possam vê-lo.
- 2) Antes de iniciar a atividade, converse com seu grupo, e juntos, escolham um colega para ser o narrador da atividade em voz alta. (ou cada um lê um item)

3) Observe todos os objetos trazidos. Procure semelhanças entre eles e separe em dois grupos de acordo com as características observadas.

Como vocês realizaram essa separação? Converse com seus colegas e verifique se, em um grupo, ficaram os objetos que possuem todas as partes planas e, no outro grupo, os que são “arredondados”.

4) Pegue duas folhas e escreva a palavra “PRISMA” em uma delas e “CILINDRO” na outra com letra de forma bem grande.

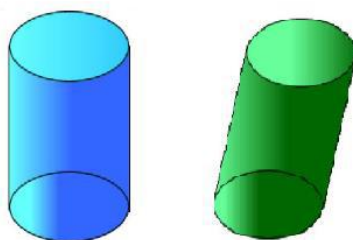
5) Leia com atenção as características de cada uma das ilustrações a seguir.



Prismas retos

Prismas oblíquos

*“Um prisma é um poliedro convexo que possui duas faces paralelas, formadas por polígonos convexos congruentes (iguais) - chamadas de bases - e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por retângulos (no caso do prisma ser reto) ou paralelogramos (nos prismas oblíquos)”.*



Cilindro reto

Cilindro oblíquo

*“A superfície do cilindro é formada por duas partes planas, que são as bases, e uma parte “curva” (arredondada), que é a superfície lateral”.*

7) Vocês conseguem observar algumas características comuns aos prismas e aos cilindros? Quais? Discutam em grupo.

## **2ª parte:CONSTRUINDO OUTROS PRISMAS**

- 1) Agora você irá construir alguns sólidos geométricos. Para isso, colocamos ao final (anexos) desta atividade três planificações para a montagem.
- 2) Destaque as folhas em anexo, no final desta atividade, recorte nas linhas externas e dobre todas as outras.
- 3) Depois que estiver tudo dobrado corretamente, passe cola apenas nas abas em branco e cole por dentro das faces.
- 4) Tanto os cilindros quanto os prismas são classificados de acordo com sua base.

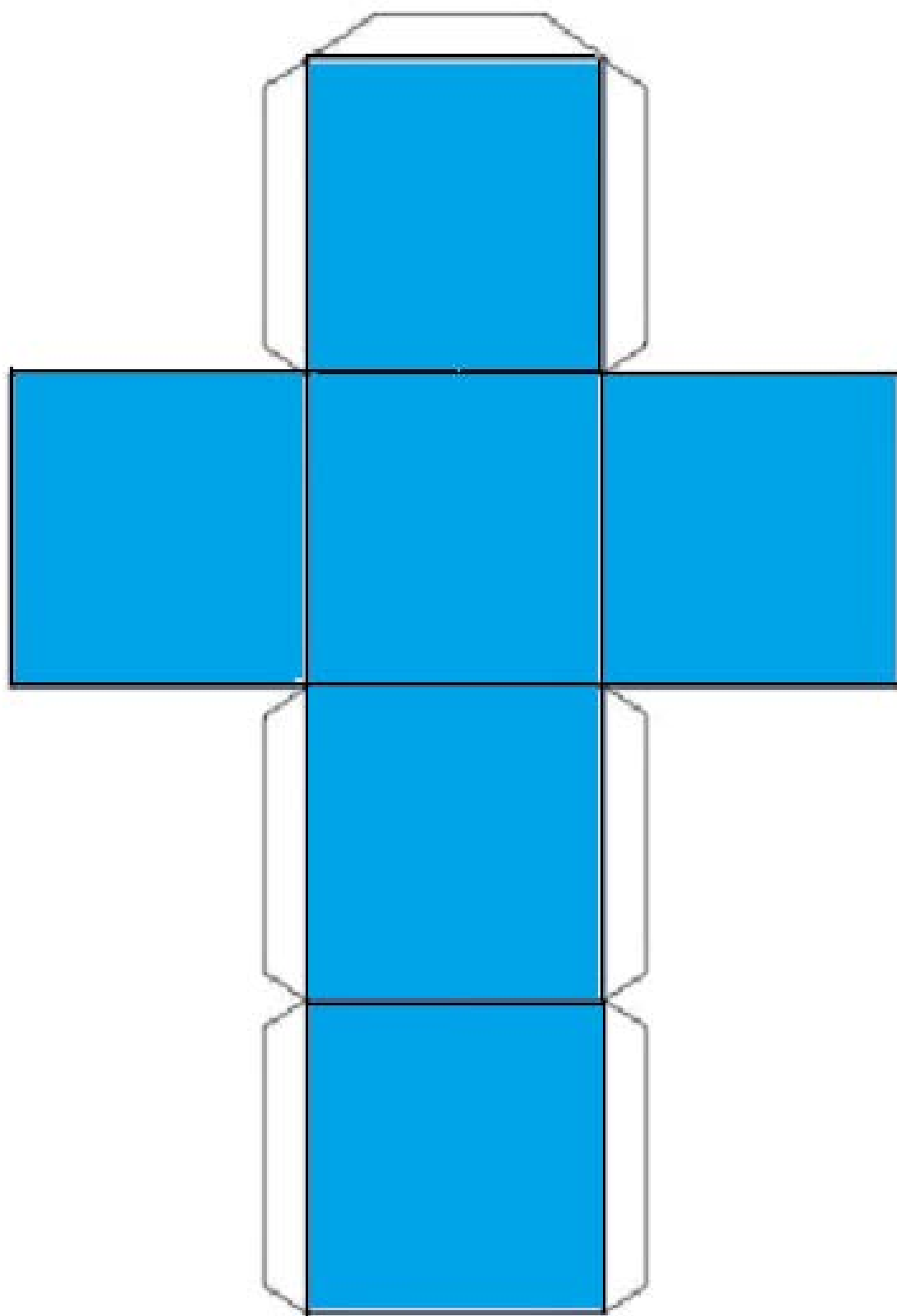
Exemplo:

- Prisma triangular (possui base triangular);
- Prisma retangular ou paralelepípedo (tem como base um retângulo);
- Paralelepípedo reto-retângulo (todas as faces são retangulares);
- Prisma hexagonal (possui um hexágono na base);
- Cilindro circular (a base é um círculo);

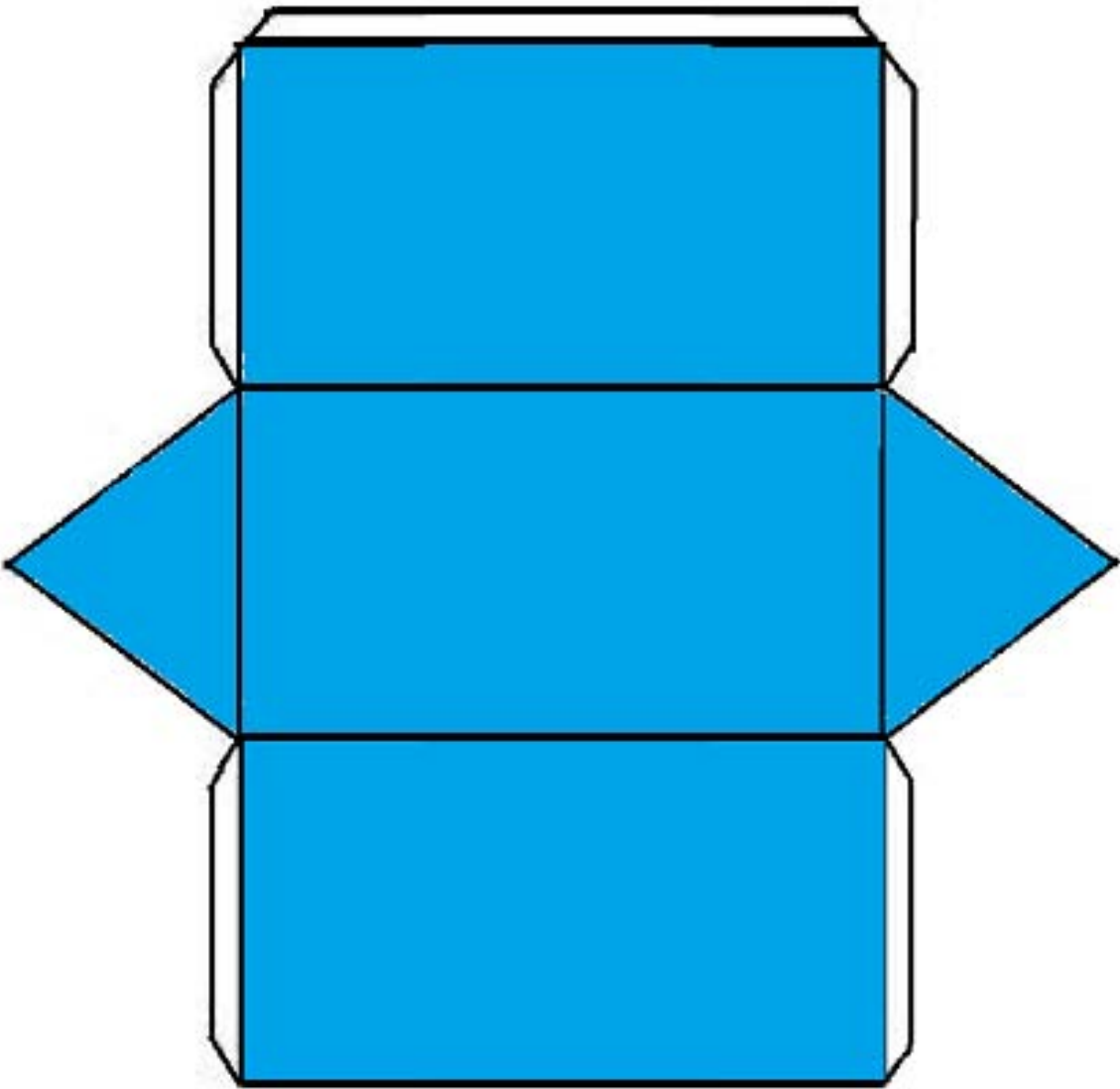
Nomeie os prismas e cilindros que vocês possuem de acordo com essa classificação.

- 5) Observe o cubo. Ele é um prisma? Em caso afirmativo, podemos encaixá-lo em qual das classificações já citadas?
- 6) Observe, agora, o cubo e o paralelepípedo reto-retângulo. Ambos são paralelepípedos, correto? Mas qual é a diferença entre eles?
- 7) Agora que você já aprendeu o que é um prisma e já viu algumas planificações, tente construir uma planificação de um prisma diferente dos que foram apresentados. Escolha qualquer polígono regular para ser a base, diferente de triângulo, quadrado e hexágono.

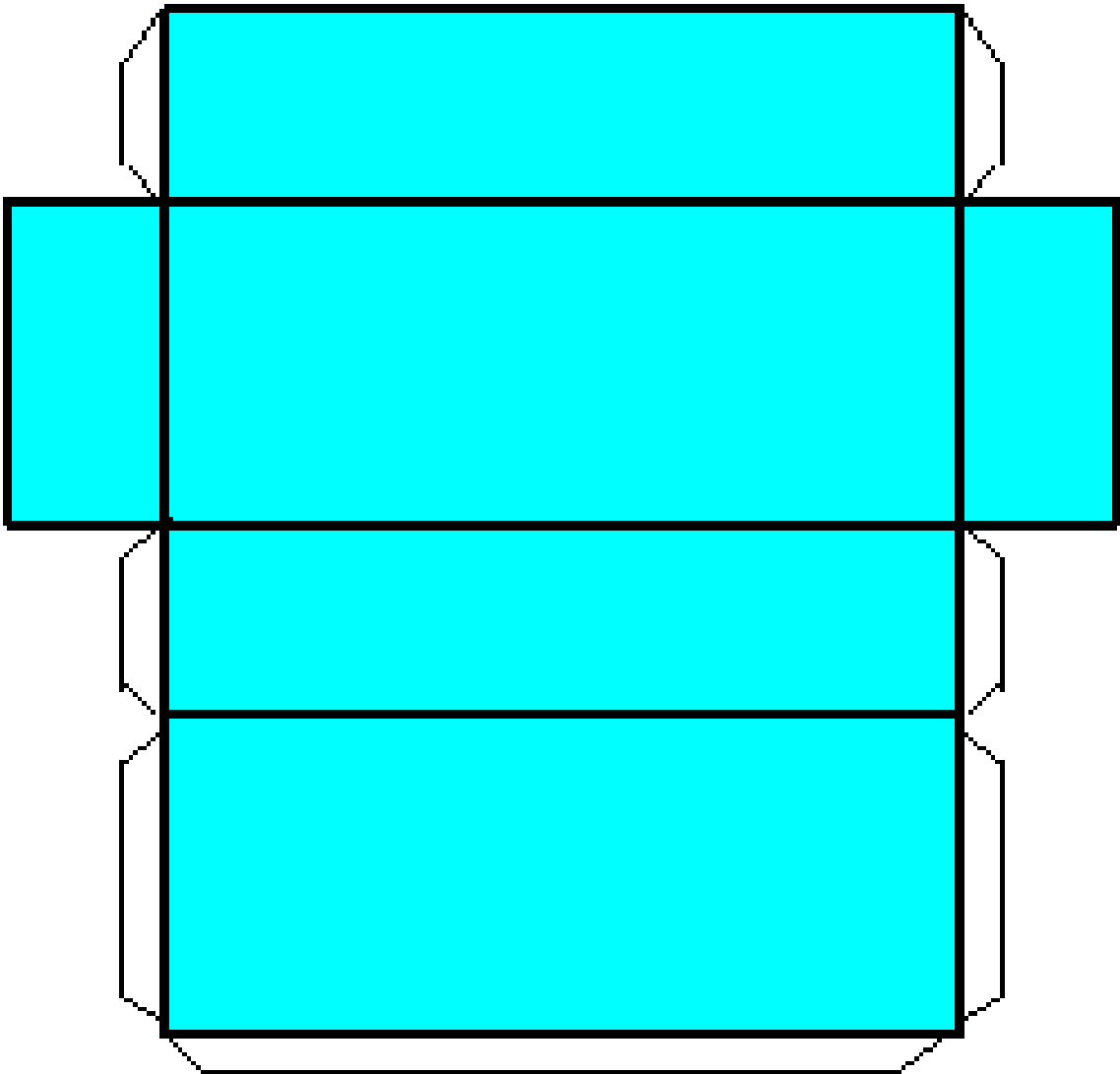
## ANEXO I



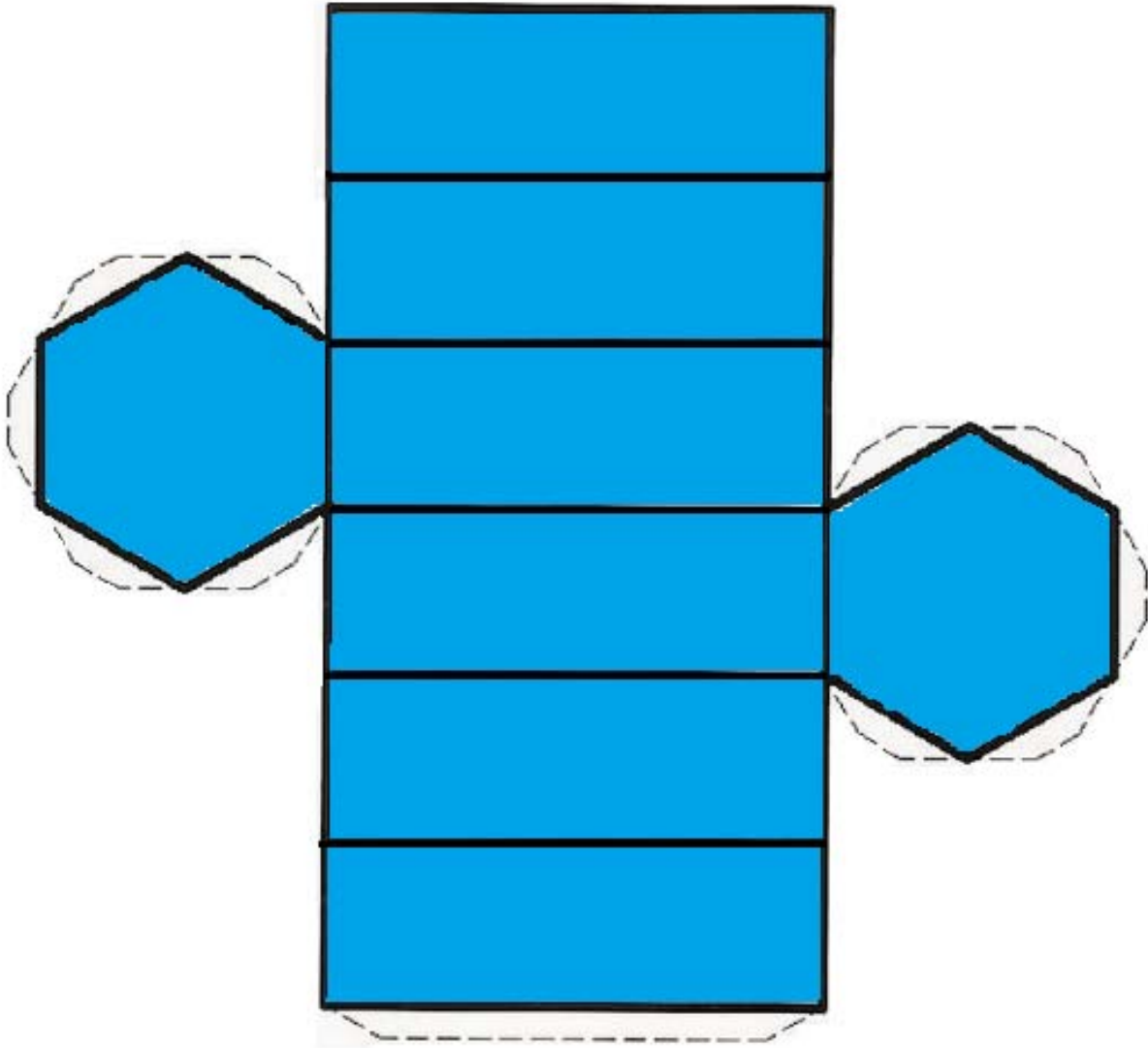
ANEXO II



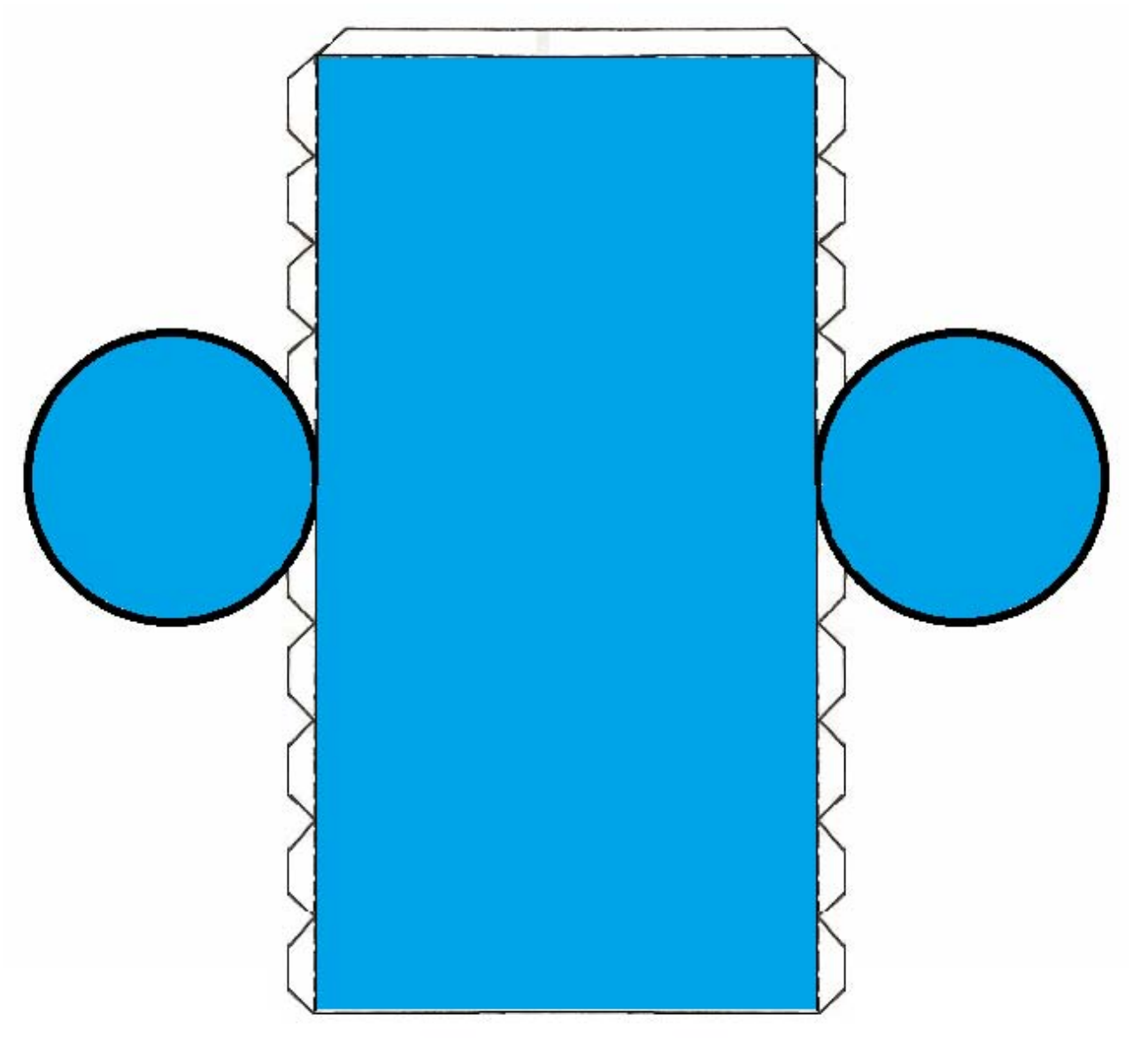
ANEXO III



ANEXO IV



ANEXO V



### ATIVIDADE 3: Área do Prisma

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos.

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Geometria Espacial – Prismas e Cilindros.

**OBJETIVOS:** Calcular a área lateral, utilizando a planificação de um prisma.

**PRÉ-REQUISITOS:** Figuras Geométricas Planas, área das figuras planas.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, calculadora, lápis e borracha..

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

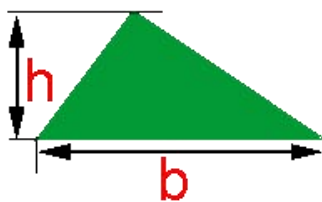
1ª parte: REVISÃO de ÁREA de figuras planas

## REVISÃO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS

### *Cálculo da Área do Triângulo*

Denominamos de **triângulo** a um polígono de três lados.

Observe a figura abaixo. A letra **h** representa a medida da altura do triângulo, assim como letra **b** representa a medida da sua base.



A área do triângulo será metade do produto do valor da medida da base, pelo valor da medida da altura, tal como na fórmula abaixo:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

A letra **S** representa a área ou superfície do triângulo.



No caso do triângulo equilátero, que possui os três ângulos internos iguais, assim como os seus três lados, podemos utilizar a seguinte fórmula:

$$S = \frac{l^2}{4}\sqrt{3}$$

Onde **l** representa a medida dos lados do triângulo.

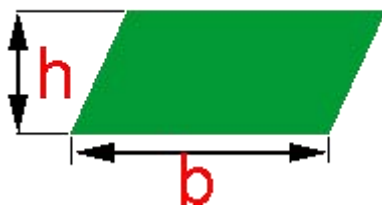
### Exemplo

A medida da base de um triângulo é de 7 cm, visto que a medida da sua altura é de 3,5 cm, qual é a área deste triângulo?

$$S = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow S = \frac{7 \cdot 3,5}{2} \Rightarrow S = 12,25$$

### Cálculo da Área do Paralelogramo

Um quadrilátero cujos lados opostos são iguais e paralelos é denominado **paralelogramo**.



Com **h** representando a medida da sua altura e com **b** representando a medida da sua base, a área do paralelogramo pode ser obtida multiplicando-se **b** por **h**, tal como na fórmula abaixo:

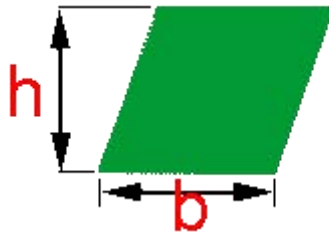
$$S = b \cdot h$$

### Exemplo

A medida da base de um paralelogramo é de 5,2 dm, sendo que a medida da altura é de 1,5 dm. Qual é a área deste polígono?

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 5,2 \cdot 1,5 \Rightarrow S = 7,8$$

### ***Cálculo da Área do Losango***

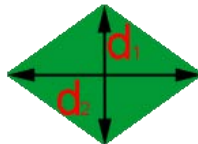


O **losango** é um tipo particular de paralelogramo. Neste caso além dos lados opostos serem paralelos, todos os quatro lados são iguais.

Se você dispuser do valor das medidas **h** e **b**, você poderá utilizar a fórmula do paralelogramo para obter a área do losango.

Outra característica do losango é que as suas diagonais são perpendiculares.

Observe na figura abaixo, que a partir das diagonais podemos dividir o losango em quatro triângulos iguais.



Consideremos a base **b** como a metade da diagonal **d<sub>1</sub>** e a altura **h** como a metade da diagonal **d<sub>2</sub>**, para calcularmos a área de um destes quatro triângulos. Bastará então que a multipliquemos por 4, para obtermos a área do losango. Vejamos:

$$S = \frac{\frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2}}{2} \cdot 4$$

Realizando as devidas simplificações chegaremos à fórmula:

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

### **Exemplos**

- 1) As diagonais de um losango medem 10 cm e 15 cm. Qual é a medida da sua superfície?

Para o cálculo da superfície utilizaremos a fórmula que envolve as diagonais, cujos valores temos abaixo:

$$\begin{cases} d_1 = 10 \\ d_2 = 15 \end{cases}$$

Utilizando na fórmula temos:

A medida da superfície deste losango é de  $75 \text{ cm}^2$

- 2) Qual é a medida da área de um losango cuja base mede 12 cm e cuja altura seja de 9 cm?

Neste caso, para o cálculo da área utilizaremos a fórmula do paralelogramo, onde utilizamos a base e a altura da figura geométrica, cujos valores temos abaixo:

$$\begin{cases} b = 12 \\ h = 9 \end{cases}$$

Segundo a fórmula temos:

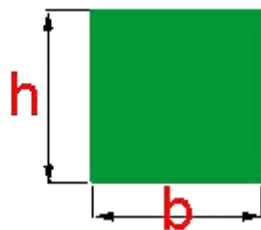
$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 12 \cdot 9 \Rightarrow S = 108$$

### ***Cálculo da Área do Quadrado***

Todo **quadrado** é também um losango, mas nem todo **losango** vem a ser um quadrado, do mesmo modo que todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado.

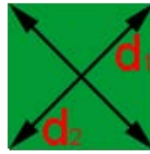
O quadrado é um losango, que além de possuir quatro lados iguais, com diagonais perpendiculares, ainda possui todos os seus ângulos internos iguais a  $90^\circ$ . Observe ainda que além de perpendiculares, as diagonais também são iguais.

Por ser o quadrado um losango e por ser o losango um paralelogramo, podemos utilizar para o cálculo da área do quadrado, as mesmas fórmulas utilizadas para o cálculo da área tanto do losango, quanto do paralelogramo.



Quando dispomos da medida do lado do quadrado, podemos utilizar a fórmula do paralelogramo:  $s = b \cdot h$

Como **h** e **b** possuem a mesma medida, podemos substituí-las por **l**, ficando a fórmula então como sendo:  $s = l^2$



Quando dispomos da medida das diagonais do quadrado, podemos utilizar a fórmula do losango:  $s = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

Como ambas as diagonais são idênticas, podemos substituí-las por **d**, simplificando a fórmula para:  $s = \frac{d^2}{2}$

### Exemplos

- 1) A lateral da tampa quadrada de uma caixa mede 17 cm. Qual a superfície desta tampa?

$$S = l^2 \Rightarrow S = 17^2 \Rightarrow S = 289 \quad S = 17^2 = 289 \text{ cm}^2$$

- 2) A medida do lado de um quadrado é de 20 cm. Qual é a sua área?

$$S = l^2 \Rightarrow S = 20^2 \Rightarrow S = 400$$

- 3) A área de um quadrado é igual a 196 cm<sup>2</sup>. Qual a medida do lado deste quadrado?

$$S = 196$$

$$S = l^2 \Rightarrow 196 = l^2 \Rightarrow l = \pm\sqrt{196} \Rightarrow l = \pm 14$$

Como a medida do lado não pode ser negativa, temos que o lado do quadrado mede 14 cm.

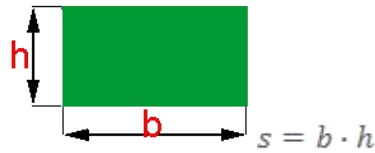
### Cálculo da Área do Retângulo

Por definição o retângulo é um quadrilátero equiângulo (todos os seus ângulos internos são iguais), cujos lados opostos são iguais.

Se todos os seus quatro lados forem iguais, teremos um tipo especial de retângulo, chamado de quadrado.

Por ser o retângulo um paralelogramo, o cálculo da sua área é realizado da mesma forma.

Se denominarmos as medidas dos lados de um retângulo como na figura abaixo, teremos a seguinte fórmula:



### Exemplos

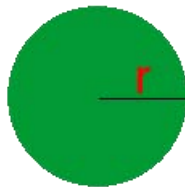
- 1) Um terreno mede 5 metros de largura por 25 metros de comprimento. Qual é a área deste terreno?

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 25 \cdot 5 \Rightarrow S = 125$$

- 2) A tampa de uma caixa de sapatos tem as dimensões 30 cm por 15 cm. Qual a área desta tampa?

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 30 \cdot 15 \Rightarrow S = 450$$

### Cálculo da Área do Círculo



A divisão do perímetro de uma circunferência, pelo seu diâmetro resultará sempre no mesmo valor, qualquer que seja circunferência. Este valor irracional constante é representado pela letra grega minúscula **pi**, grafada como:  $\pi$

Por ser um número irracional, o número **pi** possui infinitas casas decimais. Para cálculos corriqueiros, podemos utilizar o valor **3,14159265**. Para cálculos com menos precisão, podemos utilizar **3,1416**, ou até mesmo **3,14**.

O perímetro de uma circunferência é obtido através da fórmula:  $P = 2\pi r$

O cálculo da área do círculo é realizado segundo a fórmula:  $S = \pi \cdot r^2$ , onde  $r$  representa o raio do círculo.

### Exemplos

- 1) A lente de uma lupa tem 10 cm de diâmetro. Qual é a área da lente desta lupa?

Como informado no enunciado, o diâmetro da circunferência da lupa é igual a 10 cm, o que nos leva a concluir que o seu raio é igual a 5 cm, que corresponde à metade deste valor:

$$r = 5$$

Substituindo-o na fórmula:

A área da lente da lupa é de 78,54 cm<sup>2</sup>.

- 2) Um círculo tem raio de 8,52 mm. Quantos milímetros quadrados ele possui de superfície?

Do enunciado, temos que o valor do raio  $r$  é:

$$r = 8,52$$

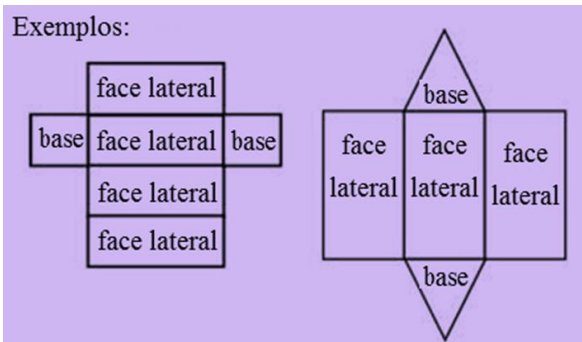
Ao substituirmos valor de  $r$  na fórmula teremos:

A superfície do círculo é de 228,05 mm<sup>2</sup>.

## **2ª parte:ÁREA DO PRISMA**

- 1) Escolha um, dentre os objetos trazidos para o Roteiro de Ação 1 que foram classificados como prisma.
- 2) “Abra” ou corte nas arestas necessárias para fazer sua planificação. Retire asabas usadas para colar a caixa. Cuidado para não destruir o objeto.
- 3) Como já sabemos, todo prisma possui duas bases. Identifique as bases do seu prisma planificado e escreva a palavra “base” com a caneta vermelha.
- 4) Cada uma das outras faces é chamada face lateral. Nomeie-as também.

Exemplos:



- 5) Quantas faces laterais o seu prisma possui?

- 6) Quantos lados o polígono da base possui?
- 7) Você consegue notar o motivo da igualdade desses dois números? Discuta com seu colega.
- 8) A área lateral de um prisma é dada pela soma das áreas de todas as faces laterais. Dessa forma, utilizando uma régua e a planificação obtida, calcule a área lateral do prisma que você escolheu. (lembrando que a área de um retângulo de lados “a” e “b” é dada por  $A = a.b$ , no caso do prisma reto).
- 9) Agora, precisamos calcular a área da base do prisma. Mas antes, diga: qual é a forma do polígono que constitui a base?
- 10) Com o auxílio da régua, calcule a área de cada base. Que valor você obteve?
- 11) A área total de um prisma é dada pela soma da área lateral com a área das duas bases. Dessa forma, calcule a área total do prisma escolhido.

## **ATIVIDADE 4: O cálculo da área do cilindro com tubo de papel**

***DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos***

***ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática***

***ASSUNTO: Geometria Espacial – Prismas e Cilindros***

***OBJETIVOS: Apresentar o conceito de área do cilindro.***

***PRÉ-REQUISITOS: Comprimento da circunferência e área do círculo e do retângulo.***

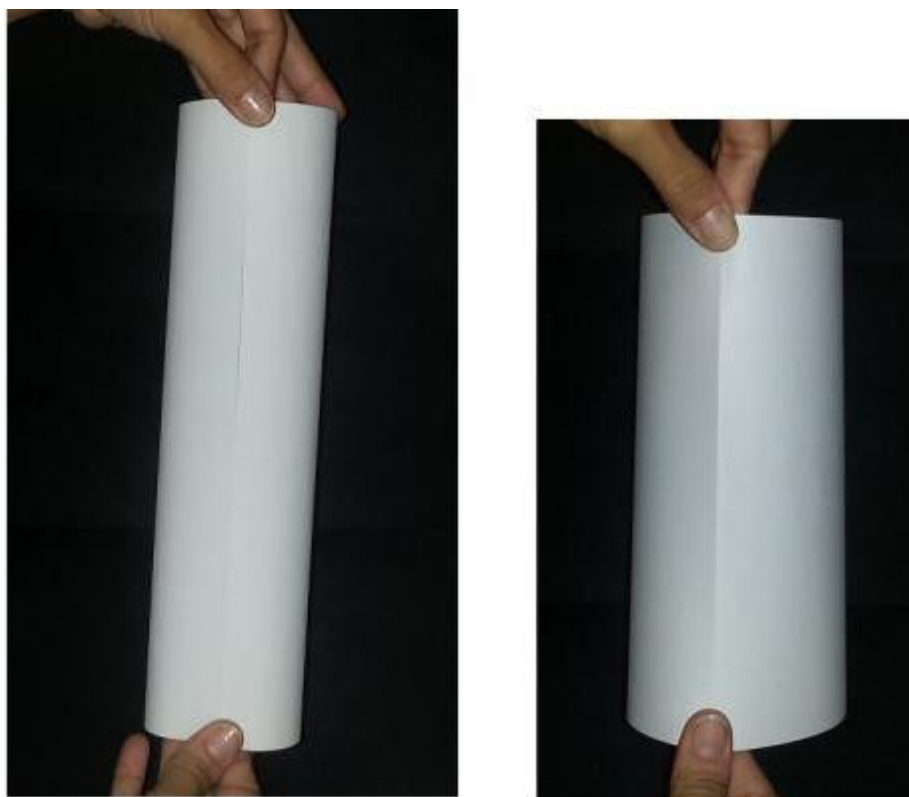
***MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, lápis, calculadora, folhas de papel A4, régua, compasso, fita adesiva.***

***ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em grupo de quatro alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.***

Hoje nós vamos aprender o conceito de área do cilindro a partir de material concreto.

- 1) Pegue uma folha de papel A4 e una dois lados paralelos (sem dobrar, como na figura a seguir) para formar um cilindro. Você irá unir os lados de acordo com a

figura da esquerda (com o papel na vertical), e seu colega irá fazer conforme a figura da direita (com o papel na horizontal), formando dois cilindros diferentes. Não é necessário colar!

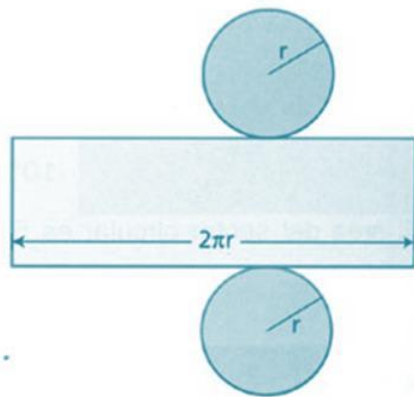


- 2) Observe que o formato cilíndrico obtido é apenas a superfície lateral do cilindro.
- 3) Compare seu cilindro com o do seu colega. Eles possuem a mesma altura? E quanto ao diâmetro da circunferência formada pela borda da superfície cilíndrica, são iguais? Para verificar estes itens, use régua e compare as medidas nos dois cilindros.
- 4) Você consegue identificar alguma característica comum? Dica: reflita sobre a área lateral e leve em consideração que ambos foram construídos com a mesma folha de papel. Discuta com seu colega!
- 5) Você sabe calcular a área lateral desta forma cilíndrica? Observe que a superfície lateral, que é “arredondada”, foi construída a partir de um retângulo (folha de papel A4).
- 6) Abra a folha, meça as dimensões do retângulo com a régua e calcule a área lateral do sua forma cilíndrica, lembrando que a área de um retângulo de lados “a” e “b” é dada por  $A = a.b$ .

- 7) Iremos agora construir as bases desse cilindro. Para isso, precisamos saber o raio da circunferência da base. Você sabe como calcular esse raio? (sem precisar medir o diâmetro com a régua).

### Observação

*Note que o comprimento da circunferência da base é igual ao comprimento do lado do retângulo que lhe formou. Por outro lado, sabemos que o comprimento da circunferência de raio  $r$  é:  $C = 2\pi r$ .*



- 8) Sendo assim, para encontrar o raio da base do cilindro basta resolver a equação  $2\pi r = \text{"valor do lado do retângulo usado para formar o círculo"}$ .
- 9) Aproxime  $\pi$  para 3,14 e calcule o valor do raio utilizando a calculadora.
- 10) Agora, vamos completar a construção do cilindro:
- a) Pegue o compasso, a régua e uma folha de papel e faça duas circunferências com o raio encontrado. (utilize a régua para acertar a abertura do compasso).
  - b) Recorte os dois círculos.
  - c) Feche novamente o retângulo para formar o cilindro colando com a fita adesiva. (com cuidado para não sobrepor os lados, eles precisam apenas encostar um no outro).
  - d) Prenda os círculos, formando as bases do seu cilindro com a fita adesiva.
- 11) Para finalizar esta atividade, calcule a área total do seu cilindro

## **ATIVIDADE 5:Volume do cilindro calculando, afundando e comprovando!**

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Geometria Espacial – Prisma e Cilindro

**OBJETIVOS:** Proporcionar o entendimento do conceito de volume dos Cilindros e de como calcular o volume de um objeto qualquer pela submersão do mesmo no líquido.

**PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento sobre cilindro e seus elementos.

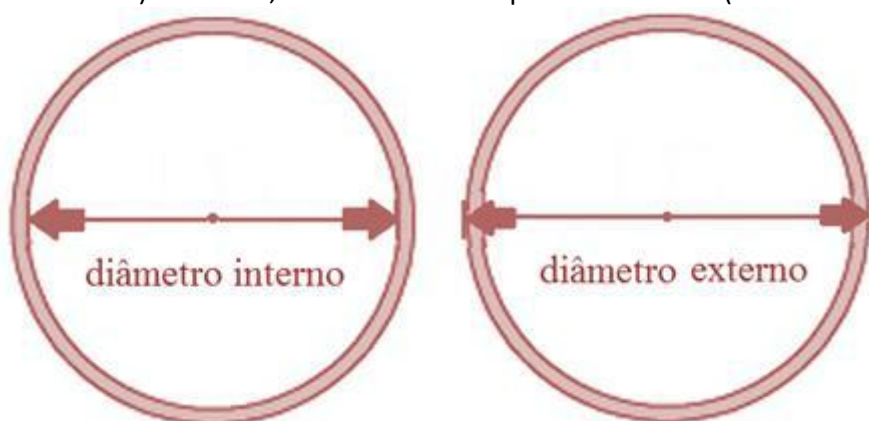
**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, 12 moedas de 5 centavos, fita adesiva, caneta permanente (usada em CD), pote de vidro em formato cilíndrico, água, lápis, borracha, régua e calculadora.

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupos, de preferência com 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

1) Com o auxílio da régua, meça o diâmetro interno do seu pote cilíndrico e anote no espaço a seguir:

Diâmetro = \_\_\_\_ cm

No pote de vidro, existem dois diâmetros: um, sem considerar a espessura do vidro (diâmetro interno) e o outro, considerando a espessura do vidro (diâmetro externo).



Lembramos que o raio de uma circunferência é igual à metade do seu diâmetro, logo

$$r = \frac{d}{2} \text{ ou } d = 2r.$$

2) Peça para que seu professor coloque água em seu pote cilíndrico até um pouco mais que a metade de sua altura.

3) Faça um risco horizontal com a caneta permanente por fora do vidro para indicar a altura da água e indique com o número 1. Vamos chamar essa altura de  $h_1$ .

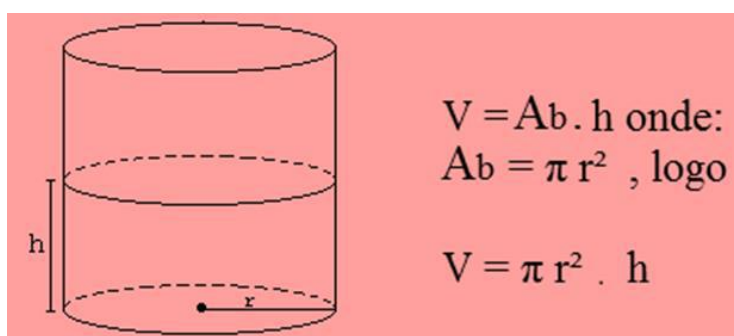
4) Com o auxílio da régua, meça essa altura da água e registre no espaço a seguir (despreze a espessura do fundo do pote):

Altura  $h_1 = \underline{\hspace{2cm}}$  cm.

5) Agora que você já possui as medidas necessárias, já é possível calcular o volume de água que tem em seu recipiente. Para isso, é necessário saber a fórmula de volume do cilindro, que é a mesma usada para os prismas:

$V = A_b \times H$ , porém a base considerada agora é um círculo.

Para ajudá-lo com os cálculos:



6) Preencha a tabela 1 com os valores do diâmetro e da altura na tabela 1 (em centímetros) e calcule o raio, a área da base e o volume. Aproxime o valor de  $\pi$  para 3,14 (use a calculadora para fazer os cálculos).

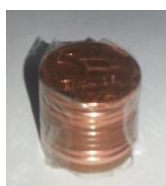
**Tabela 1**

<b>Diâmetro d</b>	<b>Raio r</b>	<b>Altura <math>h_1</math></b>	<b>Volume <math>V_1 = A_b \cdot h_1</math></b>

7) Pegue uma moeda de 5 centavos e meça seu diâmetro com a régua. Registre no espaço a seguir:

Diâmetro moeda =  $\underline{\hspace{2cm}}$  cm

8) Empilhe 12 moedas de 5 centavos iguais e passe a fita adesiva prendendo todas como na foto abaixo, sem exagerar no uso da fita (uma volta é suficiente).



9) Você conhece o sólido formado? Discuta com seus colegas!

10) Qual é o raio desse cilindro? Lembre-se que você já mediu o diâmetro da moeda.

Raio = \_\_\_\_\_ cm

11) Com o auxílio da régua, meça sua altura e registre no espaço a seguir:

Altura do cilindro feito de moedas = \_\_\_\_\_ cm.

12) Mergulhe o cilindro feito de moedas em seu pote de vidro.

13) O que aconteceu com o nível da água?

14) Faça um risquinho horizontal no pote de vidro, para indicar a nova altura da água e indique com o número 2.

15) Chamemos a nova altura da água de  $h_2$ . Meça  $h_2$  e registre no espaço a seguir:

$h_2$  = \_\_\_\_\_ cm

16) Calcule o volume do cilindro até a altura  $h_2$  e preencha a tabela 2. Aproxime o valor de  $\pi$  para 3,14 e use a calculadora para fazer os cálculos.

**Tabela 2**

<b>Diâmetro d</b>	<b>Raio r</b>	<b>Altura <math>h_2</math></b>	<b>Volume <math>V_2 = A_b \cdot h_2</math></b>

17) O que aconteceu com o volume interno após inserir o objeto na água? Compare os valores dos volumes  $V_1$  e  $V_2$  encontrados nas últimas colunas das tabelas 1 e 2 e discuta com seus colegas qual a causa da alteração, se houver.

18) Que operação você deve fazer para determinar o volume do cilindro de moedas? Determine-o.

$V$  = \_\_\_\_\_  $\text{cm}^3$

19) Compare o seu resultado com o resultado encontrado por colegas de outros grupos. Mas, verifique se eles usaram a mesma moeda e a mesma quantidade de moedas.

20) Eles são iguais ou bem próximos?

21) Você deve ter observado que mesmo os potes sendo diferentes, esse valor foi praticamente igual. Por que isto acontece?

22) Calcule agora o volume da pilha de moedas utilizando os valores do raio e altura que você já registrou nos itens 11 e 12 respectivamente.

**Tabela 3**

<b>Raio r</b>	<b>Área da base</b>	<b>Altura h</b>	<b>Volume da pilha de moedas <math>V_2 = A_b \cdot h</math></b>

23) Compare o valor do volume encontrado na última coluna da Tabela 3 com o resultado de  $V_2 - V_1$  já calculado.

24) O que podemos comprovar com esta atividade?

25) Você deve ter observado que, ao inserir o cilindro feito de moedas na água, provocamos um aumento de volume e que esse aumento ( $V_2 - V_1$ ) é bem próximo do volume da pilha de moedas inserido.

## **AVALIAÇÃO**

A avaliação envolve aluno e professor, devendo ser realizada de modo que ambos possam avaliar o desenvolvimento das competências relacionadas aos temas apresentados.

A avaliação deverá ser realizada em três momentos distintos:

1º momento: elaboração em dupla de questões com gabarito, contextualizadas e diversificadas que envolvam Prismas e cilindros. Nesse momento estará sendo avaliado as competências e habilidades desenvolvidas pelos alunos. (50 minutos)

2º momento: Aplicação de exercícios discursivos para serem resolvidos individualmente. Nesse momento será avaliado a capacidade de utilização dos conhecimentos adquiridos e o raciocínio lógico na resolução de questões que envolvam Prismas e cilindros. (50 minutos)

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REVISITANDO PRISMAS E CILINDROS – Curso de formação continuada – CECIERJ/Consórcio cederj – Projeto SEEDUC – 2º série / 1º Bimestre / 2º Campo conceitual / 2013.

Disponível em <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br>. Acesso em: 16/05/2013

REPENSANDO: RECONHECENDO E NOMEANDO PRISMAS E CILINDROS – Curso de formação continuada – CECIERJ/Consórcio cederj – Projeto SEEDUC – 2º série / 1º Bimestre / 2º Campo conceitual / 2013.

Disponível em <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br>. Acesso em: 16/05/2013

ROTEIRO DE AÇÃO 1: Prismas e Cilindros - Curso de formação continuada – CECIERJ/Consórcio cederj – Projeto SEEDUC – 2º série / 1º Bimestre / 2º Campo conceitual / 2013.

Disponível em <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br>. Acesso em: 16/05/2013

ROTEIRO DE AÇÃO 3: Área do Prisma - Curso de formação continuada – CECIERJ/Consórcio cederj – Projeto SEEDUC – 2º série / 1º Bimestre / 2º Campo conceitual / 2013.

Disponível em <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br>. Acesso em: 16 /05/2013

ROTEIRO DE AÇÃO 4: Cálculo da área do cilindro com tubos de papel - Curso de formação continuada – CECIERJ/Consórcio cederj – Projeto SEEDUC – 2º série / 1º Bimestre / 2º Campo conceitual / 2013.

Disponível em <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br>. Acesso em: 16 /05/2013

ROTEIRO DE AÇÃO 5: Volume do cilindro: Calculando, afundando e comprovando - Curso de formação continuada – CECIERJ/Consórcio cederj – Projeto SEEDUC – 2º série / 1º Bimestre / 2º Campo conceitual / 2013.

Disponível em <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br>. Acesso em: 16 /05/2013