FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

Colégio Estadual Manoel Rodrigues de Barros – Miracema

Professor: Hélio Pinho Gutterres

Matrícula: 09388760

Série: 2º ano do Ensino Médio – 2º Bimestre / 2013

Tutor (a): Maria Cláudia Padilha Tostes

PLANO DE TRABALHO

PRISMAS E CILINDROS

Helio Pinho Gutterres

heliogutterres@gmail.com

Sumário

Introdução

No Ensino Médio, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão do mundo para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidade que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. No estudo de Prismas e Cilindro, o aluno deverá desenvolver diversas habilidades, como aquelas relativas aos procedimentos, mas, especialmente, as exigidas na elaboração de estratégias e na tomada de decisões. Além disso, esse estudo deve auxiliar o aluno a estrutura o pensamento e o raciocínio dedutivo e também adquirir algumas ferramentas úteis à execução das atividades do dia a dia. Diante dessas concepções, é importante capacitar o nossos alunos a participar da vida social e produtiva, a utilizar as informações aprendidas e as habilidades desenvolvidas para continuar aprendendo.

Estratégias adotadas no Plano de Trabalho

O objetivo desse plano é criar condições para que o aluno trabalhe com Geometria Espacialeatinja um nível de entendimento adequado. Para isso, usaremos um objeto de aprendizagem que apresenta uma aplicação prática e mostraremos a importância da Matemáticaem nossas vidas.
Com apresentação devídeo, planificações e construções usando o Geogebra, daremos início ao estudo.

- **Habilidade relacionada:**

  H 04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas características.

  H 07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

  H 24 – Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

  H 25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume.

- **Pré-requisitos:**

O aluno deverá ter conhecimentos básicos de Matemática.

- **Tempo de Duração:**

  2º Bimestre.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

  Data show,Laboratório de informática, Software educacionais, Vídeo e Livro didático.

- **Organização da turma:**

  Dentro de sala, os alunos vão realizar as atividades individualmente e em grupo.

- **Objetivos:**

  No Ensino Fundamental, os alunos tiveram contato com vários campos do conhecimento matemático. No Ensino Médio, espera-se que estejam em condições de utilizar e enriquecer esses conhecimentos, desenvolvendo de modo mais amplo a capacidades, como abstrair, investigar, analisar e compreender os fatos matemáticos e interpretar a própria realidade. .Neste estudo, o aluno deverá ter capacidade de entenderGeometria EspacialPrismas e Cilindro de um modo prazeroso.

  Ao final, o aluno deverá ser capaz de resolver situações problemas que envolva os conteúdos estudados.

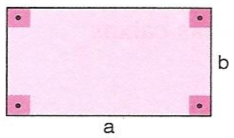
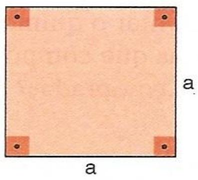
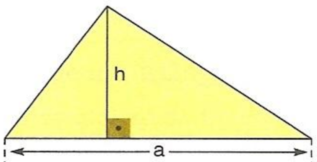
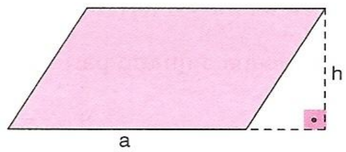
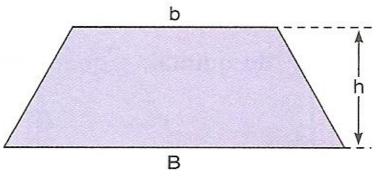
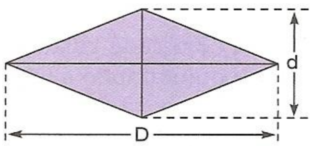
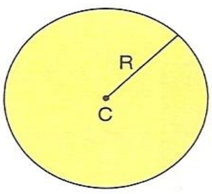
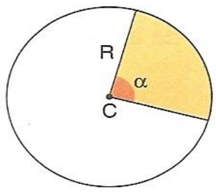
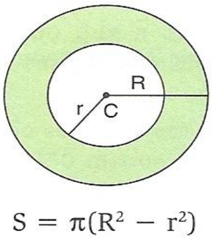
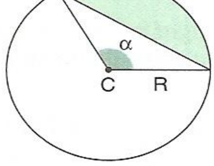
- **Metodologia adotada:**

  Apresentação do estudo para que o aluno construa seus conhecimentos,uso da geometria dinâmica Geogebra, planificações evídeos.

Revisão

Área das principais figuras planas.

A tabela a seguir mostra as fórmulas usadas para calcular a área das principais figuras planas. Elas serão muito utilizadas em Geometria métrica espacial.

Figura	Desenho	Área
RETÂNGULO		$S = ab$
QUADRADO		$S = a^2$
TRIÂNGULO		$S = \frac{ah}{2}$
PARALELOGRAMO		$S = ah$
TRAPÉZIO		$S = \frac{(B + b)h}{2}$
LOSANGO		$S = \frac{Dd}{2}$
CÍRCULO		$S = \pi R^2$
SETOR CIRCULAR		α em graus: $S = \frac{\alpha \pi R^2}{360}$ α em radianos: $S = \frac{\alpha R^2}{2}$
COROA CIRCULAR		$S = \pi(R^2 - r^2)$
SEGMENTO CIRCULAR		α em radianos $S = \frac{R^2}{2}(\alpha - \text{sen } \alpha)$

Roteiro de Ação 1

I-Prismas e Cilindros.

O objetivo deste roteiro é trabalhar o reconhecimento e a identificação desses sólidos, através da manipulação de embalagens trazidas pelos alunos tais como caixinhas (de remédio, sapato, pasta de dente, sabão em pó, etc.), rolos de papel higiênico, embalagens de achocolatado, dentre outras.

Antes de começar a atividade, o professor organize os grupos tentando mesclar os objetos trazidos – se possível deixar cada grupo com pelo menos um objeto cilíndrico. Caso isso não seja possível, o professor pode fornecer algum dos que ele levou.

1º Parte – Reconhecendo Prisma e Cilindro.

1)Em grupo, coloque seu objeto, que representa um sólido geométrico, à sua frente, de forma que todos os colegas possam vê-lo.

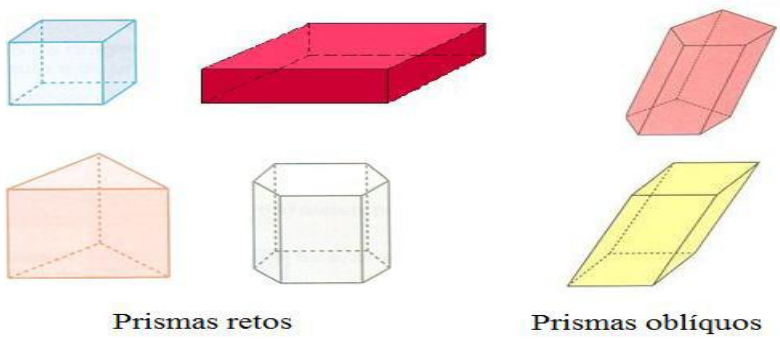
2)Antes de iniciar a atividade, converse com seu grupo, e juntos, escolham um colega para ser o narrador da atividade em voz alta. (ou cada um lê um item)

3)Observe todos os objetos trazidos. Procure semelhanças entre eles e separe em dois grupos de acordo com as características observadas.

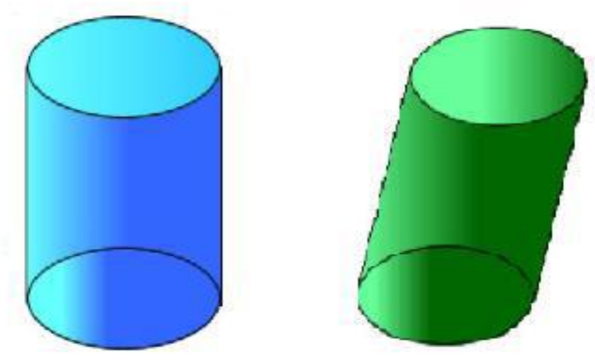
Como vocês realizaram essa separação? Converse com seus colegas e verifique se, em um grupo, ficaram os objetos que possuem todas as partes planas e, no outro grupo, os que são "arredondados".

4)Pegue duas folhas e escreva a palavra "PRISMA" em uma delas e "CILINDRO" na outra com letra de forma bem grande.

5)Leia com atenção as características de cada uma das ilustrações a seguir.



Um prisma é um poliedro convexo que possui duas faces paralelas, formadas por polígonos convexos congruentes (iguais) – chamadas de bases – e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por retângulos (no caso do prisma ser reto) ou paralelogramos (nos prismas oblíquos).



Cilindro reto Cilindro oblíquo

A superfície do cilindro é formada por duas partes planas, que são as bases, e uma parte "curva" (arredondada), que é a superfície lateral.

6)Agora, reveja os objetos de cada grupo e de acordo com as definições anteriores, coloque cada folha diante de cada grupo de objetos.

7)Vocês conseguem observar algumas características comuns aos prismas e aos cilindros? Quais? Discutam em grupo.

2º Parte – Construindo outros Prismas.

1|)Agora você irá construir alguns sólidos geométricos. Para isso, usaremos os (anexos) desta atividade três planificações para a montagem.

2)Destaque as folhas em anexo, no final desta atividade, recorte nas linhas externas e dobre todas as outras.

3)Depois que estiver tudo dobrado corretamente, passe cola apenas nas abas em branco e cole por dentro das faces.

4)Tanto os cilindros quanto os primas são classificados de acordo com sua base. Exemplo:

- Prisma triangular (possui base triangular);
- Prisma retangular ou paralelepípedo (tem como base um retângulo);
- Paralelepípedo reto-retângulo (todas as faces são retangulares);
- Prisma hexagonal (possui um hexágono na base);
- Cilindro circular (a base é um círculo);

Nomeie os prismas e cilindros que vocês possuem de acordo com essa classificação.

5)Observe o cubo. Ele é um prisma? Em caso afirmativo, podemos encaixá-lo em qual das classificações já citadas?

6)Observe, agora, o cubo e o paralelepípedo reto-retângulo. Ambos são paralelepípedos, correto? Mas qual é a diferença entre eles?

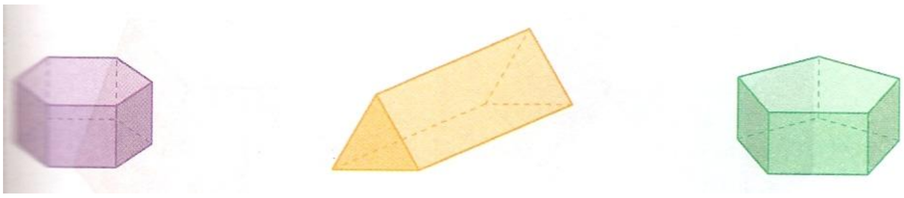
Anexos no final.

Vídeo: Abelhas Matemáticas. Retirado:www.m3.mat.br(acesso: 20/04/2013).

Prismas

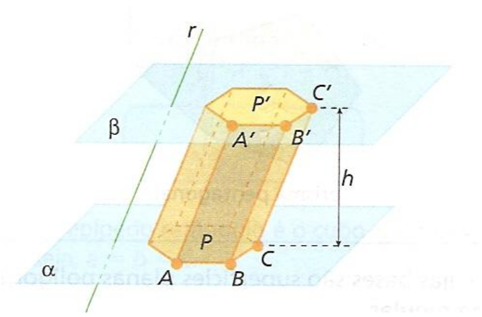
Os vários objetos que estudamos tem a forma de prisma. Desde os mais variados tipos de embalagens até as mais elaboradas edificações, muitos são exemplos da presença dos prismas no dia a dia.

Observe os prismas. Note que todos eles possuem pelo menos um par de faces paralelas e congruentes, e pelo menos três faces paralelográmicas (lados paralelos dois a dois). Esse fato, embora não seja exclusivo dos prismas, ocorre com todos eles.



I -Definição de Prisma

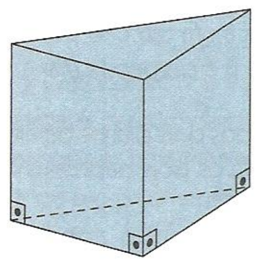
Consideremos dois planos paralelos, α e β, uma região poligonal P contida em α e uma reta r que intercepta os planos α e β.



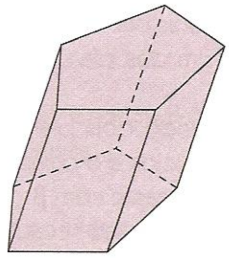
Define-se **prisma** o poliedro formado por todos os segmentos de reta paralelos a r tais que uma de suas extremidades é um ponto da região P e a outra extremidade é um ponto no plano β.

Se a reta r é perpendicular aos planos α e β, dizemos que o prisma é **reto**, caso contrario, ele é **oblíquo**.

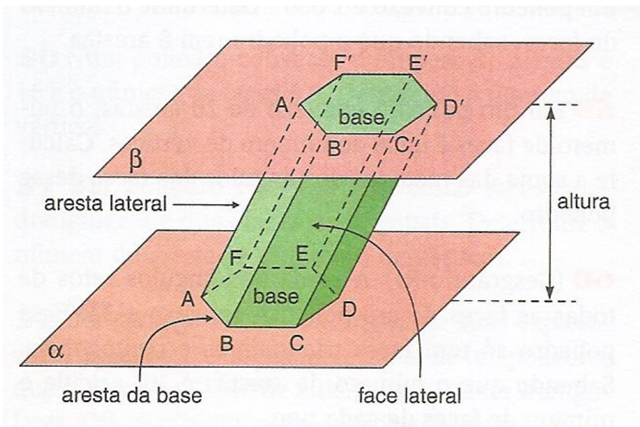
Reto



Oblíquo



II- Elementos de um prisma.

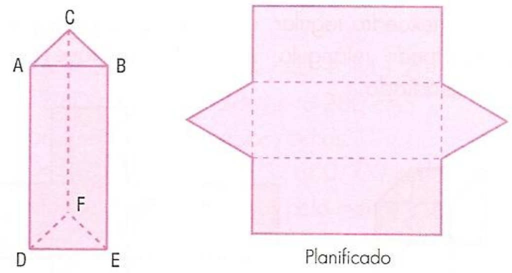


- **Bases**: são os polígonos convexos congruentes ABCDEF e A’B’C’D’E’F’ situados nos planos paralelos α e β (planos das bases).
- **Faces Laterais**: são os paralogramos ABB’A’, B CC’B’,...,AFF’A’.
- **Arestas das Bases**: são os lados dos polígonos das bases.
- **Arestas Laterais**: são os segmentos AA’, BB’,...,FF’.
- **Altura**: é a distância entre os planos paralelos α e β.

III – Classificação dos prismas

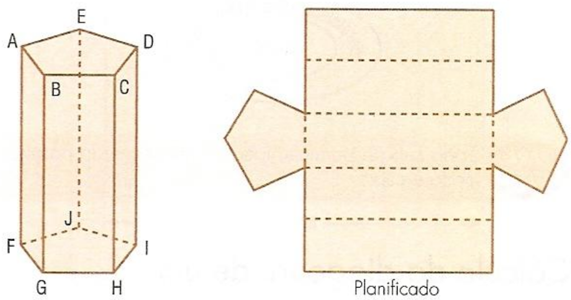
De acordo com a região poligonal das bases, o prisma recebe nomes especiais.

1-Prisma reto de base triângular ou prisma triangular.



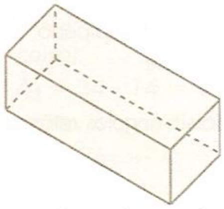
Bases: regiões ABC e DEF
Faces laterais: regiões ABED, ACFD, BCFE
Arestas laterais: AD, CF e BE

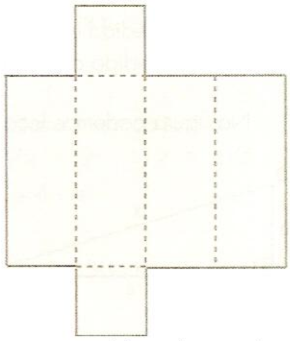
2-Prisma reto de base pentagonal ou prisma reto pentagonal.



Bases: regiões ABCDE e FGHIJ
Faces laterais: regiões BCHG, CDIH, DEJI, AEJF e ABGF (retangulares)
Arestas laterais: $\overline{AF}$, $\overline{BG}$, $\overline{EJ}$, $\overline{CH}$ e $\overline{DI}$

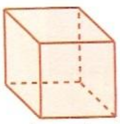
3- Prisma reto de base retangular ou paralelepípedo retângulo ou bloco retangular.
Quando o prisma é reto e a base é uma região retangular, obtemos um paralelepípedo retângulo ou bloco retangular, no qual cada face é uma região retangular.

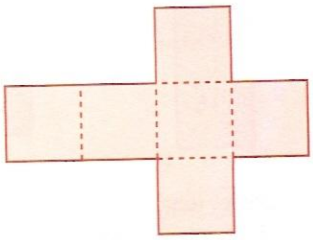

Paralelepípedo retângulo
ou bloco retangular


Paralelepípedo retângulo
planificado

4-Cubo ou hexaedro regular.

Quando em prisma reto a base é uma região poligonal regular, tem um prisma regular. Um exemplo é o cubo ou hexaedro regular, que é um caso particular de paralelepípedo retângulo, no qual cada face é uma região quadrada.

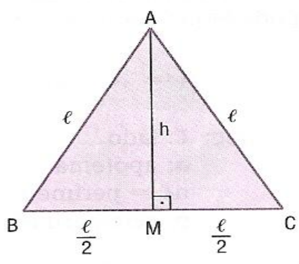

Cubo ou hexaedro regular


Cubo planificado

V- Prismas: Área e Volume.

Revisão.

Área do triângulo Equilátero.



- Usando a base (ℓ) e a altura (**h**)

O triângulo AMC é retângulo em **M** e, portanto, vale a relação de Pitágoras:

$$\ell^2 = h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \frac{3\ell^2}{4} \Rightarrow \boxed{h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}}$$

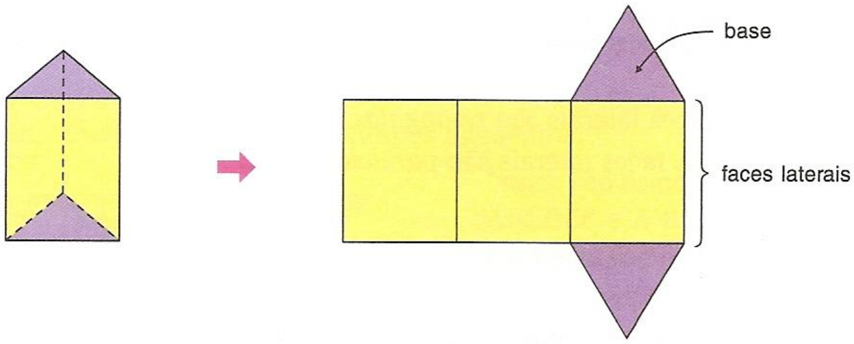
Logo, a área da região limitada pelo triângulo ABC é dada por:

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{\overline{BC} \cdot h}{2} = \frac{\ell \cdot \frac{\ell\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

Portanto, $\boxed{A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}}$ (área da região triangular eqüilátera de lado ℓ).

1-Área da superfície de um prisma

A figura abaixo representa um prisma triangular regular e sua planificação.



Definindo a área de algumas partes da superfície desse prisma.

Área da base (A_b): é a área de um dos polígonos das bases.

Área lateral (A_l): é a soma das áreas de todas as faces laterais.

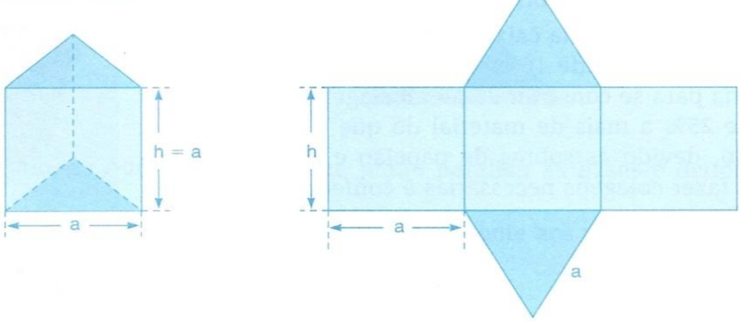
Área total (A_t): é a soma da área lateral e das áreas das bases.

$$\mathbf{A_t = A_l + 2A_b}$$

Exemplo.

Num prisma triangular regular, a medida a da aresta da base é igual à medida h da altura do prisma. Sabendo-se que a área lateral é 10 m², calcular a área total do prisma.

Planificando o prisma, temos:



A face lateral é um retângulo de dimensões *a* e *h*.

$S_\ell = 3S_f$

$S_f = a \cdot h = a \cdot a = a^2$

Comparando, temos: $S_\ell = 3a^2$

Como $S_\ell = 10$, temos:

$3a^2 = 10 \Rightarrow a^2 = \frac{10}{3} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{10}{3}}$

$\therefore a = \frac{\sqrt{30}}{3}$ m

A base é um triângulo eqüilátero cujo lado mede *a*.

$$S_b = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\frac{10}{3}\sqrt{3}}{4} \therefore S_b = \frac{10\sqrt{3}}{12}\ \text{m}^2$$

Cálculo da área total

$$S_t = S_\ell + 2 \cdot S_b = 10 + 2 \cdot \frac{10\sqrt{3}}{12}$$

$$\therefore S_t = 10\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)\ \text{m}^2$$

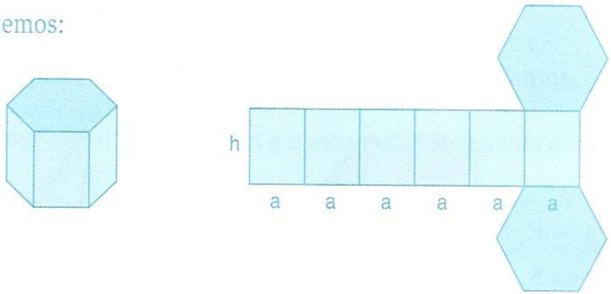
Um fabricante de embalagens de papelão quer construir uma caixa em forma de prisma hexagonal regular.

Sabendo que a altura da caixa é de 20 cm e que o lado do polígono da base mede 16 cm, calcule a área de papelão necessária para se construir essa embalagem. Admita que se utilize 25% a mais de material do que o estritamente calculado, devido às sobras de papelão e para que seja possível fazer colagens necessárias à confecção da caixa. (Use $\sqrt{3} = 1{,}73$.)

Planificando a caixa, temos:

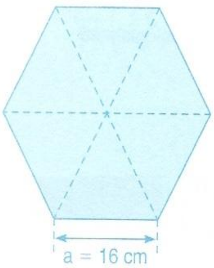
a = 16 cm

h = 20 cm



➤ Cálculo da área da base (S_b)

A base é um hexágono regular que pode ser decomposto em seis triângulos eqüiláteros cujos lados medem 16 cm.



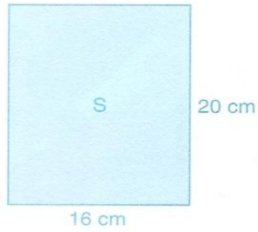
$$S_{\text{triângulo}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{16^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{256 \cdot 1{,}73}{4} \therefore S_\triangle = 110{,}72\ \text{cm}^2$$

Logo:

$$S_b = 6 \cdot S_\triangle = 6 \cdot 110{,}72 \therefore S_b = 664{,}32\ \text{cm}^2$$

➤ Cálculo da área lateral (S_ℓ)

Num prisma regular, sabemos que as faces laterais são retângulos.



$S_{retângulo} = 16 \cdot 20 \therefore S_{\square} = 320\ cm^2$

Como são 6 retângulos, vem:

$S_\ell = 6 \cdot S_{\square} = 6 \cdot 320 = 1\,920 \therefore S_\ell = 1\,920\ cm^2$

➤ Cálculo da área total (S_t)

$S_t = S_\ell + 2S_b = 1\,920 + 2 \cdot 664{,}32 \therefore S_t = 3\,248{,}64\ cm^2$

Devemos usar 25% a mais de papelão do que o calculado.

$\text{área} = S_t + 25\%\ S_t \Rightarrow \text{área} = S_t + 0{,}25S_t \Rightarrow \text{área} = 1{,}25S_t \Rightarrow \text{área} = 1{,}25 \cdot 3\,248{,}64$

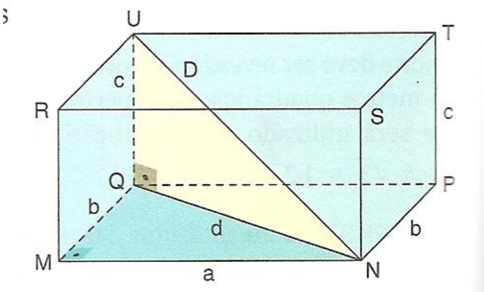
$\therefore \text{área} = 4\,060{,}80\ cm^2$

A área de papelão para fabricar uma caixa é igual a 4 060,80 cm^2.

Exercícios.

Diagonal de um paralelepípedo retângulo.

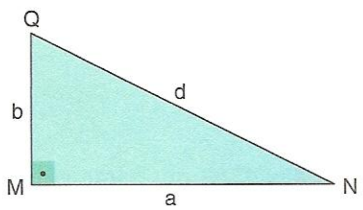
Considere um paralelepípedo retângulo de dimensões a,b e c.



Sejam d e D as medidas das diagonais da base (face MNPQ) e do paralelepipedo, respectivamente.

Da figura, temos:

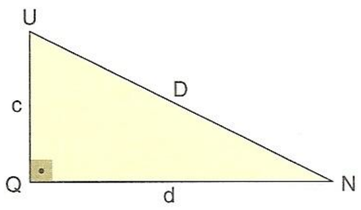
O triângulo QMN é retângulo.



$$(QN)^2 = (MN)^2 + (MQ)^2 \text{ (teorema de Pitágoras)}$$

$$d^2 = a^2 + b^2$$

O triângulo NQU é retângulo.



$$(UN)^2 = (QN)^2 + (QU)^2$$

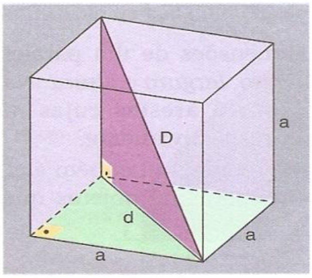
$$D^2 = d^2 + c^2$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$D^2 = (a^2 + b^2) + c^2$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

No caso particular do cubo, temos a = b = c, logo:



Diagonal da face: $d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow d^2 = 2a^2 \therefore d = a\sqrt{2}$

Diagonal do cubo: $D^2 = d^2 + a^2$

$D^2 = 2a^2 + a^2$

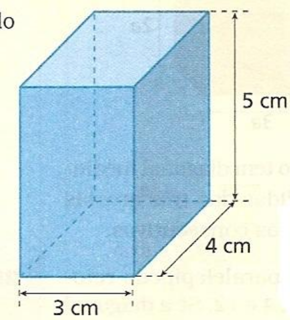
$D^2 = 3a^2$

$\therefore \quad D = a\sqrt{3}$

Exemplo.

1)

Calcular a medida da diagonal do paralelepípedo ao lado.



Resolução

$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$d = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}$

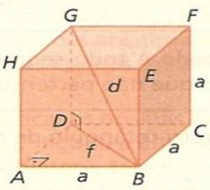
$d = \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 5^2}$

$d = 5\sqrt{2}$

Logo, a diagonal mede $5\sqrt{2}$ cm.

2)

. Calcular a medida da aresta de um cubo cuja diagonal excede em $\sqrt{2}$ cm a diagonal da base.



Resolução

Sendo d a medida da diagonal do cubo e f a medida da diagonal da base, temos, pelos dados do problema: $d = f + \sqrt{2} \Rightarrow d - f = \sqrt{2}$

Também temos: $f^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow f = a\sqrt{2}$

Por se tratar de um cubo, sabemos que $d = a\sqrt{3}$.

Assim:

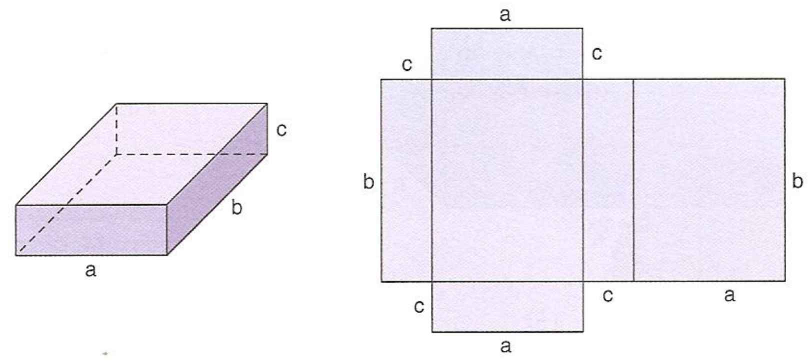
$d - f = \sqrt{2} \Rightarrow a\sqrt{3} - a\sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow a \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \Rightarrow a = \dfrac{\sqrt{6} + 2}{3 - 2}$

Portanto: $a = (2 + \sqrt{6})$ cm

2-Àrea total de um paralelepípedo retângulo.

Consideremos a planificação do paralelepípedo retângulo de dimensões a, b e c mostrada na figura.



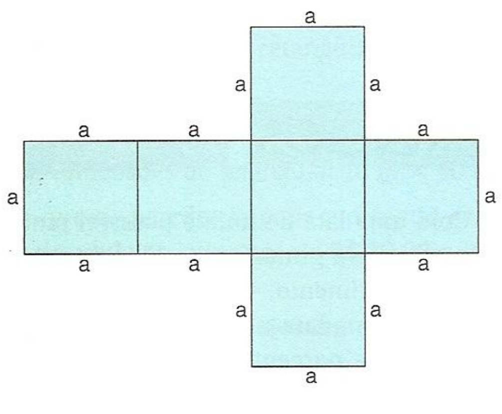
Observe que a área total do paralelepípedo retângulo é igual à soma das áreas de:

- Dois retângulos de dimensões a e b → $A_1 = ab$
- Dois retângulos de dimensões a e c→ $A_2 = ac$
- Dois retângulos de dimensões b e c→ $A_3 = bc$

Então: $A_t = 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 \Longrightarrow A_t = 2\,ab + 2\,ac + 2\,bc$

$\mathbf{A_t = 2(ab + ac + bc)}$

No caso do cubo:



Cálculo da área total

$A_t = 2\,(aa + aa + aa)$

$A_t = 2\,(a^2 + a^2 + a^2)$

$A_t = 2\,.\,3\,a^2$

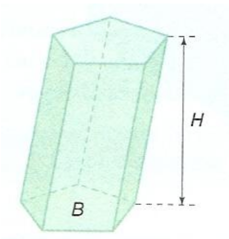
$\mathbf{A_t = 6\,a^2}$

Exemplos.

Exercícios.

3 - Volume de um prisma.

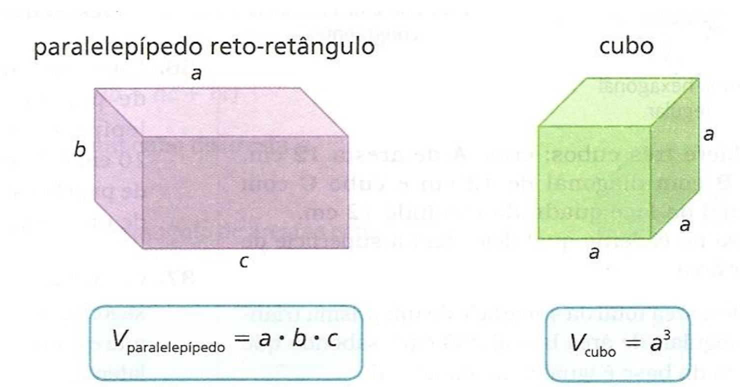
O volume de um prisma qualquer é igual ao produto da área de sua base por sua altura.



V= A_b . h

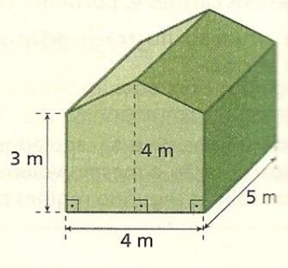
4- Volume de um paralelepípedo reto-retângulo.

O volume de um paralelepípedo reto-retângulo de dimensões a, b e c é o produto das três dimensões.



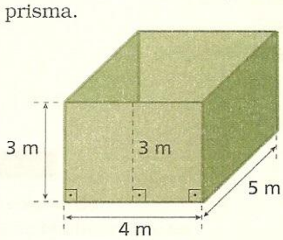
Exemplo.

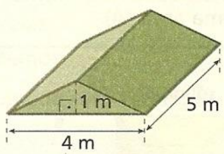
. Calcular o volume de ar contido em uma casa que tem a forma do prisma ao lado.



Resolução

Vamos decompor a figura da casa em duas partes com formas de prisma.





Forma de prisma reto-retângulo

$V_1 = A_{base} \cdot \text{altura}$

$V_1 = 4 \cdot 5 \cdot 3$

$V_1 = 60$

Forma de prisma reto de base triangular

$V_2 = A_{base} \cdot \text{altura}$

$V_2 = \dfrac{4 \cdot 1}{2} \cdot 5$

$V_2 = 10$

Logo, o volume total de ar contido na casa é dado por $V_1 + V_2$, ou seja, 70 m^3.

Exercícios.

Princípio de Cavalieri

A foto abaixo mostra as mesmas moedas empilhadas de duas maneiras diferentes. Que relação existe entre o volume da primeira pilha de moedas e o volume da segunda pilha?

BETO CELLI

É claro que as pilhas têm volumes iguais, pois o volume de cada pilha é a soma dos volumes das moedas que a compõem, e as duas pilhas são compostas pelas mesmas moedas.

Essa ideia intuitiva foi transformada em uma importante proposição pelo matemático, professor da Universidade de Bolonha (Itália), Bonaventura Cavalieri. A obra mais importante de Cavalieri, *Geometria indivisibilibus continuorum* (*Geometria dos indivisíveis contínuos*), publicada em 1635, apresenta o princípio, enunciado a seguir, para a comparação dos volumes de dois sólidos geométricos.

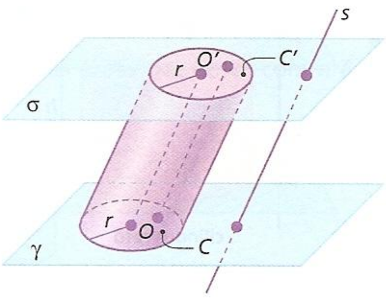
Sejam dois sólidos geométricos P_1 e P_2 e um plano α. Se **qualquer** plano β, **paralelo** a α, que intercepta um dos sólidos também intercepta o outro e determina nesses sólidos **secções de mesma área**, então os sólidos P_1 e P_2 têm **volumes iguais**.

Vídeo: Mistério. Retirado:www.m3.mat.br(acesso: 20/04/2013).

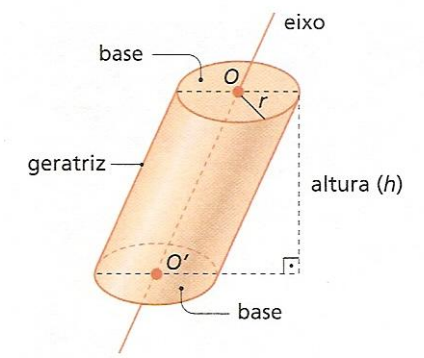
Cilindro

I-Definição de cilindro circular.

Considerando γ e σ planos paralelos, C um circulo de raio r contido em γ, e s uma reta secante aos planos γ e σ, chamamos de **cilindro circular**, ou apenas **cilindro**, a figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta paralelos à reta s, com uma extremidade em um ponto de C e a outra em um ponto de σ.



II-Elementos do Cilindro.

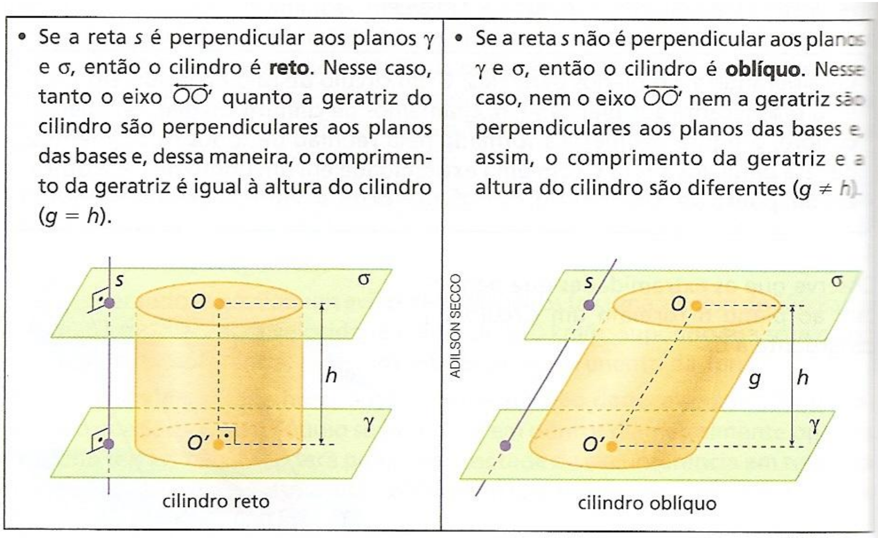


Considerando o cilindro desenhado acima, definimos:

- **Bases**: os círculos C e C' de raio r e centro O e O'.
- **Eixo**: a reta OO'.
- **Geratriz**: os segmentos paralelos ao eixo do cilindro cujas extremidades são ospontos correspondentes das circunferências das bases do cilindro, Indicaremos por **g** o comprimento da geratriz.
- **Altura do cilindro:**a distância h entre os planos que contém as bases.

III- Classificação dos cilindros.

Podemos classificar um cilindro de acordo com a inclinação da reta s em relação aos planos γ e σ que contém as bases.

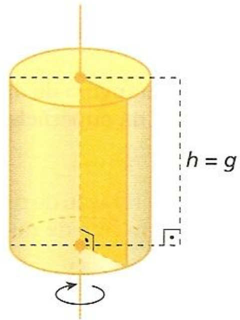


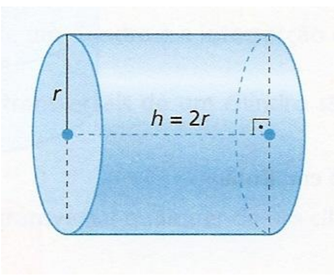
- Se a reta *s* é perpendicular aos planos γ e σ, então o cilindro é **reto**. Nesse caso, tanto o eixo $\overleftrightarrow{OO'}$ quanto a geratriz do cilindro são perpendiculares aos planos das bases e, dessa maneira, o comprimento da geratriz é igual à altura do cilindro ($g = h$).
- Se a reta *s* não é perpendicular aos planos γ e σ, então o cilindro é **oblíquo**. Nesse caso, nem o eixo $\overleftrightarrow{OO'}$ nem a geratriz são perpendiculares aos planos das bases e, assim, o comprimento da geratriz e a altura do cilindro são diferentes ($g \neq h$).

IV- Cilindro de revolução.

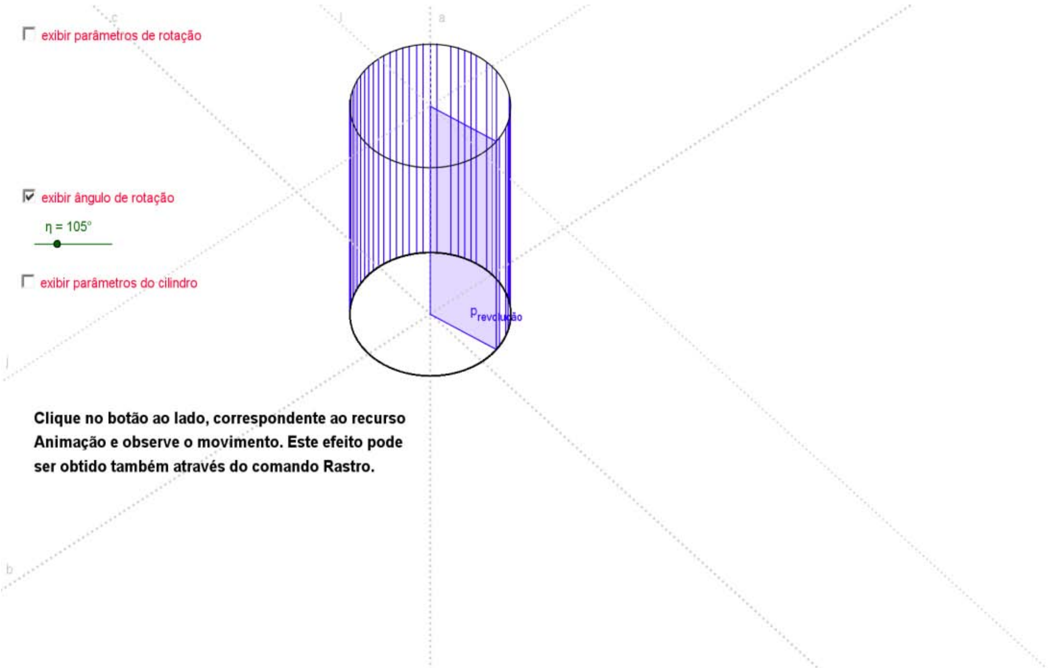
Um cilindro circular reto é também denominado **cilindro de revolução**, pois pode ser obtido pela rotação de uma superfície retangular em torno da reta que contém um dos lados dessa superfície, de medida igual à altura h do cilindro, sendo o outro lado(perpendicular) de medida igual ao raio r da base do cilindro.

Se um cilindro reto tem altura igual ao dobro do raio da base (h =2r), ele é chamado **cilindro equilátero**.





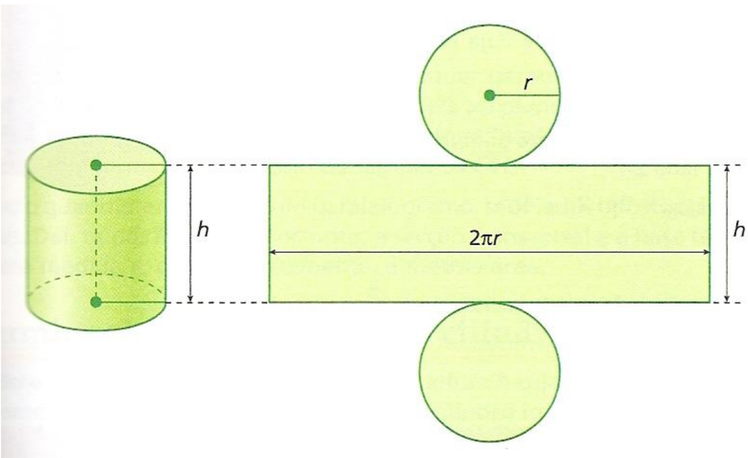
Geogebra.



V- Área da superfície de um cilindro reto.

Num cilindro consideramos a seguintes áreas:

Planificação do cilindro.



- **Área da base**: é a área de um circulo de raio **r**, dada por:

$A_b = \pi r^2$

- **Área lateral:** é a área do retângulo de lados 2π **r e h**, dada por:

$$A_l = 2\pi r h$$

- **Área total:** é a soma das áreas das bases com a área lateral, dada por:

$$A_t = 2A_b + A_l$$
$$A_t = 2\pi r(r + h)$$

Exemplo.

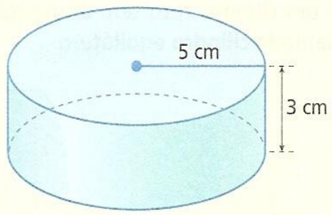
1)

. Dado um retângulo de dimensões 3 cm e 5 cm, comparar a área lateral e a área total da superfície dos cilindros de revolução dele obtidos.

Resolução

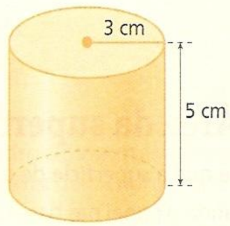
Fazendo a rotação do retângulo em torno do lado que mede 3 cm, obtemos um cilindro reto de raio 5 cm e altura 3 cm. Então:

$$A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 3$$
$$A_{lateral} = 30\pi\ cm^2$$
$$A_{total} = 2 \cdot 5 \cdot \pi \cdot (5 + 3)$$
$$A_{total} = 80\pi\ cm^2$$



O outro cilindro de revolução tem raio 3 cm e altura 5 cm. Então:

$$A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 5$$
$$A_{lateral} = 30\pi\ cm^2$$
$$A_{total} = 2 \cdot 3 \cdot \pi \cdot (3 + 5)$$
$$A_{total} = 48\pi\ cm^2$$



Portanto, as áreas laterais dos cilindros obtidos são iguais. No entanto, quando fazemos a rotação do retângulo em torno do lado menor, a área total da superfície do cilindro é maior.

2)

. Calcular a razão entre a área da base e a área da secção meridiana de um cilindro equilátero.

Resolução

Vamos considerar um cilindro equilátero de altura h e cuja base é um círculo de raio r.

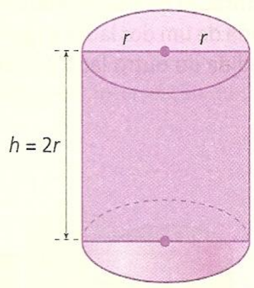
A área da base é: $A_{base} = \pi \cdot r^2$.

Como um cilindro equilátero tem a altura igual ao dobro do raio ($h = 2r$), a secção meridiana é um quadrado de lado $2r$.

A área da secção meridiana é: $A_{secção\ meridiana} = 2r \cdot 2r = 4r^2$

Assim, temos: $\dfrac{\pi \cdot r^2}{4 \cdot r^2} = \dfrac{\pi}{4}$

Portanto, a razão entre a área da base e a área da secção meridiana é $\dfrac{\pi}{4}$.

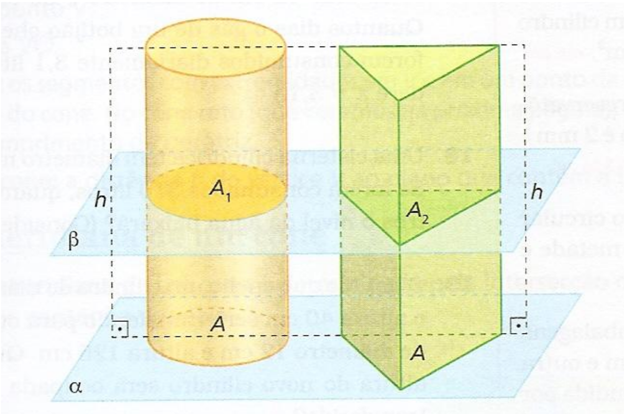


Exercícios.

VI- Volume de um cilindro.

Para calcular o volume de um prisma qualquer, aplicamos o Principio de Cavalieri.

Considere um cilindro e um prisma de mesma altura h cujas bases estejam contidas no mesmo plano α, sendo a área da base do cilindro igual à base do prisma.



Observe que cada plano β, paralelo a α, quesecciona o cilindro também secciona o prisma, determinando as secções do cilindro e do prisma, ambas de mesma área, já que $A_1 = A$ e $A_2 = A$.

Assim, pelo principio de Cavalieri, o volume do cilindro é igual ao volumedo prisma:

$$\mathbf{V_{cilindro} = V_{prisma} = A_{base} \cdot h}$$

Portanto, o volume do cilindro é dado por:

$$\mathbf{V_{cilindro} = \pi\, r^2\, h}$$

Exemplo.

1 Uma comunidade consome 30 000 litros de água por dia. Para isso, conta com um rio de forma cilíndrica cujo raio é 10 m e a altura 10 m. Por quanto tempo, aproxim o reservatório poderá abastecer essa comunidade?

O volume de água que o reservatório cheio pode conter é dado por:

$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \cdot 10^2 \cdot 10 \therefore V = 1\,000\pi\ m^3$

Fazendo $\pi = 3{,}14$, vem: $V = 1\,000 \cdot 3{,}14 \therefore V = 3\,140\ m^3$

Como $1\ m^3 = 1\,000\ \ell$, temos: $V = 3\,140 \cdot 1\,000 \Rightarrow V = 3\,140\,000$ litros

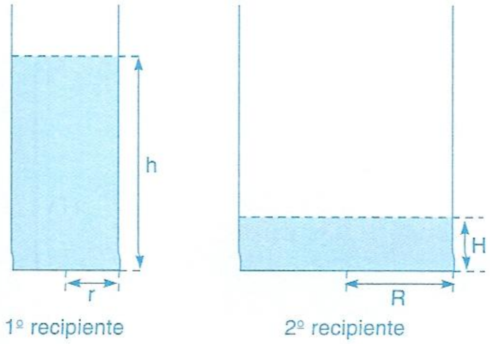
A comunidade consome 30 000 litros de água por dia.

Para consumir 3 140 000 litros levará t dias.

$$t = \frac{3\,140\,000}{30\,000} \therefore t \simeq 105 \text{ dias}$$

2 Um líquido que ocupa uma altura de 10 cm num determinado recipiente cilíndrico ferido para outro recipiente, também cilíndrico, com diâmetro duas vezes maior meiro. Qual será a altura ocupada pelo líquido nesse segundo recipiente?

Desenhando as secções meridianas dos cilindros, temos:



Vamos indicar o volume de líquido no primeiro recipiente por V_1 e, no segundo, por V_2.

$V_1 = \pi r^2 h$ e $V_2 = \pi R^2 H$

Do enunciado: $R = 2r$ e $h = 10$ cm

Como o volume de líquido é o mesmo, obtemos: $V_1 = V_2 \Rightarrow \pi r^2 h = \pi (2r)^2 H \Rightarrow r^2 h = 4r^2 H \Rightarrow$

Logo: $H = \frac{10}{4} \therefore H = 2{,}5$ cm

Exercícios.

Avaliação

A avaliação é um instrumento fundamental para fornecer informações sobre como está sendo realizado o processo ensino-aprendizagem como um todo, assim como para o professor conhecer e analisar os resultados de seu trabalho como para o aluno verificar seu desempenho. E não simplesmente focalizar o aluno, seu desempenho cognitivo e o acúmulo de conteúdos para classifica-los em “aprovados” ou “reprovado”.

Além disso, ela deve ser essencialmente formativa, na medida em que cabe à avaliação subsidiar o trabalho pedagógico, redirecionando o processo ensino-aprendizagem para sanar dificuldades, aperfeiçoando-o constantemente. A avaliação vista como um diagnóstico contínuo e dinâmico torna-se um instrumento fundamental para repensar e reformular os métodos, os procedimentos e as estratégias de ensino para que realmente o aluno aprenda.

Ao longo do bimestre, muitas oportunidades de observação e avaliação surgem e podem ser aproveitadas para isso. Dessa maneira o aluno será avaliado com sua participação, realização das atividades e as provas bimestrais.

Referências Bibliográficas.

Conexão com a Matemática/ Editora responsável Juliana Matsubara Barroso: Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna – 1 ed. – São Paulo: Moderna 2010.

Giovanni, José Ruy, Matemática completa / José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno – 2. Ed renov. - São Paulo: FTD, 2005.

Dante, Luiz Roberto – Matemática, Volume único: Livro do professor/ Luiz Roberto Dante, - 1 ed. – São Paulo – Ática, 2005.

Paiva Manoel. – Matemática – Paiva/ Manoel Paiva – 1 ed. – São Paulo: Moderna, 2009 – Matemática (Ensino Médio)

Araújo,Luís Cláudio Lopes de Aprendendo Matemática com o Geogebra / Luís Cláudio Lopes de Araújo, Jorge Cássio Costa Nóbriga _ São Paulo – Editora Exata – 2010.

Silva, Claudio Xavier da – Matemática aula por aula / Claudio Xavier da Silva, Benigno Barreto Filho – 2 ed. Renov. – São Paulo: FTD, 2005 (Coleção matemática aula por aula)

Roteiro de ação: Prismas e Cilindro – Curso de Aperfeiçoamento – Formação Continuada SEEDUC – CECIERJ. Referente ao 2ª ano do Ensino Médio.

Vídeos:retirado do site: www.m3.mat.br (acesso: 20/04/2013)

Anexos