Formação Continuada em Matemática

Matemática – 2º ano/2º bim – 2013
Plano de Trabalho

GEOMETRIA ESPACIAL: PRISMAS E CILINDROS

Tarefa 2
Cursista: Igor de Freitas Leardini
Tutora: Maria Cláudia Padilha Tostes

Sumário

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo que os alunos possam identificar quais tipos de figuras espaciais estão lidando e como trabalhar com elas, calculando áreas e volumes.

Iremos mostrar através de figuras concretas em manuseio, de vídeos e planificações, utilizando recursos como Geogebra e roteiros de ação os diversos tipos de primas e cilindros.

O assunto se faz necessário conhecimento básico de áreas e nomenclatura de figuras planas e suas principais características. Para *tal* plano, serão necessários (10) oito tempos de cinqüenta minutos, sendo trinta e cinco de aulas teóricas - demonstrativas e quinze minutos de avaliações/atividades baseadas no conteúdo visto. A avaliação escrita necessitará de (02) dois tempos de 50 minutos.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

- Habilidade Relacionada: Reconhecer diferentes corpos por suas características – prisma e cilindro
- Pré - requesito: figuras planas

- Tempo de duração: 100 minutos

- Recursos didáticos utilizados: Data – show, Geogebra, lousa, livro didático

- Organização da turma: individual

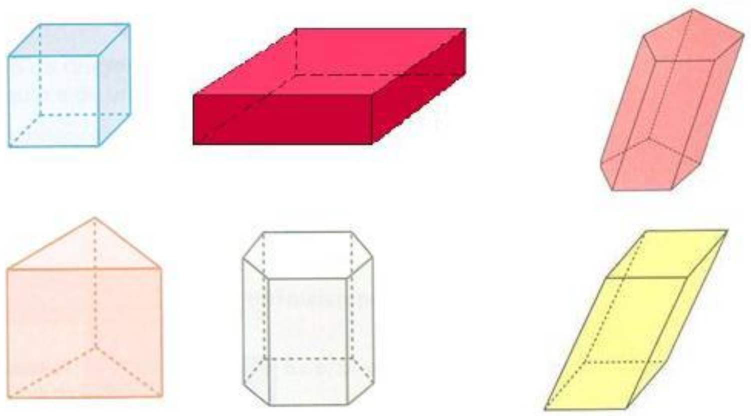
- Objetivo: saber identificar cada tipo de figura espacial

- Metodologia: Para que possamos mostrar a importância das figuras espaciais, mostrando que a Matemática está em tudo, mostraremos o vídeo das abelhas (http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1042), Procurando através do vídeo, mostrar algumas diferenças de prisma e corpos redondos, cilindro.

Após pedido inicial para que levassem figuras espaciais para aula, trazida de casa (tais como, caixa de leite, caixa de creme de leite, embalagem de "Toddy", lata de leite em pó,...), explorar a visualização para que pudessem relacionar diferenças entre os corpos.

Prisma

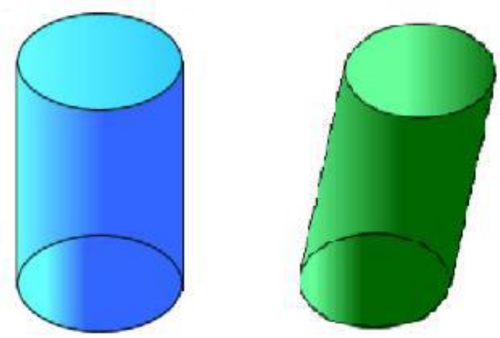
Um prisma é um poliedro convexo que possui duas faces paralelas, formadas por polígonos convexos congruentes (iguais) – chamadas de bases – e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por retângulos (no caso do prisma ser reto) ou paralelogramos (nos prismas oblíquos).



Prismas retos Prismas oblíquos

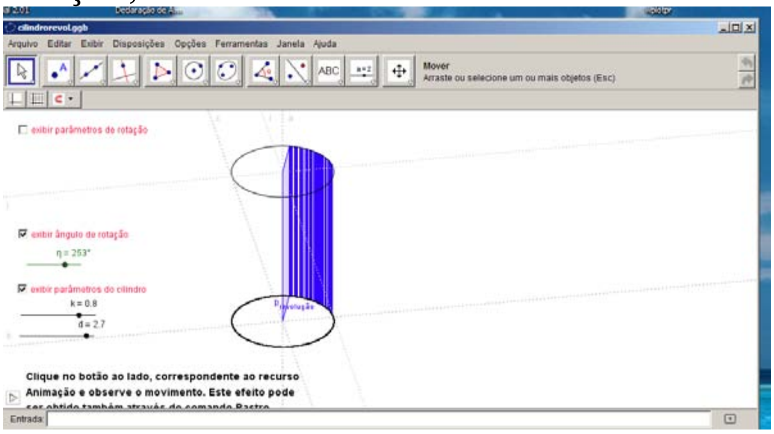
Cilindro

A superfície do cilindro é formada por duas partes planas, que são as bases, e uma parte “curva” (arredondada), que é a superfície lateral



Cilindro reto   Cilindro oblíquo

Utilizando o recurso do Geogebra, mostrar como podemos criar um sólido de revolução , no caso o cilindro.



Atividade 2

- Habilidade Relacionada: Calcular área e volume de prisma

- Pré - requesito: Áreas e volumes de figuras planas

- Tempo de duração: 200 minutos

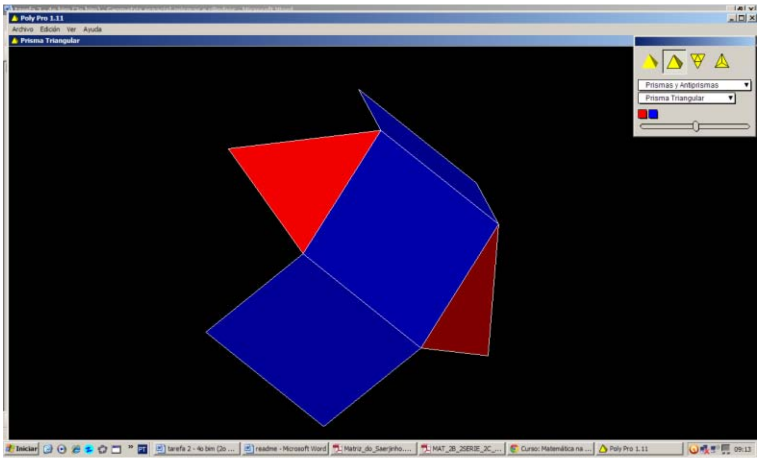
- Recursos didáticos utilizados: Data – show, lousa, livro didático

- Organização da turma: individual

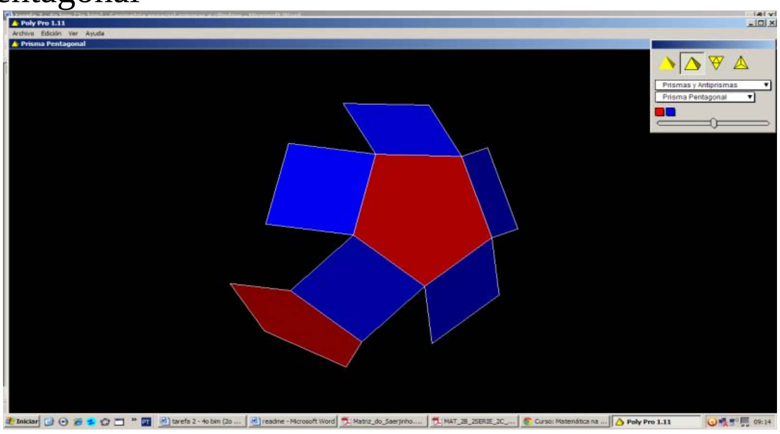
- Objetivo: poder, dentre as várias formas de prismas, efetuar cálculos relacionados às áreas e volumes

- Metodologia: Fazendo uso do software Polypro, mostrar diversos prismas e suas planificações, para que possam relacionar as áreas totais dos prismas como as somas das áreas das figuras planas que compõem as bases e as laterais.

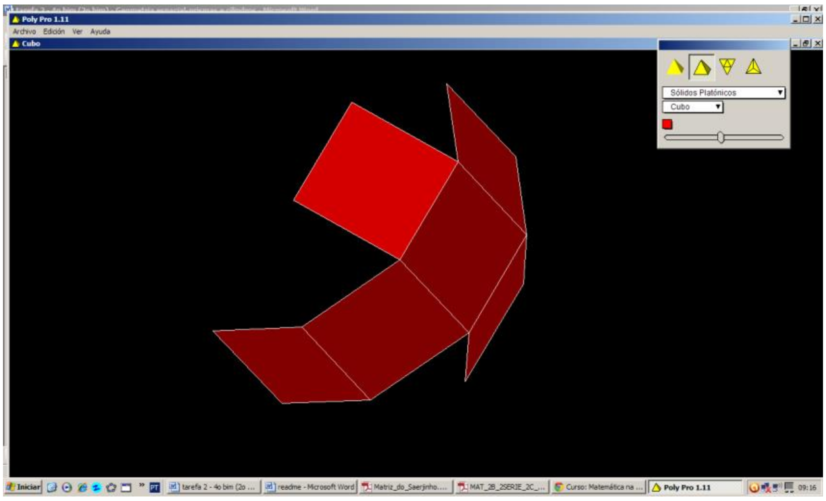
Prisma triangular



Prisma pentagonal



Cubo



Assim concluir:

Área de superfície de um prisma

Em todo prisma consideramos:

- superfície lateral: é formada pelas faces laterais;
- área lateral (Al) : é a área da superfície lateral;
- superfície total: é formada pelas faces laterais e pelas bases;
- área total (A_t): é área da superfície total, ou seja,

$$A_t = 2.\ A_b + Al$$

Onde A_b = área da base.

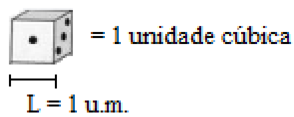
Volume de um prisma

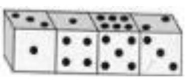
O volume de um prisma é a sua capacidade de preenchimento interno, logo podemos calcular pelo uso da fórmula

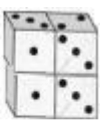
$$V = A_b \cdot h$$

Onde A_b é a área da base e h é a altura do prisma.

Fazendo uso do roteiro de ação, através de dados (cubo), calcular o volume mesclando as diversas formas de prismas que podemos montar

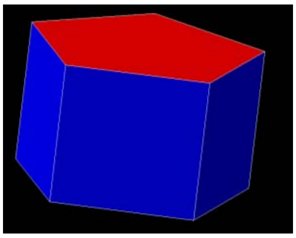




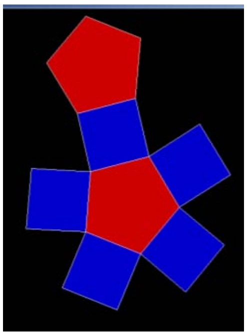


Exemplos:

1) Em um prisma hexagonal, a aresta da base mede 3 cm e a aresta da face lateral mede 6 cm. Calcule a área total e o volume deste prisma.



Montado



planificado

Observando a figura vemos que:
Área lateral = A*l* = 6 . área dos retângulos = 6. (6.3) = 108 cm ^{2}
Área da base = área da região limitada pelo hexágono regular
A região hexagonal é formada por 6 regiões triangulares eqüiláteras.
A área de uma região triangular eqüilátera de lado l é dada por $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$
Nesse caso, temos:

$$A = 6 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2} cm^2$$

Como são duas bases, temos $A_b = 2 \cdot \frac{27\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3} cm^2$

Assim a área total é dada por

$$A_t = Al + A_b = 108 + 27\sqrt{3}$$

Como $\sqrt{3} \cong 1{,}7$, temos $A_t \cong 153{,}9 cm^2$

O volume é dado por:

$$V = A_b \cdot h = \frac{27\sqrt{3}}{2} \cdot 6 = 81\sqrt{3}$$

Como $\sqrt{3} \cong 1{,}7$, temos $V \cong 137{,}7 cm^3$

Exercícios de fixação – livro didático

Exercício avaliativo

Uma caixa d' água cúbica tem aresta medindo 1,20 m. Calcule a sua área total, em m^2 e seu volume, em litros.

Atividade 3

- Habilidade Relacionada: Calcular área e volume de cilindro

- Pré - requesito: Áreas e volumes de figuras planas

- Tempo de duração: 200 minutos

- Recursos didáticos utilizados: Data – show, lousa, livro didático

- Organização da turma: individual

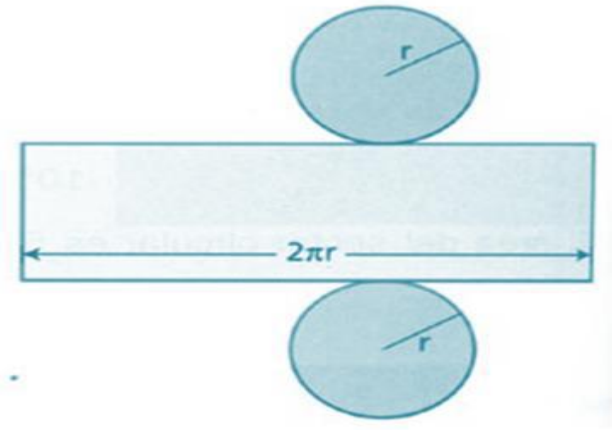
- Objetivo: Poder efetuar cálculos relacionados às áreas e volumes de cilindros

- Metodologia:

Área de superfície de um cilindro

Através do que já foi mostrado, como deve ser um cilindro, utilizar o roteiro de ação para mostrar uma possível planificação de um cilindro com folha sulfite:

A superfície total do cilindro é formada pela superfície lateral mais as superfícies das duas bases.



Assim:

Área lateral: Al = $(2\pi r)h = 2\pi r h \Rightarrow$ Al = $2\pi r h$

Área das bases: $2\pi r^2$

Área total = A_t = Al+A_b = $2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi r(h+r) \Rightarrow A_t = 2\pi r(h+r)$

Volume de um cilindro

O volume de um cilindro pode ser calculado pela mesma fórmula de volume de prisma:

$$V = A_b.h$$

Sendo a base do cilindro um círculo de raio r e área πr^2, temos:

$$V = \pi r^2 h$$

Exemplo

Qual deve ser a altura de um tubo, de forma cilíndrica, se a sua superfície total pode ser coberta com 43,7088 cm^2 de plástico e o diâmetro da base mede 8 mm? Qual o seu volume? (use $\pi = 3{,}14$).

Resolução:

O diâmetro da base mede 8 mm = 0,8 cm. Logo r = 0,4 cm.

$A_b = 2\pi r^2 = 2.3{,}14.(0{,}4)^2 = 1{,}0048$

$Al = 2\pi r h = 2.3{,}14.0{,}4.h = 2{,}512h$

$A_t = A_b + Al$

$43{,}7088 = 1{,}0048 + 2{,}512h$

$42{,}704 = 2{,}512h$

$h = 17cm$

Calculando o volume:

$V = \pi r^2 h = 3{,}14.(0{,}4)^2.17 = 17{,}0816cm^3$

Exercícios de fixação – livro didático

Exercício avaliativo

Uma lata de refrigerante tem a forma cilíndrica, com 8 cm de diâmetro nas bases e 15 cm de altura. Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar essa lata de refrigerante? Qual o seu volume, em litros?

Avaliação

A avaliação é um instrumento onde professor e aluno podem estar refletindo sobre o conteúdo abordado no bimestre. Sendo assim, ela ocorrerá de maneira que o aluno possa construir o conhecimento a cada etapa do conteúdo, através de exercícios avaliativos, após a introdução de cada assunto pertinente(máximo de 15 minutos/aula).

Após toda a introdução necessária, aplicaríamos uma avaliação individual escrita (com duração de 100 minutos), onde estaríamos colocando em prática todo assunto visto, dando ênfase à questões nos moldes do Saerjinho.

Considerações Finais

Vale ressaltar que todo o plano de trabalho foi desenvolvido para aliar conceito com a prática, sempre com o objetivo que o aluno possa ter uma visão de aplicabilidade aos conceitos estudados.

Obviamente, estando aberto a novos métodos e práticas relevantes para o acréscimo de tais desenvolvimentos.

<u>ANEXO</u>

Avaliação formal

1ª questão – Uma indústria precisa fabricar 10000 caixas de sabão com medidas 14 cm, 20 cm e 40 cm. Desprezando as abas, calcule, aproximadamente, quantos **metros** quadrados de papelão serão necessários.

2ª questão – Qual o volume de concreto necessário para construir uma laje de 20 cm de espessura em uma sala de 3m por 4m ?

3ª questão – Sabendo que as dimensões de um tijolo são 20 cm por 9 cm por 7 cm, qual o volume de argila empregado para fabricar esse tijolo?

4ª questão – Num cilindro, a altura é igual ao raio da base. Sabe – se , também, que a área lateral desse cilindro é $16\pi cm^2$. Calcule a área total desse cilindro.

5ª questão – Um cano de plástico tem 70 cm de comprimento. O raio maior tem 10 cm e o raio menor tem 6 cm. Qual o volume de plástico usado para fazer esse cano?

Referências

- Dante, L.R. **Matemática-volume único (série novo ensino médio)**, São Paulo: Ática, 2005 – pág.90 a pág.108.
- Roteiros de ação –Prismas e cilindros – Curso de Aperfeiçoamento em Matemática oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Medio – 2º bim – 2013, http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em Abril e Maio/2013.