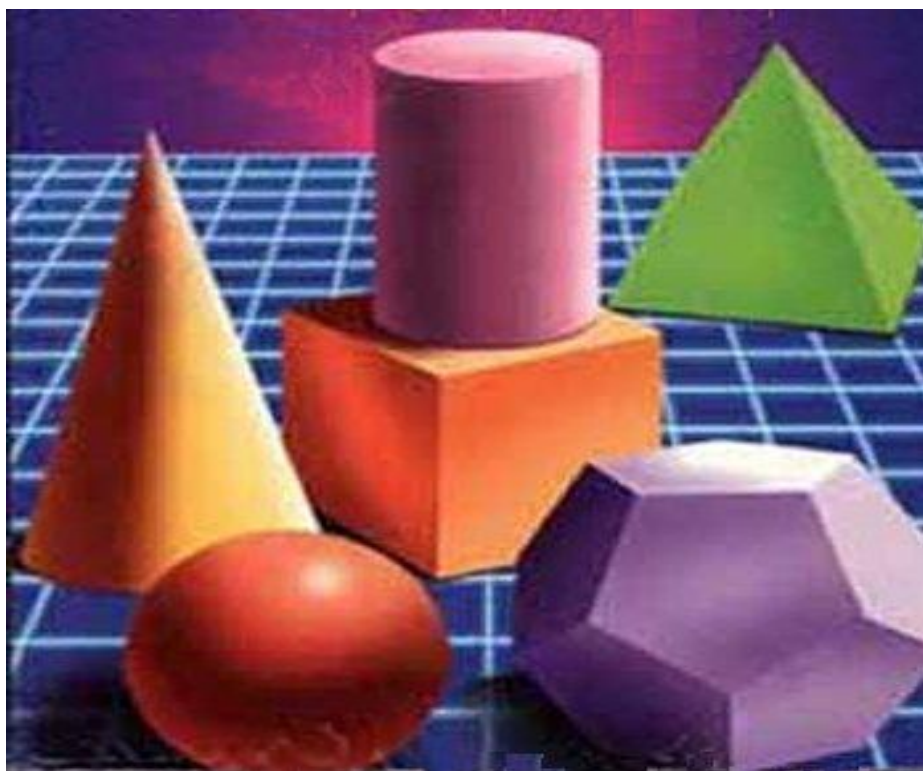


**ROSELI APAREIDA SEVENINI SILVA**



# **GEOMETRIA ESPACIAL: PRISMAS E CILINDROS**

**Trabalho apresentado ao Curso de Formação Continuada  
da Fundação CECIERJ- Consórcio Cederj**

**Orientador : Maria Cláudia Padilha Tostes ( tutora)**

**Grupo : 2**

**Série : 2ª série do Ensino Médio**

**2º Bimestre**

# INTRODUÇÃO

O plano de trabalho elaborado para o ensino do conteúdo Geometria Espacial-Prismas e Cilindros tem como objetivo o conhecimento geométrico das figuras planas e espaciais identificando suas características, suas representações, seus elementos e suas propriedades.

O aluno deverá utilizar as construções geométricas para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela, resolver problemas, utilizar a linguagem matemática. Eles devem ser capazes de usar as idéias geométricas para descrever e analisar o mundo em que vive.

A Geometria nos ajuda na compreensão das coisas do mundo concreto e abre-nos a possibilidade de criar imagens ilusórias e de imaginar mundos abstratos, frutos da fantástica capacidade de criação do cérebro humano. Ela é parte do conhecimento desenvolvido na tentativa humana de compreender certos aspectos do mundo em que vive, pois este universo é repleto de objetos, coisas e entes de várias formas e tamanhos que ocupam as mais variadas posições. Medir, examinar, comparar e analisar posições de objetos são algumas das preocupações do dia-a-dia do ser humano.

Assim um foco constante deve ser a interdisciplinaridade. Apresentar contextos onde a necessidade de compreensão da Geometria Espacial e suas propriedades se faça presente, aplicações em problemas científicos que afetam nossa vida de modo positivo, e propiciam o avanço da tecnologia

“Usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas”.

(PCN + Ensino Médio: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias, Brasília, SEB/MEC, 2002.p.123)

Para a conclusão desse plano de trabalho está previsto 600 minutos para desenvolvimento e 100 minutos para atividades de avaliação.

# DESENVOLVIMENTO

## ATIVIDADE 1

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos.

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Geometria Espacial - Prismas e Cilindros.

**OBJETIVOS:** Reconhecer a aplicação da matemática.

**PRÉ-REQUISITOS:** Figuras geométricas planas.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** datashow e vídeo

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupos de 3 a 4 alunos, de forma a propiciar trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRIPTORIOS :H04-Reconhecer prismas, pirâmides, cones , cilindros ou esferas, por meio de suas características.**

**METODOLOGIA:** Conversa informal com os alunos sobre as várias formas geométricas, e como a geometria está presente à nossa volta. Ela representa o aspecto mais concreto da Matemática. Iniciar com o Roteiro de Ação mostrar no datashow

## Geometria das abelhas

Basta olhar a história para percebermos que o ser humano vem ao longo do tempo se empenhando em formalizar, o máximo possível, o conhecimento matemático. Contudo, ao observar à nossa volta, vemos que nós não somos o único animal a utilizar esse conhecimento de maneira intuitiva.

Se repararmos nas abelhas, verificaremos que estes insetos otimizam a relação “maior capacidade X menor quantidade” de material gasto na construção de alvéolos das colmeias que servem para armazenar o mel fabricado.

Repare que não é interessante construir os alvéolos de modo que estes não aproveitem o espaço por completo. Por esta razão, não seria uma boa alternativa construí-los de forma cilíndrica, pois não haveria paredes comuns entre eles, o que certamente inutilizaria alguns espaços.

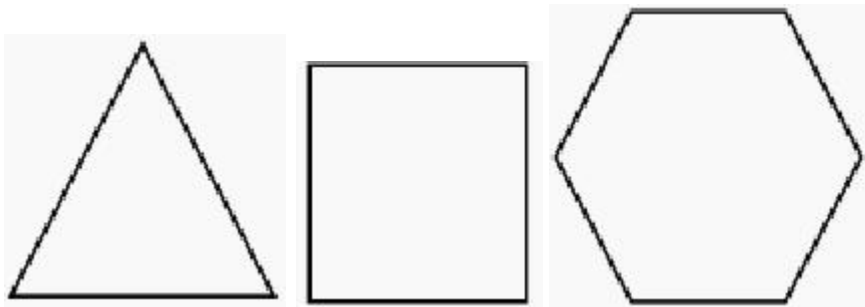
**Figura 1** - Exemplo de planificação de cilindros como alvéolos. Em vermelho os espaços inutilizados.

Fonte: Autores

Para que os alvéolos tenham paredes em comum, é fácil ver que estes devem ter a forma de um prisma. Contudo, não basta apenas ser um prisma, pois os únicos prismas que, além de terem paredes vizinhas se justapõem perfeitamente são os de base triangular, quadrangular e hexagonal.

Então, qual Para que os alvéolos tenham paredes em comum, é fácil ver que estes devem ter a forma de um prisma. Contudo, não basta apenas ser um prisma, pois os únicos prismas que, além de terem paredes vizinhas se justapõem perfeitamente são os de base triangular, quadrangular e hexagonal.

Então, qual dessas três opções as abelhas escolheram? Vamos à escolha! Sabemos que o prisma de maior volume será aquele com a maior área da base, ou seja, será aquele cujo polígono da base tiver a maior área. Se considerarmos os três polígonos com o mesmo perímetro, o polígono de maior área será o hexágono Observe os três polígonos abaixo



Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1593>

Com auxílio de régua, calcule a área dos três polígonos e verifique se a afirmação do parágrafo anterior é verdadeira. Perceba que essa atividade pode ser feita em sala de aula com seus alunos.

---

Logo, construir os alvéolos no formato de prisma hexagonal significa utilizar a mesma quantidade de material dos de base triangular e quadrangular, contudo, obter uma maior capacidade.

**Figura 2** – Sabiamente as abelhas constroem os alvéolos das colmeias no formato hexagonal e, assim, uma quantidade maior de mel pode ser produzida e estocada.

Fonte: <http://www.sxc.hu/photo/1147974> - Kriss Szkurlatowski

Se você está impressionado com a “capacidade de cálculo” das abelhas, espere ao saber sobre o fechamento dos alvéolos. Ao invés de construir um óbvio hexágono para cobrir o fundo, as abelhas utilizam três losangos iguais inclinados, o que as faz economizar aproximadamente um alvéolo a cada cinquenta. Essa economia de dois por cento obtida com essa técnica é muito significativa uma vez que as abelhas trabalham no fechamento de milhões de alvéolos. Também é muito intrigante perceber que os ângulos dos losangos de fechamento, inclinados em relação ao eixo radial dos alvéolos, são ângulos que não variam. Isto é, suas medidas são constantes mesmo observando alvéolos de diversas partes do mundo. O astrônomo francês Jean-Dominique Maraldi (1709-1788) efetuou as medições dos ângulos agudos e encontrou o mesmo valor em todos eles:  $70^{\circ}32'$ .

O físico francês René-Antonie Ferchault de Réaumur (1683-1757) também observou que o ângulo agudo e, conseqüentemente, seu suplemento não variavam e encontrou o mesmo valor dado por Jean-Dominique Maraldi. Intrigado, Réaumur mandou buscar alvéolos em várias partes do mundo, como Alemanha, Suíça, Inglaterra, Canadá e Guiana. Todos apresentavam losangos de mesmo ângulo. Surpreendido com o resultado, Réaumur propôs ao seu amigo Samuel König, matemático alemão, que resolvesse o seguinte problema:

*Dado um prisma de base hexagonal, devemos fechá-lo em uma das extremidades com três losangos iguais, colocados inclinadamente, para obter o maior volume com um gasto mínimo de material. Qual é o ângulo dos losangos que satisfaz à condição?*

Sem saber a origem Sem saber a origem do problema, König calculou o ângulo como sendo  $70^{\circ}34'$ . Embora a diferença fosse insignificante, de apenas dois minutos em relação aos cálculos efetuados por Maraldi, concluiu-se que as abelhas estavam erradas. Isso provocou um verdadeiro rebuliço entre os cientistas que tentavam explicar a questão. O fato chegou ao conhecimento do matemático escocês Colin Maclaurin (1698-1746) que, utilizando os recursos do cálculo diferencial, recalculou o ângulo e encontrou  $70^{\circ}32'$ . Então, as abelhas estavam certas! Maclaurin mostrou ainda que o engano de König era explicável: ele havia usado uma tabela de logaritmos contendo um erro, daí a diferença de dois minutos.

“Geometria das abelhas” disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=9rMjUZKLgy4>

## ATIVIDADE 2

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos.

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Geometria Espacial - Prismas e Cilindros.

**OBJETIVOS:** Manipular e reconhecer diferentes prismas e cilindros e suas planificações.

**PRÉ-REQUISITOS:** Figuras geométricas planas.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, tesoura, cola e embalagens do nosso dia a dia, tais como: caixinhas de remédio, de sabão em pó ou de sapato, rolos de papel, lata de achocolatado, etc.

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupos de 3 a 4 alunos, de forma a propiciar trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRIPTORIOS:** **H04-**Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas, por meio de suas características.

**H07-**Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações

**METODOLOGIA:** Apresentar várias embalagens representando os sólidos geométricos.  
Pedir aos alunos que se reunam em grupo



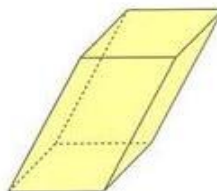
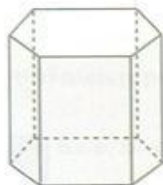
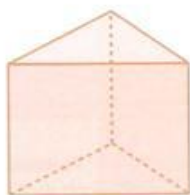
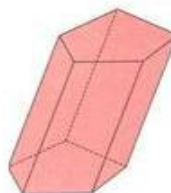
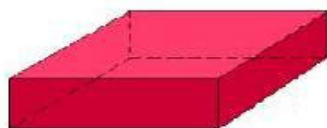
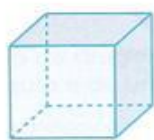
Em grupo, coloque seu objeto, que representa um sólido geométrico, à sua frente, de forma que todos os colegas possam vê-lo.

Antes de iniciar a atividade, converse com seu grupo, e juntos, escolham um colega para ser o narrador da atividade em voz alta. (ou cada um lê um item)

Observe todos os objetos trazidos. Procure semelhanças entre eles e separe em dois grupos de acordo com as características observadas.

Como vocês realizaram essa separação? Converse com seus colegas e verifique se, em um grupo, ficaram os objetos que possuem todas as partes planas e, no outro grupo, os que são “arredondados”.

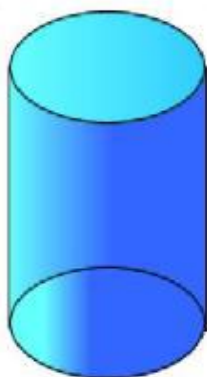
Conversar com os alunos sobre as suas observações.



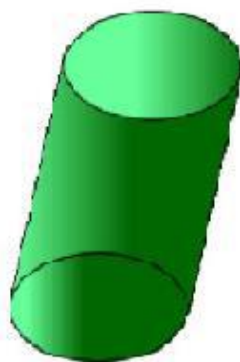
Prismas retos

Prismas oblíquos

Um prisma é um poliedro convexo que possui duas faces paralelas, formadas por polígonos convexos congruentes (iguais) – chamadas de bases – e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por retângulos (no caso do prisma ser reto) ou paralelogramos (nos prismas oblíquos).



Cilindro reto



Cilindro oblíquo

A superfície do cilindro é formada por duas partes planas, que são as bases, e uma parte “curva” (arredondada), que é a superfície lateral.

Agora, reveja os objetos de cada grupo e de acordo com as definições anteriores, coloque cada folha diante de cada grupo de objetos.

Vocês conseguem observar algumas características comuns aos prismas e aos cilindros? Quais? Discutam em grupo.

### Construção de Prismas e Cilindros

Agora você irá construir alguns sólidos geométricos. Para isso, colocamos ao final (anexos) desta atividade três planificações para a montagem.

Destaque as folhas em anexo, no final desta atividade, recorte nas linhas externas e dobre todas as outras.

Depois que estiver tudo dobrado corretamente, passe cola apenas nas abas em branco e cole por dentro das faces.

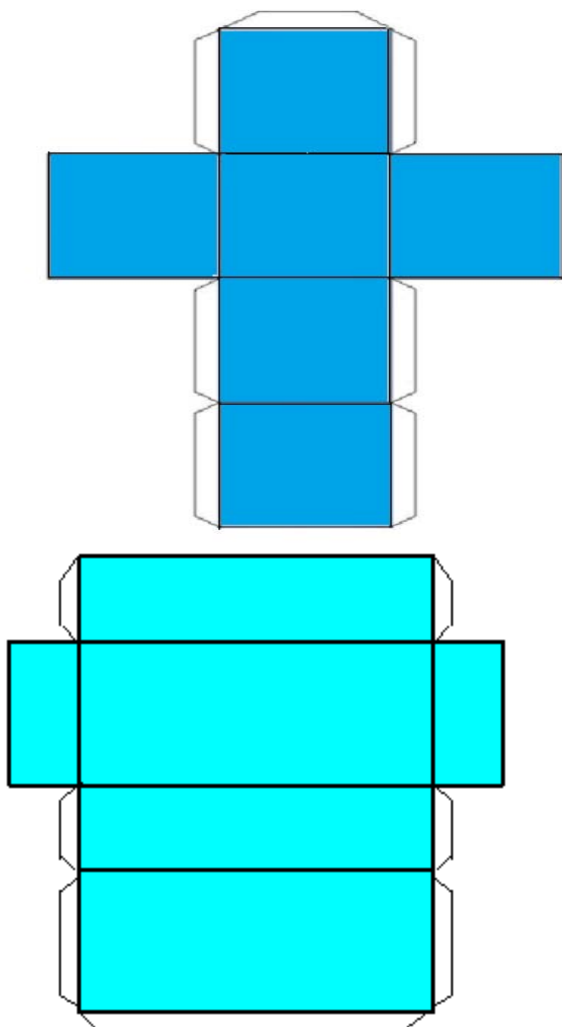
Tanto os cilindros quanto os prismas são classificados de acordo com sua base. Exemplo:

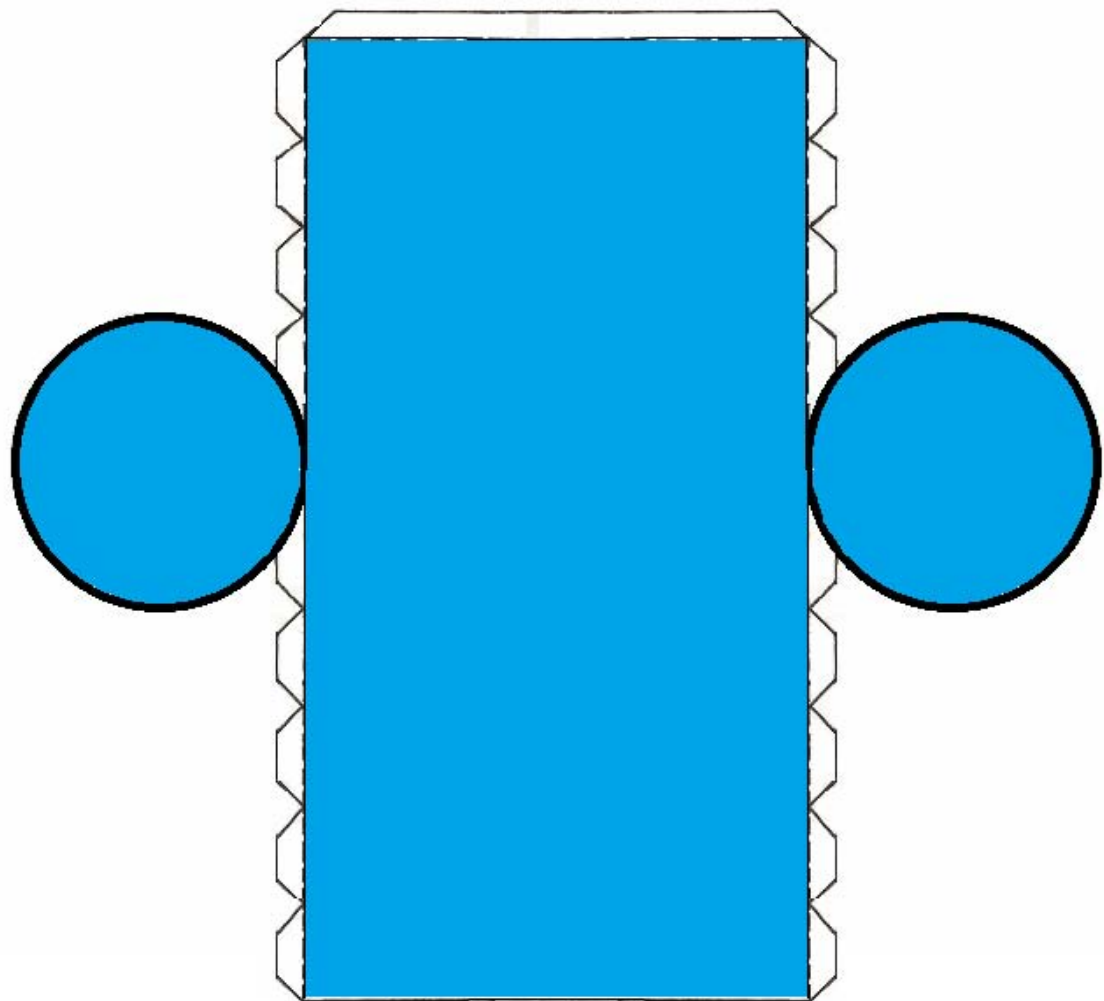
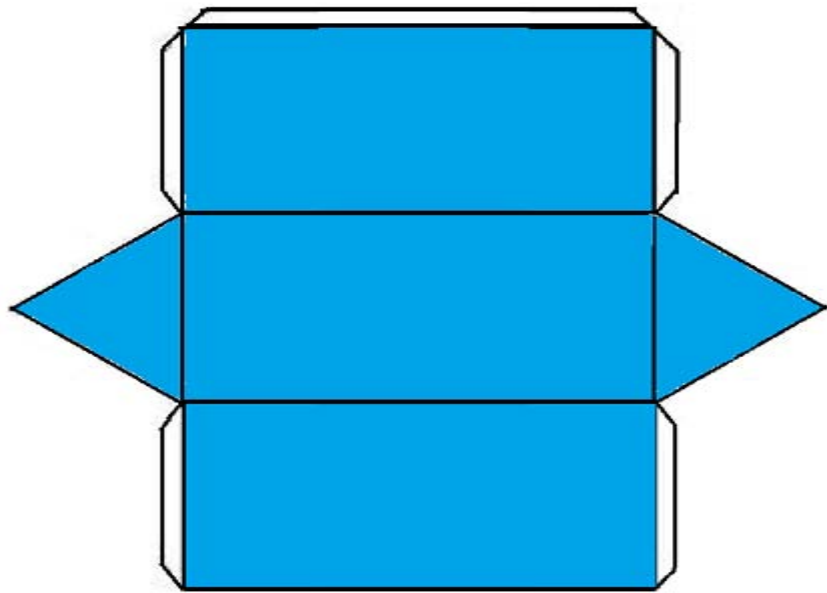
- Prisma triangular (possui base triangular);
- Prisma retangular ou paralelepípedo (tem como base um retângulo);
- Paralelepípedo reto-retângulo (todas as faces são retangulares);
- Prisma hexagonal (possui um hexágono na base);
- Cilindro circular (a base é um círculo);

Nomeie os prismas e cilindros que vocês possuem de acordo com essa classificação.

Observe o cubo. Ele é um prisma? Em caso afirmativo, podemos encaixá-lo em qual das classificações já citadas?

Observe, agora, o cubo e o paralelepípedo reto-retângulo. Ambos são paralelepípedos, correto? Mas qual é a diferença entre eles?







## ATIVIDADE 3

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Geometria Espacial – Prismas e Cilindros

**OBJETIVOS:** Calcular a área lateral, utilizando a planificação de um prisma

**PRÉ-REQUISITOS:** Figuras Geométricas Planas, área das figuras planas.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, calculadora, lápis, borracha

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupos com quatro integrantes, propiciando trabalho organizado e colaborativo

**DESCRIPTORIOS:** *H24-Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido*

**METODOLOGIA:** Dividir a classe em grupos e cada grupo receber um prisma de base diferente

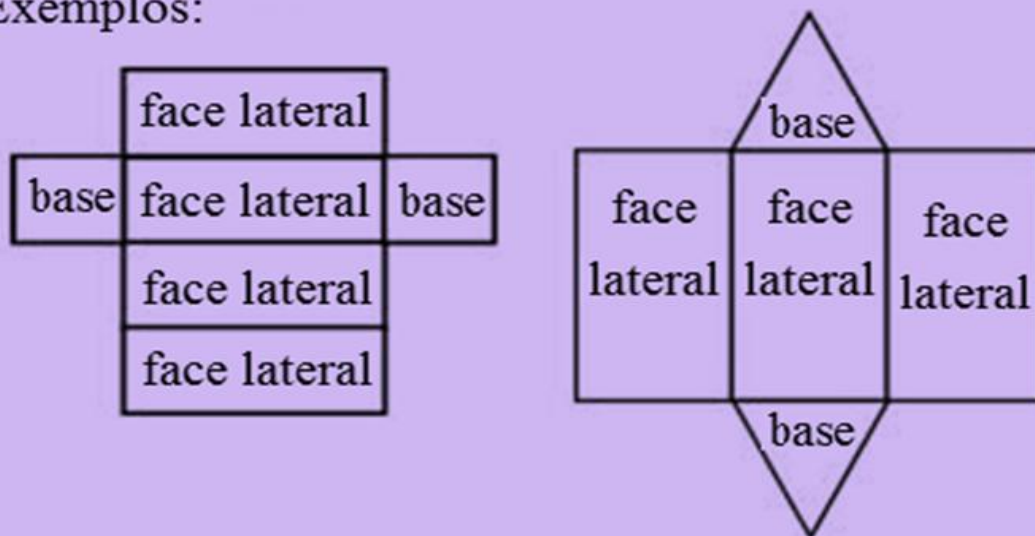
Escolha um, dentre os objetos trazidos para o Roteiro de Ação 1 que foram classificados como prisma.

“Abra” ou corte nas arestas necessárias para fazer sua planificação. Retire as abas usadas para colar a caixa. Cuidado para não destruir o objeto

Como já sabemos, todo prisma possui duas bases. Identifique as bases do seu prisma planificado e escreva a palavra “base” com a caneta vermelha.

Cada uma das outras faces é chamada face lateral. Nomeie-as também.

**Exemplos:**



Quantas faces laterais o seu prisma possui?

Quantos lados o polígono da base possui?

Você consegue notar o motivo da igualdade desses dois números? Discuta com seu colega.

A área lateral de um prisma é dada pela soma das áreas de todas as faces laterais. Dessa forma, utilizando uma régua e a planificação obtida, calcule a área lateral do prisma que você escolheu. (lembrando que a área de um retângulo de lados “a” e “b” é dada por  $A = a.b$ , no caso do prisma reto).

Lembre que o prisma é regular quando ele é reto e o polígono da base é um polígono regular. Neste caso, para obter a área lateral basta calcular a área de uma face lateral, pois, então, elas serão todas iguais, e multiplicar pelo número de faces laterais (que será igual ao número de lados do polígono da base)

Agora, precisamos calcular a área da base do prisma. Mas antes, diga: qual é a forma do polígono que constitui a base?

Com o auxílio da régua, calcule a área de cada base. Que valor você obteve?

A área total de um prisma é dada pela soma da área lateral com a área das duas bases. Dessa forma, calcule a área total do prisma escolhido.

O cálculo para a área da base do prisma de cada grupo pode variar, dependendo da forma do polígono que a constitui. Por isso, aconselhamos uma breve revisão sobre área das figuras planas com seus alunos

Revisão : vídeo <http://www.youtube.com/watch?v=ZVTIPITcuns>

**Agora é com vocês:**

EXERCÍCIOS

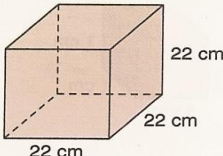
EXERCÍCIOS

EXERCÍCIOS

EXERCÍCIOS

**94** Determine quantos centímetros quadrados de madeira são necessários para fabricar uma caixa de forma cúbica com as dimensões indicadas na figura.

2 904 cm<sup>2</sup>



2-Uma caixa de sapatos tem a forma de um paralelepípedo retângulo e dimensões iguais a 16 cm, 14 cm e 12 cm. Quantos centímetros quadrados de papelão são necessários para se construir essa caixa? Admita que se utilize 20% a mais de material do que o estritamente calculado para que seja possível fazer colagens e dobraduras necessárias à confecção da caixa.

**1** Um fabricante de embalagens de papelão quer construir uma caixa em forma de prisma hexagonal regular.

Sabendo que a altura da caixa é de 20 cm e que o lado do polígono da base mede 16 cm, calcule a área de papelão necessária para se construir essa embalagem. Admita que se utilize 25% a mais de material do que o estritamente calculado, devido às sobras de papelão e para que seja possível fazer colagens necessárias à confecção da caixa. (Use  $\sqrt{3} = 1,73$ .)

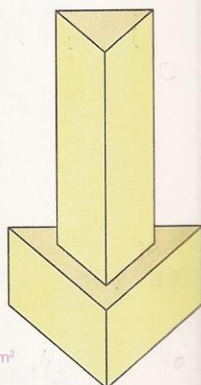
Planificando a caixa, temos:



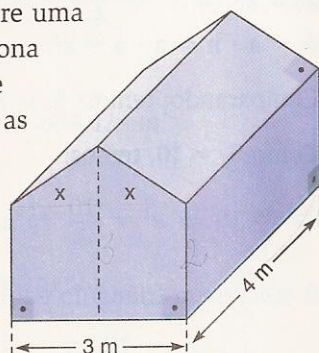
**80** O suporte de um abajur tem a forma de um prisma triangular regular. A aresta da base do prisma mede 20 cm e a altura, 50 cm. Sabendo que o suporte deve ser revestido de vidro, determine a área, em metros quadrados, da superfície desse material que será utilizado na construção de 30 abajures. (Faça  $\sqrt{3} = 1,7$ .) 10,02

**81** O sólido da figura é composto de dois prismas triangulares regulares, um sobreposto ao outro.

O prisma de baixo tem aresta da base 40 cm e altura 16 cm; o de cima tem aresta da base 20 cm e altura 48 cm. Determine a área da superfície total do sólido. (Use  $\sqrt{3} = 1,7$ .) 6 160 cm<sup>2</sup>



**82** Considere uma barraca de lona projetada de acordo com as indicações da figura.



Ela deve medir 4 m de comprimento e 3 m de largura. As faces laterais devem ter 2 m de altura, e a altura total da barraca deve ser 3 m. O piso da barraca também é feito de lona. Determine a área total de lona que será utilizada. (Use  $\sqrt{13} = 3,6$ .) 57,4 m<sup>2</sup>

## ATIVIDADE 4

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Geometria Espacial – Prismas e Cilindros

**OBJETIVOS:** Apresentar o conceito de área do cilindro.

**PRÉ-REQUISITOS:** Comprimento da circunferência e área do círculo e do retângulo.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, lápis, calculadora, folhas de papel A4, régua, compasso, fita adesiva.

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupo de quatro alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRIPTORIOS:** Resolver problemas envolvendo a medida de área total e/ou lateral de um sólido.

**METODOLOGIA:** Organizar a classe em grupos.

Distribuir folhas de papel A4 para os grupos.

Pegue uma folha de papel A4 e una dois lados paralelos (sem dobrar, como na figura a seguir) para formar um cilindro. Você irá unir os lados de acordo com a figura da esquerda (com o papel na vertical), e seu colega irá fazer conforme a figura da direita (com o papel na horizontal), formando dois cilindros diferentes. Não é necessário colar!



Observe que o formato cilíndrico obtido é apenas a superfície lateral do cilindro.

Compare seu cilindro com o do seu colega. Eles possuem a mesma altura? E quanto ao diâmetro da circunferência formada pela borda da superfície cilíndrica, são iguais? Para verificar estes itens, use régua e compare as medidas nos dois cilindros.

---

Você consegue identificar alguma característica comum? Dica: reflita sobre a área lateral e leve em consideração que ambos foram construídos com a mesma folha de papel. Discuta com seu colega!

Provavelmente os alunos irão observar que um é mais baixo, porém com a circunferência da base maior, enquanto o outro é mais alto e com a circunferência da base menor.

É importante que os alunos percebam que os dois cilindros têm a mesma área lateral, uma vez que foram construídos com folhas de papel iguais.

Você sabe calcular a área lateral desta forma cilíndrica? Observe que a superfície lateral, que é “arredondada”, foi construída a partir de um retângulo (folha de papel A4).

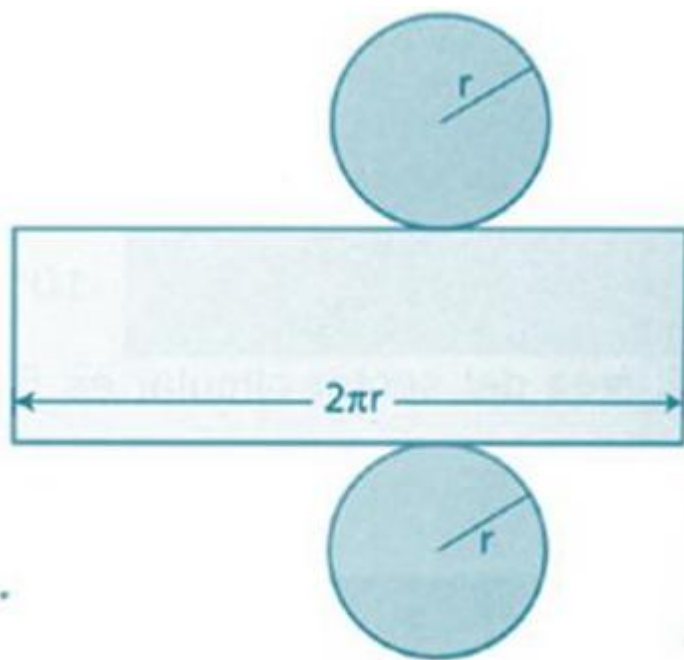
Abra a folha, meça as dimensões do retângulo com a régua e calcule a área lateral do sua forma cilíndrica, lembrando que a área de um retângulo de lados “a” e “b” é dada por  $A = a.b$ .

---

Iremos agora construir as bases desse cilindro. Para isso, precisamos saber o raio da circunferência da base. Você sabe como calcular esse raio? (sem precisar medir o diâmetro com a régua).

---

Note que o comprimento da circunferência da base é igual ao comprimento do lado do retângulo que lhe formou. Por outro lado, sabemos que o comprimento da circunferência de raio  $r$  é:  $C = 2\pi r$



Sendo assim, para encontrar o raio da base do cilindro basta resolver a equação  $2\pi r =$  “valor do lado do retângulo usado para formar o círculo”.

Nesse momento, talvez seja necessário que você faça um alerta para não confundirem os lados (quem fez o cilindro mais alto utilizou o lado menor da folha para formar a circunferência e quem fez o cilindro mais baixo utilizou o lado maior).



Caso os alunos tenham dificuldade com os cálculos a seguir, faça os dois casos no quadro chamando de  $R$  e  $r$  os raios maior e menor, respectivamente, e  $H$  e  $h$ , as alturas

Nesse momento, talvez seja necessário que você faça um alerta para não confundirem os lados (quem fez o cilindro mais alto utilizou o lado menor da folha para formar a circunferência e quem fez o cilindro mais baixo utilizou o lado maior).

Caso os alunos tenham dificuldade com os cálculos a seguir, faça os dois casos no quadro chamando de  $R$  e  $r$  os raios maior e menor, respectivamente, e  $H$  e  $h$ , as alturas

Vale lembrar aos alunos que o valor encontrado para o raio é aproximado, pois o valor de  $\pi$ , que é um número irracional, também foi aproximado.

Agora, vamos completar a construção do cilindro:

a) Pegue o compasso, a régua e uma folha de papel e faça duas circunferências com o raio encontrado. (utilize a régua para acertar a abertura do compasso).

b) Recorte os dois círculos.

Feche novamente o retângulo para formar o cilindro colando com a fita adesiva. (com cuidado para não sobrepor os lados, eles precisam apenas encostar um no outro).

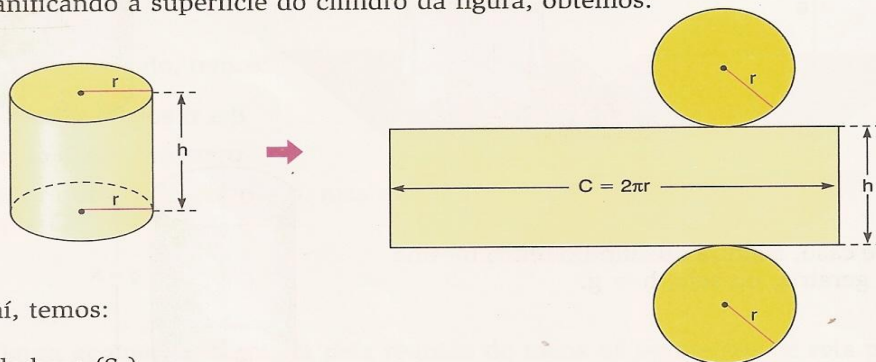
d) Prenda os círculos, formando as bases do seu cilindro com a fita adesiva.

Para finalizar esta atividade, calcule a área total do seu cilindro.

## Concluindo

### Área da superfície de um cilindro

Planificando a superfície do cilindro da figura, obtemos:



Daí, temos:

➤ Área da base ( $S_b$ )

É a área do círculo de raio  $r$ :  $S_b = \pi r^2$

➤ Área lateral ( $S_l$ )

É a área do retângulo de dimensões  $2\pi r$  e  $h$ :  $S_l = 2\pi r h$

➤ Área total ( $S_t$ )

É a soma da área lateral com as áreas das duas bases do cilindro.

$$S_t = S_l + 2S_b \Rightarrow S_t = 2\pi r h + 2\pi r^2 \therefore S_t = 2\pi r(h + r)$$

## Exercícios

1-Um tanque na forma de um cilindro circular reto, tem altura igual a 3 m e área total ( área da superfície lateral mais áreas da base e da tampa) igual a  $20\pi \text{ m}^2$ . Calcule, em metros, o raio da base desse tanque.

2-Um cilindro reto tem altura igual a 5 cm e raio da base medindo 6cm. Calcule a área:

- a) da base      b) lateral      c) total

3-Quantos centímetros quadrados de folha de flandres são necessários para construir uma lata de óleo, com tampa, na forma de um cilindro reto, tendo 8 cm de diâmetro de base e 18 cm de altura?

4-Considere um tanque na forma de um cilindro reto onde a medida da altura é igual à medida do diâmetro da base. Para pintar a tampa e o fundo, foram gastos 15 litros de tinta. Qual a quantidade de tinta necessária para completar a pintura do cilindro?

## ATIVIDADE 5

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Geometria Espacial – Prismas

**OBJETIVOS:** Proporcionar o entendimento do conceito de volume do prisma.

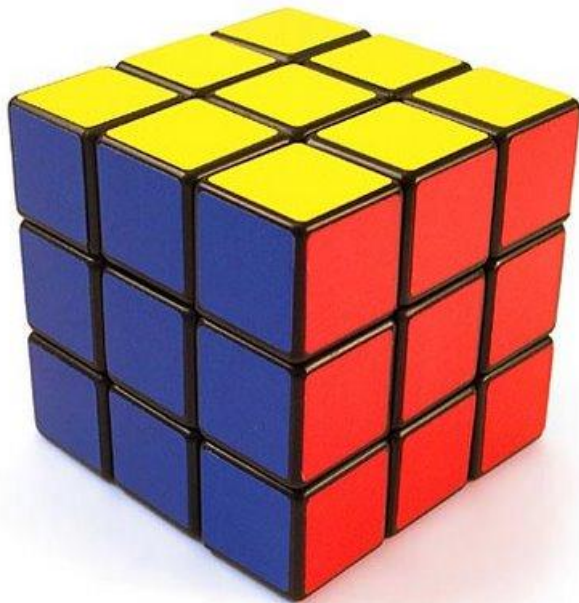
**PRÉ-REQUISITOS:** Reconhecimento dos elementos dos prismas, conceito de volume.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, cubo mágico

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupos, de preferência com 4 integrantes, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRIPTORIOS:** H25-Resolver problemas envolvendo noções de volume.

**METODOLOGIA:** Levar para a sala o cubo mágico e pedir aos alunos para observá-lo, conversar com eles sobre o cubo mágico

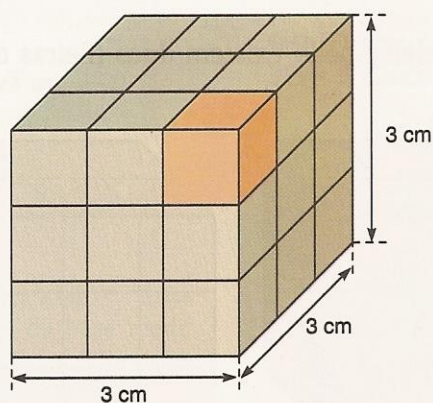


O cubo mágico é formado de vários cubos, vamos contar quantos cubos menores foram necessários para construir esse cubo mágico

Sabendo que volume é a medida do espaço ocupado pelo sólido, podemos concluir que o volume desse cubo mágico é 27 cubos ou  $27 \text{ cm}^3$

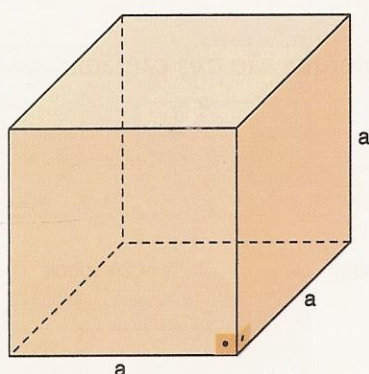


No caso particular do cubo, temos:



$$V = 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 27 \text{ cm}^3$$

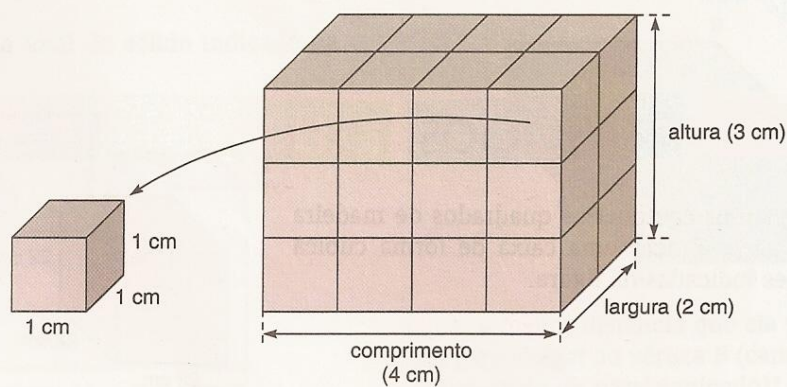
Portanto, o volume  $V$  do cubo é dado por:



$$V = a \cdot a \cdot a \quad \text{ou} \quad V = a^3$$

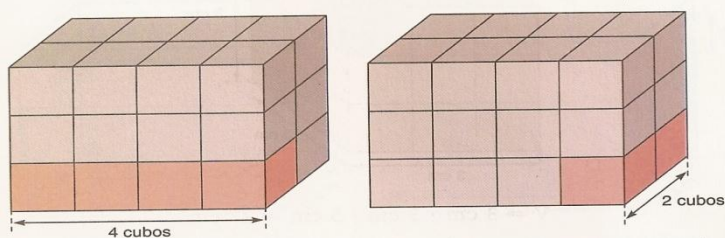
### Volume de um paralelepípedo

O paralelepípedo da figura é formado por cubos de  $1 \text{ cm}^3$  de volume.



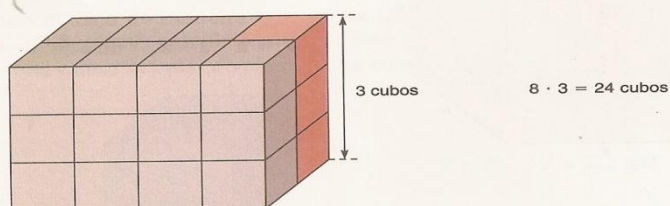
Para descobrir quantos cubos de  $1\text{ cm}^3$  formam esse paralelepípedo, procedemos do seguinte modo:

- Na camada inferior do paralelepípedo existem duas fileiras de 4 cubos que formam essa camada.



Logo, o total de cubos na camada inferior é dado por:  $4 \cdot 2 = 8$  cubos.

- Em seguida, multiplicamos esse resultado por 3, porque são três camadas iguais à camada inferior que formam esse paralelepípedo.

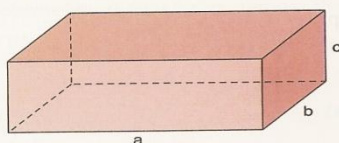


Portanto, são 24 cubos de  $1\text{ cm}^3$  que formam o paralelepípedo, isto é, o volume do paralelepípedo é de  $24\text{ cm}^3$ .

Esse resultado também pode ser obtido multiplicando-se as três dimensões do paralelepípedo: *comprimento*, *largura* e *altura*. Veja:

$$V = 4\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 24\text{ cm}^3$$

Logo, o volume  $V$  do paralelepípedo é dado por:



$$V = abc$$

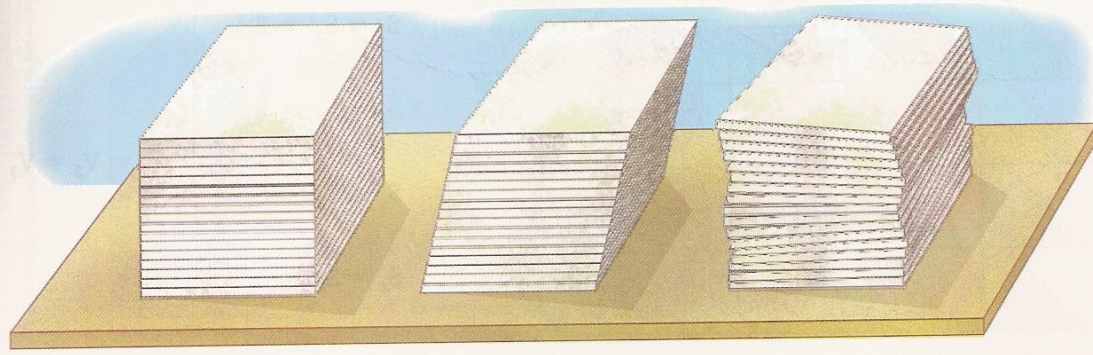
GEOMETRIA

## Princípio de cavalier

### Apresentar no datashow

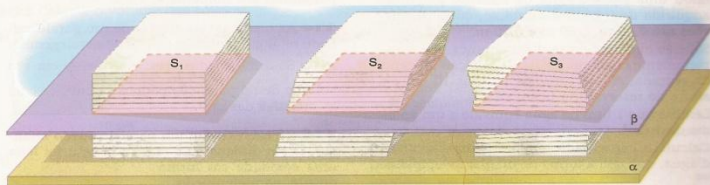
#### Princípio de Cavalieri

Consideremos três pilhas de placas de isopor idênticas, de mesma altura, colocadas sobre uma mesa.



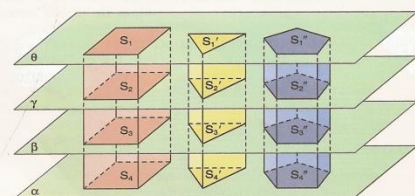
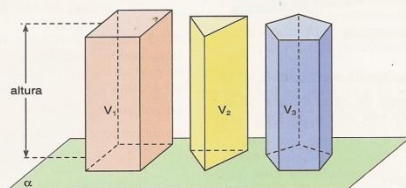


Traçando um plano  $\beta$  paralelo ao tampo da mesa (plano  $\alpha$ ), verificamos que ele determina nesses sólidos *secções de mesma área*, isto é,  $S_1 = S_2 = S_3$ .



O matemático italiano Francesco Bonaventura Cavalieri (1598-1647) observou que, nessas condições, os sólidos têm o mesmo volume.

Se dois ou mais sólidos estão apoiados sobre um plano  $\alpha$ , de forma que todo plano paralelo a  $\alpha$  determine nesses sólidos secções planas de mesma área, então esses sólidos têm o mesmo volume.



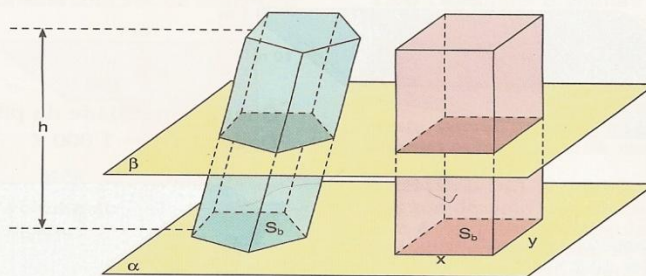
$$\left. \begin{aligned} S_1 &= S_1' = S_1'' \\ S_2 &= S_2' = S_2'' \\ S_3 &= S_3' = S_3'' \\ S_4 &= S_4' = S_4'' \end{aligned} \right\} V_1 = V_2 = V_3$$

GEOMETRIA

272

## Volume de um prisma

Consideremos um prisma e um paralelepípedo retângulo de mesma altura  $h$  e base iguais a  $S_b$  contidas no plano  $\alpha$ .



Como as secções transversais determinadas no prisma e no paralelepípedo pelo plano  $\beta$ , paralelo a  $\alpha$ , têm áreas iguais, concluímos, pelo princípio de Cavalieri, que o volume do prisma é igual ao volume do paralelepípedo retângulo.

Mas o volume desse paralelepípedo é dado pelo produto de suas três dimensões. Logo

$$V = xyh \quad \text{ou} \quad V = S_b h$$

Assim, podemos obter o volume do prisma:

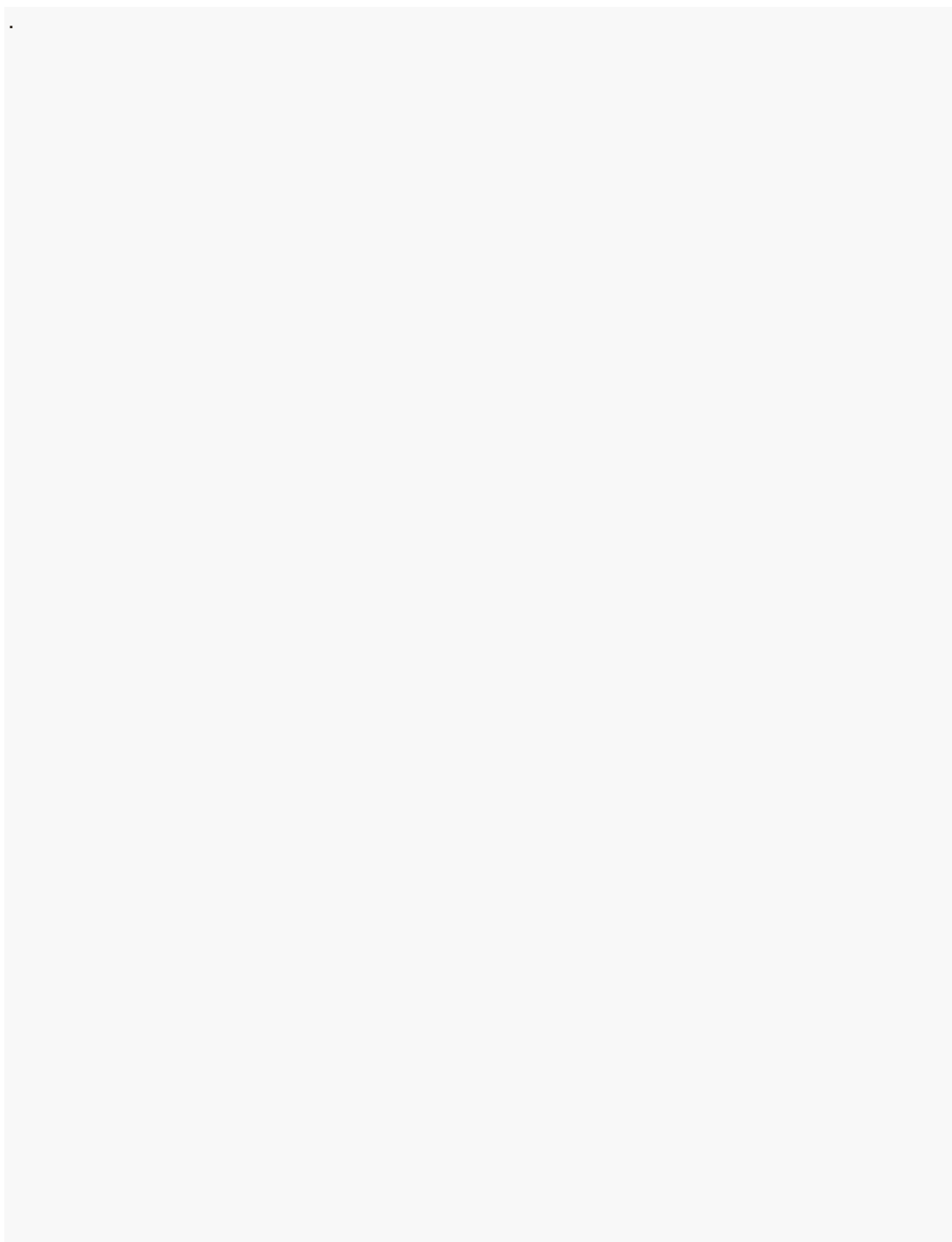
$$V_{\text{prisma}} = S_b h$$

O volume de um prisma qualquer é igual ao produto da área de sua base pela medida da altura.

Você vão pegar alguns livros de matemática e formar três pilhas de acordo com as minhas falas:

- Observem que cada parte que foi usada para compor as pilhas são iguais. Portanto tem as mesmas dimensões então tem a mesma área.
- Coloquem as pilhas dispostas de forma diferentes. As pilhas continuam iguais, pois nenhuma parte foi retirada ou acrescentada, logo as pilhas ocupam o mesmo espaço, isso é tem o mesmo volume.

Portanto “ **dois sólidos que tem a mesma altura e sempre que seccionados por um mesmo plano geram áreas iguais , terão o mesmo volume.**”



## ***ATIVIDADE 6***

***DURAÇÃO PREVISTA:*** 100 minutos

***ÁREA DE CONHECIMENTO:*** Matemática

***ASSUNTO:*** Unidade de medidas de volume e Capacidade

***OBJETIVOS:*** Proporcionar o entendimento de transformações de medidas.

***PRÉ-REQUISITOS:*** Conhecimento das unidades de medidas e seus múltiplos e submúltiplos

***MATERIAL NECESSÁRIO:*** Folha de atividades, caixa de papelão, arroz, copo de medida

***ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:*** Turma disposta em grupos, de preferência com 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

***METODOLOGIA:*** Trabalhar as unidades básicas de volume e capacidade e suas transformações. Mostrar de forma prática que  $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litro}$



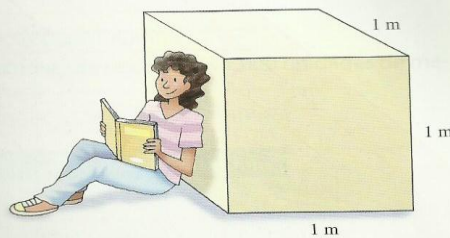
### 3. O metro cúbico, múltiplos e submúltiplos

O Sistema Métrico Decimal adota como unidade padrão para medir volume o **metro cúbico**, representado por **m<sup>3</sup>**. O metro cúbico corresponde ao volume de um cubo de 1 metro de aresta.



CARLOS CARPINO

Cada aresta do cubo desta foto mede 1 metro.



Muitas vezes, o metro cúbico não é a unidade mais indicada para medir um determinado volume. Não é indicado, por exemplo, para medir o volume de água de um reservatório de uma usina hidrelétrica nem para medir o volume de um medicamento colocado numa seringa de injeção.



J. L. BULCADO/PLUSH

Usina hidrelétrica de Samuel (RO), cujo volume total de água é 3,25 km<sup>3</sup>.

Dependendo do volume que vai ser medido, podemos utilizar unidades menores ou maiores que o metro cúbico.

Quando precisamos medir um volume menor que o metro cúbico, podemos utilizar seus submúltiplos: **decímetro cúbico (dm<sup>3</sup>)**, **centímetro cúbico (cm<sup>3</sup>)** ou **milímetro cúbico (mm<sup>3</sup>)**.

Quando o volume a ser medido é muito maior que o metro cúbico, podemos utilizar seus múltiplos: **quilômetro cúbico (km<sup>3</sup>)**, **hectômetro cúbico (hm<sup>3</sup>)** ou **decâmetro cúbico (dam<sup>3</sup>)**.

Utilizamos o centímetro cúbico e o milímetro cúbico para medir pequenos volumes.

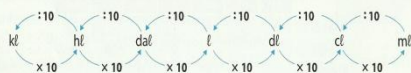
#### Transformação de unidades

Observe as caixas de leite ao lado. A caixa da esquerda tem a capacidade registrada em litros (1 litro). A caixa da direita, que tem a mesma quantidade de leite que a da esquerda, tem a capacidade registrada em mililitros (1.000 ml).



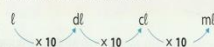
Em algumas situações é conveniente transformar uma medida de capacidade em outra.

Conforme já vimos, no Sistema Métrico Decimal cada unidade de medida de capacidade é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior. Isso permite montar o seguinte esquema para a transformação de unidades de medida de capacidade:



Vamos utilizar a transformação de unidades de medida de capacidade na seguinte situação: Numa xícara cabem 150 ml de chá. Quantas dessas xícaras são necessárias para encher uma garrafa térmica com 1,20 l de capacidade?

Vamos transformar inicialmente 1,20 l em mililitros.



Para isso, multiplicamos 1,20 por 10 × 10 × 10, ou seja, multiplicamos 1,20 por 1.000.

Assim: 1,20 l = (1,20 × 1.000) ml = 1.200 ml

Em seguida, dividimos 1.200 por 150, para obter o número de xícaras: 1.200 : 150 = 8

Portanto, são necessárias 8 xícaras cheias de chá para encher a garrafa com 1,20 l de capacidade. Calculemos agora a capacidade, em litros, de uma garrafa térmica que pode conter, no máximo, 10 xícaras de chá cheias com capacidade de 200 ml cada uma.

A capacidade em ml de 10 xícaras cheias é dada por: (10 × 200) ml = 2.000 ml

Agora, precisamos transformar 2.000 ml em litros.



Para isso, dividimos 2.000 por 10 × 10 × 10, ou seja, dividimos 2.000 por 1.000.

Assim: 2.000 ml = (2.000 : 1.000) l = 2 l

Portanto, a capacidade dessa garrafa térmica é de 2 l.

Observando o quadro, podemos verificar que:

- cada unidade é a milésima parte da unidade imediatamente superior;
- cada unidade é 1.000 vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Vamos destacar alguns exemplos:

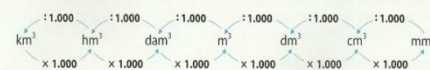
a) 1 cm<sup>3</sup> = 0,001 dm<sup>3</sup>

b) 1 dam<sup>3</sup> = 1.000 m<sup>3</sup>

#### Transformação de unidades

Em algumas situações é necessário transformar uma unidade de volume em outra.

Como no Sistema Métrico Decimal cada unidade de medida de volume é 1.000 vezes maior que a unidade imediatamente inferior, as transformações de unidades de medida de volume podem ser feitas segundo este esquema:



Vamos utilizar a transformação de unidades de medida de volume na seguinte situação: O volume de um tijolo fabricado na Olaria Barroboim é de 480 cm<sup>3</sup>. Quantos desses tijolos podemos fabricar com 6 m<sup>3</sup> de argila?

Inicialmente, vamos transformar 6 m<sup>3</sup> em centímetros cúbicos.



Para isso, devemos multiplicar 6 por 1.000 × 1.000, ou seja, multiplicar 6 por 1.000.000.

Assim: 6 m<sup>3</sup> = (6 × 1.000.000) cm<sup>3</sup> = 6.000.000 cm<sup>3</sup>

Em seguida, dividimos 6.000.000 por 480 para obter o número de tijolos procurado: 6.000.000 : 480 = 12.500

Portanto, com 6 m<sup>3</sup> de argila, podemos fabricar 12.500 tijolos.

Calculemos agora quantos metros cúbicos de argila são necessários para a fabricação de 5.000 tijolos, cada um com 450 cm<sup>3</sup>.

Inicialmente, vamos calcular o volume dos 5.000 tijolos em cm<sup>3</sup>.

Assim: 5.000 × 450 cm<sup>3</sup> = 2.250.000 cm<sup>3</sup>

Em seguida, vamos transformar 2.250.000 cm<sup>3</sup> em m<sup>3</sup>.



Para isso, devemos dividir 2.250.000 por 1.000 × 1.000, ou seja, dividir 2.250.000 por 1.000.000.

Assim: 2.250.000 cm<sup>3</sup> = (2.250.000 : 1.000.000) m<sup>3</sup> = 2,250 m<sup>3</sup>

Portanto, para a fabricação de 5.000 tijolos de 450 cm<sup>3</sup> são necessários 2,250 m<sup>3</sup> de argila.

Acrescentar a atividade proposta pela colega Edna, mostrado no fórum 4- dia15-06

Construí uma caixa de 10cm x 10cm x 10cm e com ela vou realizar com os alunos o seguinte experimento:

Primeiro pedirei que eles calculem a área e o volume da caixa, lembrando que a mesma não possui tampa.

Depois perguntarei se eles sabem calcular a capacidade da caixa. Trabalharei a diferença entre volume e capacidade.

Depois colocarei em um copo graduado 1l de arroz e perguntarei se naquela caixa é possível colocar o equivalente a 1l, se eles acham que vai sobrar arroz ou faltar para encher a caixa.

Depois de feita a experiência e provar que na caixa de  $1000\text{cm}^3$  cabe 1l, faço a relação: Como 10cm equivalem a 1dm e um cubo com arestas 1dm tem volume igual a  $1\text{dm}^3$  logo,  $1\text{dm}^3 = 1000\text{cm}^3 = 1\text{l}$ .

Abraços

Edna

[http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/pluginfile.php/17052/mod\\_forum/post/488579/Foto0140.jpg](http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/pluginfile.php/17052/mod_forum/post/488579/Foto0140.jpg)

## ATIVIDADE 7

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Geometria Espacial – Prisma e Cilindro

**OBJETIVOS:** Proporcionar o entendimento do conceito de volume dos prismas.

**PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento sobre prismas e seus elementos.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupos, de preferência com 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

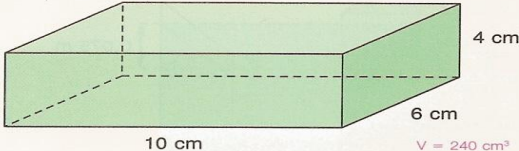
**DESCRIPTORIOS:** Resolver problemas envolvendo noções de volume.

**METODOLOGIA:** Exercícios em grupo

**EXERCÍCIOS** **EXERCÍCIOS**

**102** Calcule o volume dos sólidos:

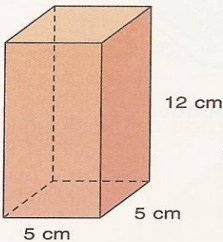
a)



10 cm 6 cm 4 cm

$V = 240 \text{ cm}^3$

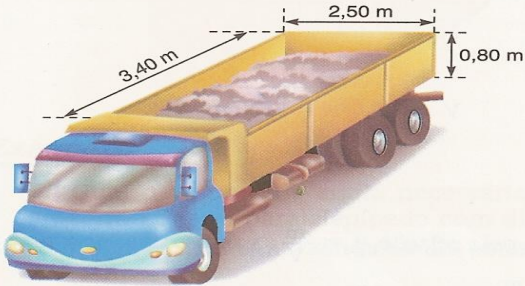
b)



12 cm 5 cm 5 cm

$V = 300 \text{ cm}^3$

**103** Um caminhão basculante tem a carroceria com as dimensões indicadas na figura.



3,40 m 2,50 m 0,80 m

Calcule quantas viagens deverá fazer para transportar  $136 \text{ m}^3$  de areia. 20

**104** (Cesgranrio-RJ) De um bloco cúbico de



**111** É muito comum ouvirmos falar da falta de água em praias, no período de veraneio.

Para prevenir-se deste problema, o sr. José instalou uma caixa-d'água de cimento amianto, adquirida da firma Baskara S.A., cujas dimensões são 0,80 m, 1,00 m e 0,70 m.

Sabe-se que uma caixa-d'água nunca fica completamente cheia por causa da posição do cano de entrada. Nesse caso, os últimos 10 cm da altura do reservatório ficam vazios.

Lembre que 1 litro de água equivale a um volume de  $1 \text{ dm}^3$ .

Calcule a capacidade, em litros, dessa caixa-d'água, que tem a forma de um paralelepípedo.

480 l



**112** Ao congelar-se, a água aumenta de  $\frac{1}{15}$  o seu volume. Que volume de água deverá congelar-se para se obter um bloco de gelo de  $8 \text{ dm} \times 4 \text{ dm} \times 3 \text{ dm}$ ? 90  $\text{dm}^3$

## ATIVIDADE 8

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Geometria Espacial – Prisma e Cilindro

**OBJETIVOS:** Proporcionar o entendimento do conceito de volume dos Cilindros e de como calcular o volume de um objeto qualquer pela submersão do mesmo no líquido.

**PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento sobre cilindro e seus elementos.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, 12 moedas de 5 centavos, fita adesiva, caneta permanente (usada em CD), pote de vidro em formato cilíndrico, água, lápis, borracha, régua e calculadora.

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em grupos, de preferência com 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRIPTORIOS:** H25-Resolver problemas envolvendo noções de volume.

**METODOLOGIA:** *Seguir a experiência proposta no plano de ação 6*

Este roteiro de ação apresenta uma sugestão de atividade para o estudo de volume do cilindro utilizando um pote de vidro no formato cilíndrico e moedas. Se sua escola possuir laboratório de química você pode pegar emprestado um *Beaker*, como esse da Figura 1.

**Figura 1** – Use um *Beaker* para funcionar como a figura cilíndrica da atividade.

**Fonte:** <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Becher-pyrex-150mL.jpg> - Unkky

Caso sua escola não possua tal laboratório, você pode reciclar garrafas de vidro que tenham o “corpo” cilíndrico e com o fundo plano (algumas são côncavas no fundo e isso iria gerar diferença no volume). Você pode reutilizá-la levando para um vidraceiro cortar a parte de cima (o bico) de modo a obter um cilindro. O ideal é pedir ao vidraceiro para dar um polimento no corte, avisando que elas serão manipuladas em sala de aula (para que não tenha perigo de alguém se cortar). Caso prefira, você pode comprar tais recipientes por um baixo preço em uma loja que venda velas ou em loja de artesanato.

A atividade trata de uma experiência em que calcularemos três volumes: do pote cilíndrico com água em uma altura inicial  $h_1$  (menor que a altura do recipiente), o volume do aumento gerado após submersão do objeto na água, e do objeto que foi submerso (também cilíndrico formado com moedas). Pretendemos, com isso, proporcionar ao aluno exercitar o cálculo de volume do cilindro e também perceber que o aumento do volume é igual ao volume do objeto inserido. É normal ocorrer uma pequena diferença, pois as medições com a régua são aproximadas e o valor de  $\pi$  será aproximado para 3,14.

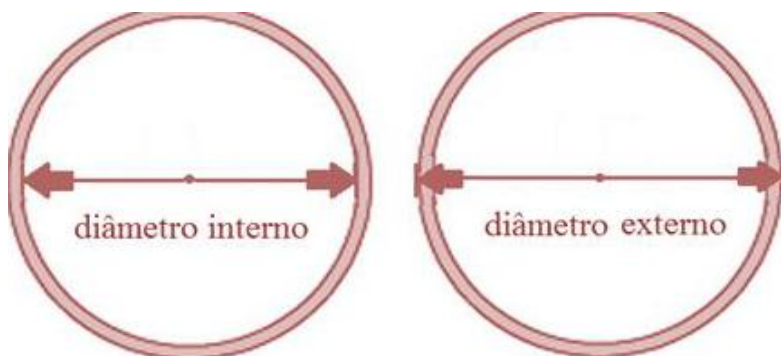
É importante não usar um recipiente com diâmetro muito grande. Quanto menor o diâmetro, melhor, pois o objeto que será inserido não terá volume muito grande e se o diâmetro do pote for grande o aumento da altura da água será pequeno.

Caso a escola não possua laboratório com torneira, indicamos que o professor leve uma garrafa de pelo menos 2,5 litros cheia de água.

É claro que a atividade pode ser feita com qualquer moeda, contanto que sejam todas iguais. Optamos pela de 5 centavos pois dentre as de baixo valor, é a que possui maior diâmetro (nos referimos à moeda de 5 centavos na cor bronze, pois a antiga, na cor prata, é menor). A moeda que teria melhor manipulação seria a de 1 real, que é a maior de todas, mas não achamos conveniente pedir que o aluno leve um valor que, para muitos, seria alto, para a escola **Atividade:**

1) Com o auxílio da régua, meça o diâmetro interno do seu pote cilíndrico e anote no espaço a seguir:

Diâmetro = \_\_\_\_ cm No pote de vidro, existem dois diâmetros: um, sem considerar a espessura do vidro (diâmetro interno) e o outro, considerando a espessura do vidro (diâmetro externo).



Lembramos que o raio de uma circunferência é igual à metade do seu diâmetro, logo  $r = d/2$  ou  $d = 2r$ .

2) Peça para que seu professor coloque água em seu pote cilíndrico até um pouco mais que a metade de sua altura.

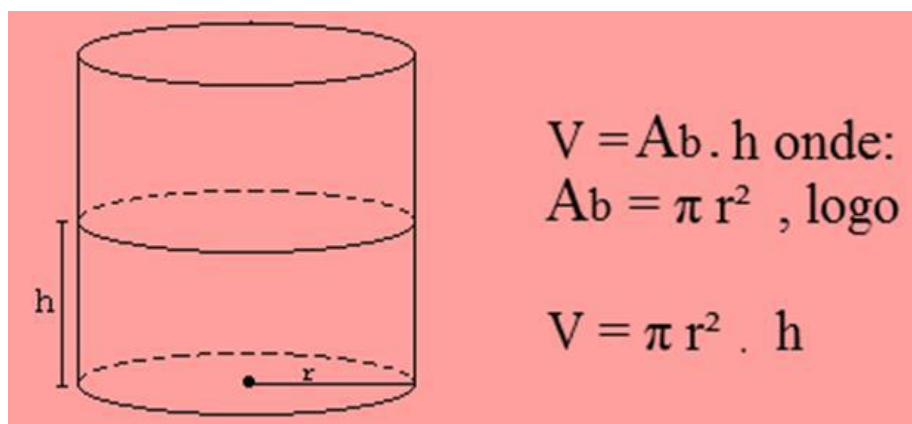
3) Faça um risco horizontal com a caneta permanente por fora do vidro para indicar a altura da água e indique com o número 1. Vamos chamar essa altura de  $h_1$ .

4) Com o auxílio da régua, meça essa altura da água e registre no espaço a seguir (despreze a espessura do fundo do pote):

Altura  $h_1 =$  \_\_\_\_ cm

5) Agora que você já possui as medidas necessárias, já é possível calcular o volume de água que tem em seu recipiente. Para isso, é necessário saber a fórmula de volume do cilindro, que é a mesma usada para os prismas:

$V = A_b \times H$ , porém a base considerada agora é um círculo.



6) Preencha a tabela 1 com os valores do diâmetro e da altura na tabela 1 (em centímetros) e calcule o raio, a área da base e o volume. Aproxime o valor de  $\pi$  para 3,14 (use a calculadora para fazer os cálculos).

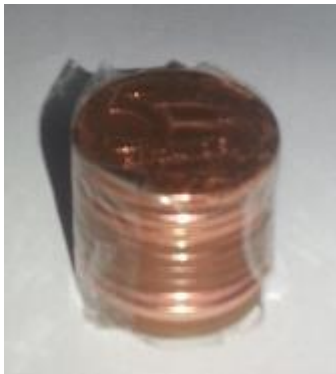
**Tabela 1**

|                       | <b>Diâmetro (d)</b> | <b>Raio</b> | <b>Área da base</b> | <b>Altura (h<sub>1</sub>)</b> | <b>Volume V<sub>1</sub> = A<sub>b</sub>.h<sub>1</sub></b> |
|-----------------------|---------------------|-------------|---------------------|-------------------------------|---|
| <b>Altura inicial</b> |                     |             |                     |                               |   |

7) Pegue uma moeda de 5 centavos e meça seu diâmetro com a régua. Registre no espaço a seguir:

Diâmetro moeda = \_\_\_\_ cm

8) Empilhe 12 moedas de 5 centavos iguais e passe a fita adesiva prendendo todas como na foto abaixo, sem exagerar no uso da fita



9) Você conhece o sólido formado? Discuta com seus colegas!

10) Qual é o raio desse cilindro? Lembre-se que você já mediu o diâmetro da moeda.

Raio = \_\_\_\_ cm

11) Com o auxílio da régua, meça sua altura e registre no espaço a seguir:

Altura do cilindro feito de moedas = \_\_\_\_ cm.

12) Mergulhe o cilindro feito de moedas em seu pote de vidro.

13) O que aconteceu com o nível da água?

14) Faça um risquinho horizontal no pote de vidro, para indicar a nova altura da água e indique com o número 2.

15) Chamemos a nova altura da água de h<sub>2</sub>. Meça h<sub>2</sub> e registre no espaço a seguir:

h<sub>2</sub> = \_\_\_\_ cm

16) Calcule o volume do cilindro até a altura  $h_2$  e preencha a tabela 2. Aproxime o valor de  $\pi$  para 3,14 e use a calculadora para fazer os cálculos

**Tabela 2**      **Raio**      **Área da**      **Altura  $h_2$**       **Volume  $V_2$**   
**Diâmetro**           **base**           **=  $A_b \cdot h_2$**   
**(d)**

|              | Diâmetro ( d) | Raio | Área da base | Altura $h_2$ | Volume $V_2 = A_b \cdot h_2$ |
|--------------|---------------|------|--------------|--------------|------------------------------|
| Altura final |               |      |              |              |                              |

17) O que aconteceu com o volume interno após inserir o objeto na água? Compare os valores dos volumes  $V_1$  e  $V_2$  encontrados nas últimas colunas das tabelas 1 e 2 e discuta com seus colegas qual a causa da alteração, se houver.

18) Que operação você deve fazer para determinar o volume do cilindro de moedas? Determine-o.

$V = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$

19) Compare o seu resultado com o resultado encontrado por colegas de outros grupos. Mas, verifique se eles usaram a mesma moeda e a mesma quantidade de moedas.

20) Eles são iguais ou bem próximos?

21) Você deve ter observado que mesmo os potes sendo diferentes, esse valor foi praticamente igual. Por que isto acontece?

22) Calcule agora o volume da pilha de moedas utilizando os valores do raio e altura que você já registrou nos itens 11 e 12 respectivamente

**Tabela 3**

|                 | Raio | Área da base | Altura h | Volume Pilha de moedas<br>$V = A_b \cdot h$ |
|-----------------|------|--------------|----------|---|
| Pilha de Moedas |      |              |          |   |

23) Compare o valor do volume encontrado na última coluna da Tabela 3 com o resultado de  $V_2 - V_1$  já calculado.

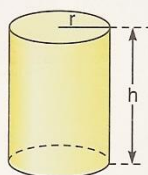
24) O que podemos comprovar com esta atividade?

25) Você deve ter observado que, ao inserir o cilindro feito de moedas na água, provocamos um aumento de volume e que esse aumento ( $V_2 - V_1$ ) é bem próximo do volume da pilha de moedas inserido.

→ (área da base) · (medida da altura)

volume do cilindro = (área da base) · (medida da altura)

Num cilindro circular reto de raio  $r$  e altura  $h$ , a área da base é dada por  $S_b = \pi r^2$ .



$$V = S_b \cdot h \Rightarrow V = \pi r^2 h$$

### Exemplos

- 1** Uma comunidade consome 30 000 litros de água por dia. Para isso, conta com um reservatório de forma cilíndrica cujo raio é 10 m e a altura 10 m. Por quanto tempo, aproximadamente, o reservatório poderá abastecer essa comunidade?

O volume de água que o reservatório cheio pode conter é dado por:

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \cdot 10^2 \cdot 10 \therefore V = 1\,000\pi \text{ m}^3$$

$$\text{Fazendo } \pi = 3,14, \text{ vem: } V = 1\,000 \cdot 3,14 \therefore V = 3\,140 \text{ m}^3$$

$$\text{Como } 1 \text{ m}^3 = 1\,000 \ell, \text{ temos: } V = 3\,140 \cdot 1\,000 \Rightarrow V = 3\,140\,000 \text{ litros}$$

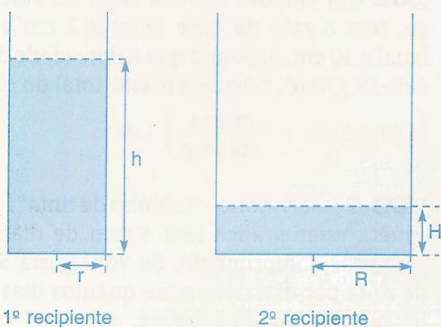
A comunidade consome 30 000 litros de água por dia.

Para consumir 3 140 000 litros levará  $t$  dias.

$$t = \frac{3\,140\,000}{30\,000} \therefore t \approx 105 \text{ dias}$$

- 2** Um líquido que ocupa uma altura de 10 cm num determinado recipiente cilíndrico será transferido para outro recipiente, também cilíndrico, com diâmetro duas vezes maior que o primeiro. Qual será a altura ocupada pelo líquido nesse segundo recipiente?

Desenhando as secções meridianas dos cilindros, temos:



Vamos indicar o volume de líquido no primeiro recipiente por  $V_1$  e, no segundo, por  $V_2$ .

$$V_1 = \pi r^2 h \text{ e } V_2 = \pi R^2 H$$

Do enunciado:  $R = 2r$  e  $h = 10 \text{ cm}$

Como o volume de líquido é o mesmo, obtemos:  $V_1 = V_2 \Rightarrow \pi r^2 h = \pi (2r)^2 H$

$$r^2 h = 4r^2 H$$

$$H = \frac{h}{4}$$

$$\text{Logo: } H = \frac{10}{4} \therefore H = 2,5 \text{ cm}$$

# AVALIAÇÃO

A avaliação deve ser entendida como processo de acompanhamento e análise do desenvolvimento do educando e da prática de ensino.

O estudo da Matemática não pode ser avaliado apenas no ponto de vista quantitativo. Para tal, deve-se observar a participação e desenvolvimento dos alunos durante a execução das várias atividades, pois dessa forma a avaliação torna-se contínua e constante.

Um dinâmico processo de aprendizagem com aulas contextualizadas, instigadoras, com situações-problema desenvolvidas de modo reflexivo, dirigidas por intenções claras, desenvolvidas em ambiente interativo e com ações significativas fazem da Matemática uma disciplina atuante e significativa para a contemporaneidade.

Dessa forma, a avaliação de Matemática, para o professor, é a possibilidade constante de reflexão sobre o projeto pedagógico, suas metas, suas possibilidades e localização de cada aluno em relação às metas estabelecidas. Já para o aluno, a avaliação tem a função de torná-lo ator e autor de sua aprendizagem. Assim, avaliar é uma ação regulada e refletida que usa as informações coletadas por meio de diversos instrumentos, em função do valor atribuído à aprendizagem

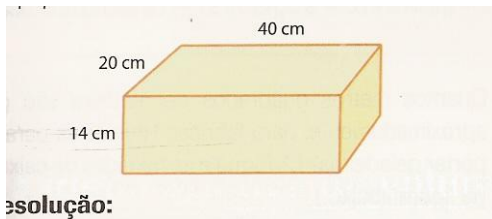
As atividades de grupo proposta nas atividades durante a execução do plano de trabalho são meios para pesquisar as competência e habilidades adquiridas pelos alunos e a sua integração no grupo, por isso, devem ser pontuadas. Será aplicado duas atividades avaliativas no valor de 30 pontos.

## Avaliação valor 30 pontos

1-Em uma piscina regular hexagonal cada aresta lateral mede 8 dm e cada aresta da base mede 4 dm. Calcule, desse prisma: \_\_\_\_\_

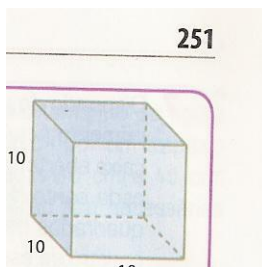
- a) a área de cada face lateral;
- b) a área de uma base;
- c) a área lateral;
- d) a área total;

2-Uma indústria precisa fabricar 10 000 caixas de sabão com as medidas da figura abaixo.Desprezando as abas, calcule , aproximadamente, quantos metros quadrados de papelão serão necessários.

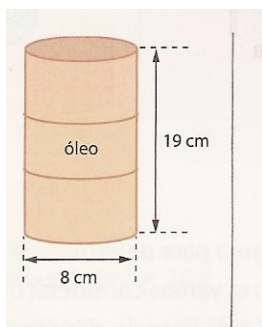


Resolução:

3-Quantos centímetros quadrados de cartolina aproximadamente, forma usados para montar uma caixa com a forma de um cubo com 10 cm de aresta?



4-Quantos centímetros quadrados de material são usados, aproximadamente, para fabricar uma lata de óleo indicada na figura?



5-Uma lata de refrigerante tem a forma cilíndrica, com 8 cm de diâmetro nas bases e 15cm de altura.Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar essa lata de refrigerante.



## AVALIAÇÃO VALOR 30 PONTOS

1-(UFPA ) O reservatório "tubinho de tinta" de uma caneta esferográfica tem 4 mm de diâmetro e 10 cm de comprimento. Se você gasta  $5\pi$  mm<sup>3</sup> de tinta por dia, a tinta de sua esferográfica durará:?

- a) 20 dias   b) 40 dias   c) 50 dias   d) 80 dias   e) 100 dias

2- Uma doceira vende seu “brigadeiro de colher” em pequenos potes cilíndricos com 4 centímetros de diâmetro e 2 centímetros de altura de dimensões internas. Usando  $\pi = 3,1$ , podemos concluir que, para produzir 100 desses potes por dia, ela precisará preparar uma quantidade de brigadeiro aproximadamente igual a:

- a) 1 litro.  
b) 1 litro e meio.  
c) 2 litros.  
d) 2 litros e meio.  
e) 3 litros.

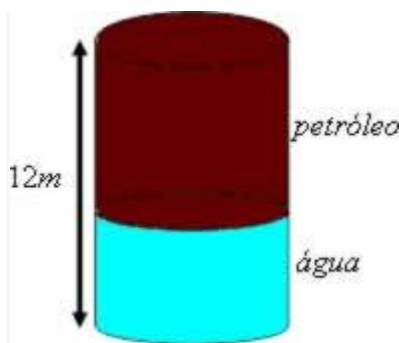
3-Para conter dois litros de certo líquido, foi produzida uma caixa de acrílico em formato de paralelepípedo, onde podemos ver no topo um furo, no qual será colocado o líquido. Sabendo que a caixa foi feita com sua base 12cmX10cm e a altura desta caixa é 20cm é correto afirmar que:

- (A) O líquido não caberá na caixa em questão.  
(B) O líquido caberá com folga na caixa.  
(C) O líquido caberá mas ficará muito rente ao topo.  
(D) O líquido ficará na metade da caixa.  
(E) O líquido não chegará nem a metade da caixa

4- Um prisma regular triangular tem todas as arestas congruentes e 48 m<sup>2</sup> de área lateral. Seu volume vale:

- a) 16 m<sup>3</sup>   b) 32m<sup>3</sup>   c) 64m<sup>3</sup>   d) 4 m<sup>3</sup>   e) 16m<sup>3</sup>

5-(Vunesp – SP) Um tanque subterrâneo, que tem o formato de um cilindro circular reto na posição vertical, está completamente cheio com 30 m<sup>3</sup> de água e 42 m<sup>3</sup> de petróleo. Considerando que a altura do tanque é de 12 metros, calcule a altura da camada de petróleo.



- A) 8   B) 6   C) 7   D) 9   E) 10

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO –Geometria Espacial– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Medio – 2º bimestre/2013 –  
<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>

BARRETO FILHO, Benigno; Matemática aula por aula: vólum único; ensino médio/ Benigno Barreto Filho, Cláudio Xavier Barreto- São Paulo: FTD, 2000;

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; Matemática: ensino médio, volume 2/Kátia Cristina Stocco, Maria Ignez de Souza Diniz- 7. Edição- São Paulo: Saraiva, 2010.

DANTE,Luiz Roberto; Matemática contexto e aplicações: 2º ano ensino médio-São Paulo: Ática, 2008.

GIOVANNI,José Ruy; BONJORNIO, José Roberto; Matemática: uma nova abordagem, vol.2-São Paulo: FTD, 2 000