FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓCIO CEDERJ/SEEDUC-RJ

Cursista: WERBERT AUGUSTO COUTINHO

Série: 2º ANO – ENSINO MÉDIO - 2º BIMESTRE- **2º** CAMPO CONCEITUAL

Tutora: Maria Cláudia Padilha Toste

Grupo: 2

PLANO DE TRABALHO 2

GEOMETRIA ESPACIAL: PRISMAS E CILINDROS

Formação Continuada em Matemática Fundação Cecierj/consórcio CEDERJ

Matemática 2ºAno-2º Bimestre/2013

PLANO DE TRABALHO 2

Cursista: Werbert Augusto Coutinho

Tutor(a): Maria Cláudia Padilha Toste

Grupo: 2

GEOMETRIA ESPACIAL: PRISMAS E CILINDROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho tem como objetivos: Reconhecer prismas e cilindros por meio de suas principais características. Manipular e reconhecer diferentes prismas e cilindros e suas planificações. Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas lateral e total de prismas e cilindros, com ou sem a informação de fórmulas.

Existem situações cotidianas que os alunos vivem que exigem um pensamento elaborado da Geometria espacial para que sejam solucionados. Situações como calcular a área de um cômodo da casa para ladrilhar, calcular o volume de concreto gasto em uma obra, calcular o volume de um liquido em determinados recipientes e etc. A aplicação prática da Geometria Espacial resulta na compreensão do concreto, no domínio da imaginação, na abstração e na aprendizagem significativa, fazendo com que o aluno possa construir seu conhecimento de forma prática. Além disso, sabemos que uma das maiores dificuldades encontradas pelo aluno, é perceber que o conteúdo aprendido na escola não é uma coisa dissociada do seu cotidiano.

Com o intuito de atingir os objetivos traçados serão desenvolvidos alguns procedimentos, tais como: a introdução do assunto utilizando a apresentação do vídeo “Abelhas matemáticas”-http://m3.ime.unicamp.

br/ recursos /search : abelhas + matemáticas / mídia : vídeo, após a apresentação do vídeo o professor irá demonstrar por meio prático que o prisma de base hexagonal apresenta o maior volume(prismas e demonstração anexo 1) . Após essa introdução e ao longo das aulas serão utilizados alguns recursos tecnológicos (data show, notebook). Assim como recursos educacionais (quadro, piloto, folha de atividades, folha A4, embalagens do nosso dia a dia, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica) para realizar os Roteiros de Ação 1, 3 e 4. Tudo isso, visa tonar as aulas mais prazerosas e dinâmicas, com o intuito de propiciar ao educando a construção do conhecimento e tornar a aprendizagem significativa.

Desenvolvimento / Atividades

Atividade 1

- Habilidade relacionada: Reconhecer prismas e cilindros por meio de suas principais características.

- Pré-requisitos: Figuras geométricas planas.

- Tempo de Duração: 2 aulas de 50 minutos.

- Recursos Educacionais Utilizados: Data show, notebook (com o vídeo Abelhas matemáticas-http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:abelhas+ matematicas/midia:video), quadro, piloto, folha de atividades, tesoura, cola e embalagens do nosso dia a dia, tais como: caixinhas de remédio, de sabão em pó ou de sapato, rolos de papel, lata de achocolatado, etc. Planificações de prismas e cilindro (anexo 1).

- Organização da turma: Em grupo (quatro alunos).

- Objetivo: Manipular e reconhecer diferentes prismas e cilindros e suas planificações.

- Metodologia adotada: Como introdução ao estudo da Geometria Espacial: Prismas e cilindros será apresentado o vídeo "Abelhas matemáticas"-http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:abelhas+ matematicas/midia:vídeo, após a apresentação do vídeo o professor irá demonstrar por meio prático que o prisma de base hexagonal apresenta o maior volume(prismas e demonstração anexo 1) . Após essa abordagem inicial e a demonstração, os alunos, em grupo, desenvolverão atividade- 1º Parte- Reconhecendo Prismas e Cilindros e 2º Parte- Construindo outros Prismas (Roteiro de ação 1, planificações anexo 2).

ATIVIDADES 1

1º Parte- Reconhecendo Prismas e Cilindros

1- Em grupo, coloque seu objeto, que representa um sólido geométrico, à sua frente, de forma que todos os colegas possam vê-lo.

2- Antes de iniciar a atividade, converse com seu grupo, e juntos, escolham um colega para ser o narrador da atividade em voz alta. (ou cada um lê um item)

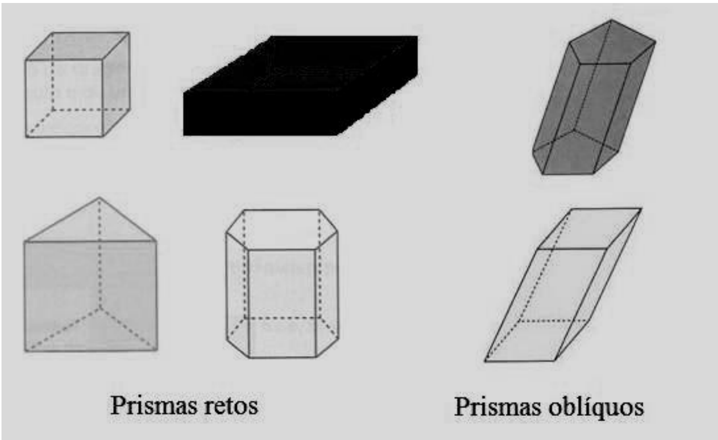
3- Observe todos os objetos trazidos. Procure semelhanças entre eles e separe em dois grupos de acordo com as características observadas.

Como vocês realizaram essa separação? Converse com seus colegas e verifique se, em um grupo, ficaram os objetos que possuem todas as partes planas e, no outro grupo, os que são "arredondados".

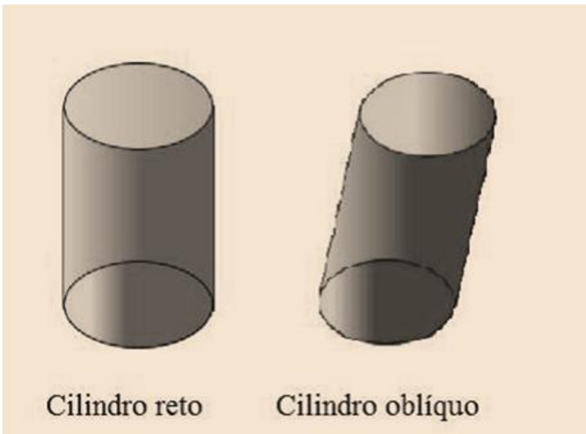
4- Pegue duas folhas e escreva a palavra "PRISMA" em uma delas e "CILINDRO" na outra com letra de forma bem grande.

5- Leia com atenção as características de cada uma das ilustrações a seguir.

Um prisma é um poliedro convexo que possui duas faces paralelas, formadas por polígonos convexos congruentes (iguais) – chamadas de bases – e cujas faces restantes, chamadas faces laterais, são compostas por retângulos (no caso do prisma ser reto) ou paralelogramos (nos prismas oblíquos).



A superfície do cilindro é formada por duas partes planas, que são as bases, e uma parte "curva" (arredondada), que é a superfície lateral



6- Agora, reveja os objetos de cada grupo e de acordo com as definições anteriores, coloque cada folha diante de cada grupo de objetos.

7- Vocês conseguem observar algumas características comuns aos prismas e aos cilindros? Quais? Discutam em grupo.

2º Parte- Construindo outros Prismas

1- Agora vocês irão construir alguns sólidos geométricos.

2- Recorte nas linhas externas e dobre todas as outras.

3- Depois que estiver tudo dobrado corretamente, passe cola apenas nas abas em branco e cole por dentro das faces.

4- Tanto os cilindros quanto os primas são classificados de acordo com sua base. Exemplo:

- Prisma triangular (possui base triangular);

- Prisma retangular ou paralelepípedo (tem como base um retângulo);

- Paralelepípedo reto-retângulo (todas as faces são retangulares);

- Prisma hexagonal (possui um hexágono na base);

- Cilindro circular (a base é um círculo);

Nomeie os prismas e cilindros que vocês possuem de acordo com essa classificação.

5- Observe o cubo. Ele é um prisma? Em caso afirmativo, podemos encaixá-lo em qual das classificações já citadas?

6- Observe, agora, o cubo e o paralelepípedo reto-retângulo. Ambos são paralelepípedos, correto? Mas qual é a diferença entre eles?

7- Agora que você já aprendeu o que é um prisma e já viu algumas planificações, tente construir uma planificação de um prisma diferente dos que foram apresentados. Escolha qualquer polígono regular para ser a base, diferente de triângulo, quadrado e hexágono.

Desenvolvimento / Atividades

Atividade 2

- Habilidade relacionada: Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas lateral e total de prismas e cilindros.

- Pré-requisitos: Figuras Geométricas Planas, área das figuras planas.

- Tempo de Duração: 2 aulas de 50 minutos.

- Recursos Educacionais Utilizados: quadro, piloto, folha de atividades, tesoura, cola e embalagens do nosso dia a dia, tais como: caixinhas de remédio, de sabão em pó ou de sapato, rolos de papel, lata de achocolatado, etc., roteiro de ação 3 (Planificação e área do prisma- 1º parte) lista de exercícios.

- Organização da turma: Em grupo (quatro alunos).

- Objetivo: Calcular a medida da área lateral e/ou total de um prisma, com ou sem a informação de fórmulas.

- Metodologia adotada: Inicialmente a turma será dividida em grupos, cada grupo utilizará as embalagens (as mesmas que foram utilizadas na atividade 1) para desenvolver a atividade 2- roteiro de ação 3 área do prisma- 1º parte. Após o desenvolvimento da atividade o professor pegará uma das embalagens (forma de prisma retangular) e um palito de churrasco- com a medida da diagonal do prisma, em seguida o professor irá desenvolver os cálculos para achar a diagonal de um paralelepípedo reto retângulo e de um cubo. Ao final das atividades os alunos em grupo realizarão os exercícios de fixação.

ÁREA DO PRISMA

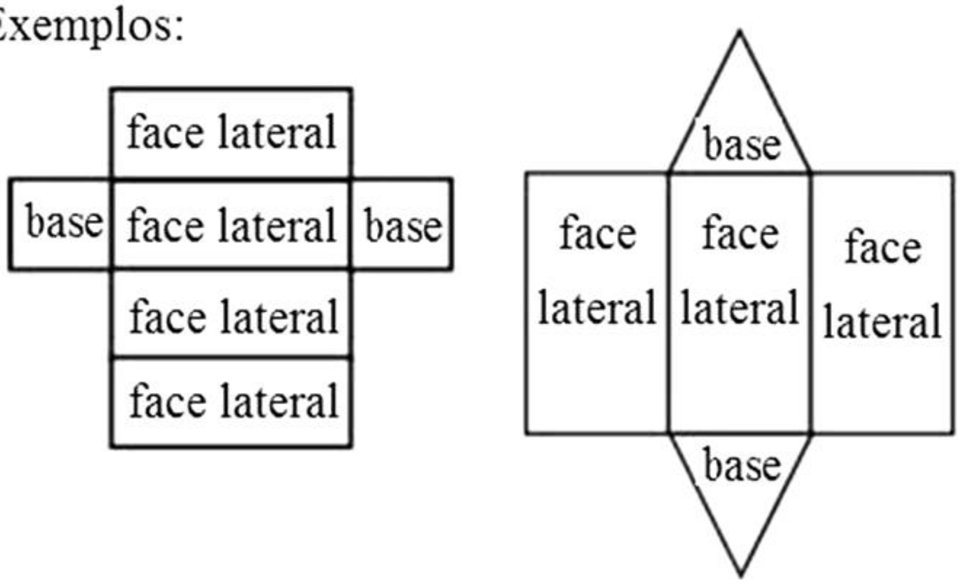
1- Escolha um, dentre os objetos trazidos para o Roteiro de Ação 1 que foram classificados como prisma.

2- “Abra” ou corte nas arestas necessárias para fazer sua planificação. Retire as abas usadas para colar a caixa. Cuidado para não destruir o objeto.

3- Como já sabemos, todo prisma possui duas bases. Identifique as bases do seu prisma planificado e escreva a palavra “base” com a caneta vermelha.

4- Cada uma das outras faces é chamada face lateral. Nomeie-as também.

Exemplos:



5- Quantas faces laterais o seu prisma possui?

____

6- Quantos lados o polígono da base possui?

____

7- Você consegue notar o motivo da igualdade desses dois números? Discuta com seu colega.

8- A área lateral de um prisma é dada pela soma das áreas de todas as faces laterais. Dessa forma, utilizando uma régua e a planificação obtida, calcule a área lateral do prisma que você escolheu. (lembrando que a área de um retângulo de lados "a" e "b" é dada por A = a.b, no caso do prisma reto).

____
____
____
____

> Lembre que o prisma é regular quando ele é reto e o polígono da base é um polígono regular. Neste caso, para obter a área lateral basta calcular a área de uma face lateral, pois, então, elas serão todas iguais, e multiplicar pelo número de faces laterais (que será igual ao número de lados do polígono da base).

9- Agora, precisamos calcular a área da base do prisma. Mas antes, diga: qual é a forma do polígono que constitui a base?

____

10- Com o auxílio da régua, calcule a área de cada base. Que valor você obteve?

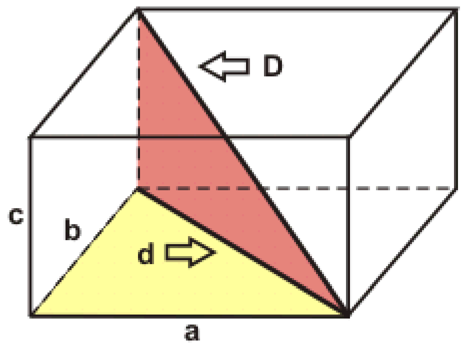
____

11- A área total de um prisma é dada pela soma da área lateral com a área das duas bases. Dessa forma, calcule a área total do prisma escolhido.

____
____

CÁLCULO DA DIAGONAL DE UM PARALELEPÍPIDO RETO RETÂNGULO E DE UM CUBO

Traçamos uma diagonal do paralelepípedo de lados a, b e c. Consideraremos os triângulos retângulos mostrados na figura cujo cateto comum é a diagonal d da base.



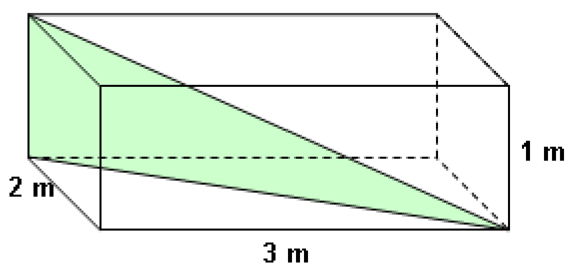
triângulo amarelo ⇨ $d^2 = a^2 + b^2$ (1)

triângulo vermelho ⇨ $D^2 = c^2 + d^2$ (2)

subistituindo (1) **em** (2) ⇨ $\boxed{D^2 = a^2 + b^2 + c^2}$

<u>EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO</u>

1) Quanto mede a diagonal de um paralelepípedo reto retangular no qual as dimensões são 1cm, 2cm e 3cm?



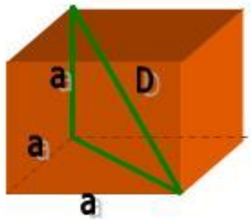
Observe a figura abaixo e responda as questões 1, 2, 3 e 4.

- Cubo de aresta **a**

Diagonal = $D = a.\sqrt{3}$

Área total = $A_t = 6.\ a^2$

Volume = $V = a^3$

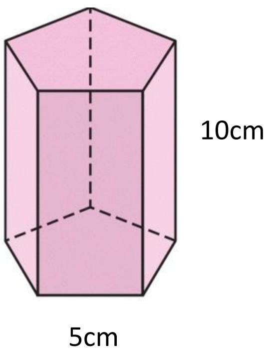


2) Um cubo tem $10\sqrt{3}$cm de aresta. Calcule a medida de sua diagonal.

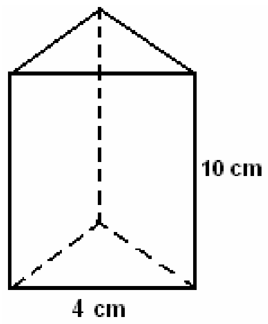
3) Num cubo, a soma das medidas de todas as arestas é 48cm. Calcule a medida da diagonal do cubo

4) Um cubo tem área total de 96cm. Qual é a medida da aresta do cubo?

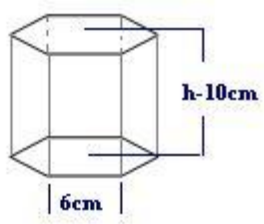
5) É dado um prisma pentagonal regular no qual a aresta da base mede 5cm e a aresta lateral mede 10cm. Calcule a área lateral do prisma.



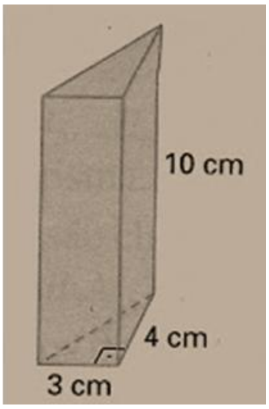
6) Num prisma pentagonal regular no qual a aresta da base mede 4cm e a aresta lateral mede 10cm. Calcule a área lateral e a área total do prisma.



7) Calcule a área total de um prisma reto, de 10 cm de altura, cuja base é um hexágono regular de 6cm de lado.



8) Um prisma reto de altura 10 cm tem como polígonos das bases triângulos retângulos de catetos 3 cm e 4 cm. Calcule a área total desse primas.



Desenvolvimento / Atividades

Atividade 3

- Habilidade relacionada: Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas lateral e total do cilindro.

- Pré-requisitos: Comprimento da circunferência e área do círculo e do retângulo.

- Tempo de Duração: 2 aulas de 50 minutos.

- Recursos Educacionais Utilizados: Data show, notebook (com roteiro de ação 3), quadro, piloto, folha de atividades, tesoura, lápis, calculadora, folhas de papel A4, régua, compasso, fita adesiva.

- Organização da turma: Em grupo (quatro alunos).

- Objetivo: Apresentar o conceito de área do cilindro; Calcular a medida da área lateral e/ou total de um cilindro, com ou sem a informação de fórmulas.

- Metodologia adotada: Inicialmente a turma será dividida em grupos, cada grupo receberá três folhas A4 em branco, a atividade (roteiro de ação 4) será apresentado no data show, os alunos responderam os questionamentos em seus cadernos Após o desenvolvimento da atividade o professor passará um resumo no quadro em seguida os alunos em grupo realizarão os exercícios de fixação.

CÁLCULO DA ÁREA DO CILINDRO

1- Pegue uma folha de papel A4 e una dois lados paralelos (sem dobrar, como na figura a seguir) para formar um cilindro. Você irá unir os lados de acordo com a figura da esquerda (com o papel na vertical), e seu colega irá fazer conforme a figura da direita (com o papel na horizontal), formando dois cilindros diferentes. Não é necessário colar!

2- Observe que o formato cilíndrico obtido é apenas a superfície lateral do cilindro.

3- Compare seu cilindro com o do seu colega. Eles possuem a mesma altura? E quanto ao diâmetro da circunferência formada pela borda da superfície cilíndrica, são iguais? Para verificar estes itens, use régua e compare as medidas nos dois cilindros.

____

____

4- Você consegue identificar alguma característica comum? Dica: reflita sobre a área lateral e leve em consideração que ambos foram construídos com a mesma folha de papel. Discuta com seu colega!

5- Você sabe calcular a área lateral desta forma cilíndrica? Observe que a superfície lateral, que é “arredondada”, foi construída a partir de um retângulo (folha de papel A4).

6- Abra a folha, meça as dimensões do retângulo com a régua e calcule a área lateral do sua forma cilíndrica, lembrando que a área de um retângulo de lados “a” e “b” é dada por A = a.b.

____

____

7- Iremos agora construir as bases desse cilindro. Para isso, precisamos saber o raio da circunferência da base. Você sabe como calcular esse raio? (sem precisar medir o diâmetro com a régua).

____

8- Sendo assim, para encontrar o raio da base do cilindro basta resolver a equação $2\pi r$ = “valor do lado do retângulo usado para formar o círculo”.

9- Aproxime π para 3,14 e calcule o valor do raio utilizando a calculadora.

____

____

10- Agora, vamos completar a construção do cilindro:

a) Pegue o compasso, a régua e uma folha de papel e faça duas circunferências com o raio encontrado. (utilize a régua para acertar a abertura do compasso).

b) Recorte os dois círculos.

c) Feche novamente o retângulo para formar o cilindro colando com a fita adesiva. (com cuidado para não sobrepor os lados, eles precisam apenas encostar um no outro).

d) Prenda os círculos, formando as bases do seu cilindro com a fita adesiva.

11- Para finalizar esta atividade, calcule a área total do seu cilindro.

____

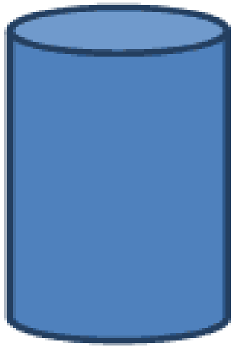
____

____

RESUMO:

Cilindro: Objeto tridimensional composto pela sobreposição de infinitos círculos de mesmo diâmetro. É também definido como o objeto que resulta da rotação de um paralelogramo em torno de um dos seus lados. Ou ainda, o cilindro pode ser visto como um “prisma” de base circular.

Cilindro reto: O cilindro é **reto** quando os círculos se sobrepõem ao longo de uma direção perpendicular ao plano dos mesmos. Ou quando oparalelogramo que executa a rotação é um **retângulo**. Neste caso o eixo do cilindro é perpendicular à sua base.


Exemplo de cilindro reto

Definições complementares

$\mathbf{A}_l$ → área lateral

$\mathbf{A}_b$ → área da base

h → altura do cilindro (distância entre as duas bases e perpendicular a elas)

r → raio da base

Onde:

$\mathbf{A_l = 2\pi rh}$ $\mathbf{A_b = \pi r^2}$

Área total:

$\mathbf{A_T = A_l + 2 \cdot A_b = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)}$

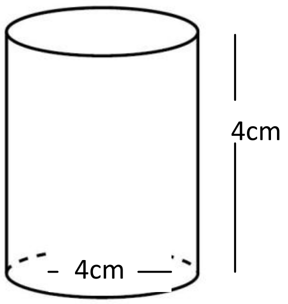
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) A base de um cilindro reto tem 4cm de diâmetro. A altura do cilindro é, também, 4cm. Calcule:

a) a área das bases;

b) a área lateral;

c) a área total.



2) Uma lata de refrigerante tem forma cilíndrica, com 8cm de diâmetro nas bases e 15cm de altura. Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar essa lata?

3) Sabe-se que a área lateral de um cilindro é $20\pi\ cm^2$. Se o raio da base é 5cm, calcule a medida **h** da altura e a área total do cilindro.

4) Um produto é embalado em recipientes com formato de cilindros retos. O cilindro A tem altura de 20cm e o raio da base 5cm. O cilindro B tem altura 10cm e o raio da base 10cm. Em qual das duas embalagens se gasta menos material?

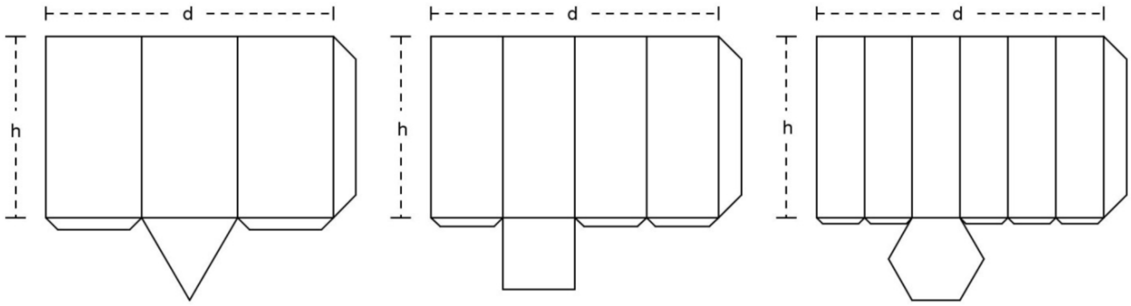
5) (Puccamp) Numa indústria, deseja-se utilizar tambores cilíndricos para a armazenagem de certo tipo de óleo. As dimensões dos tambores serão 30cm para o raio da base e 80cm para a altura. O material utilizado na tampa e na lateral custa R$100,00 o metro quadrado. Devido à necessidade de um material mais resistente no fundo, o preço do material para a base inferior é de R$200,00 o metro quadrado. Qual o custo de material para a confecção de um desses tambores sem contar as perdas de material? (Em seus cálculos, considere pi=3,14.)

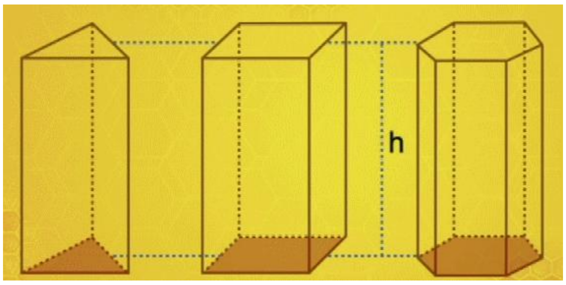
a) R$ 235,50
b) R$ 242,50
c) R$ 247,90
d) R$ 249,10
e) R$ 250,00

Anexo 1:

Em uma folha de papel cartão fazer a planificação de um prisma triangular, de um prisma quadrangular e de um prisma hexagonal,

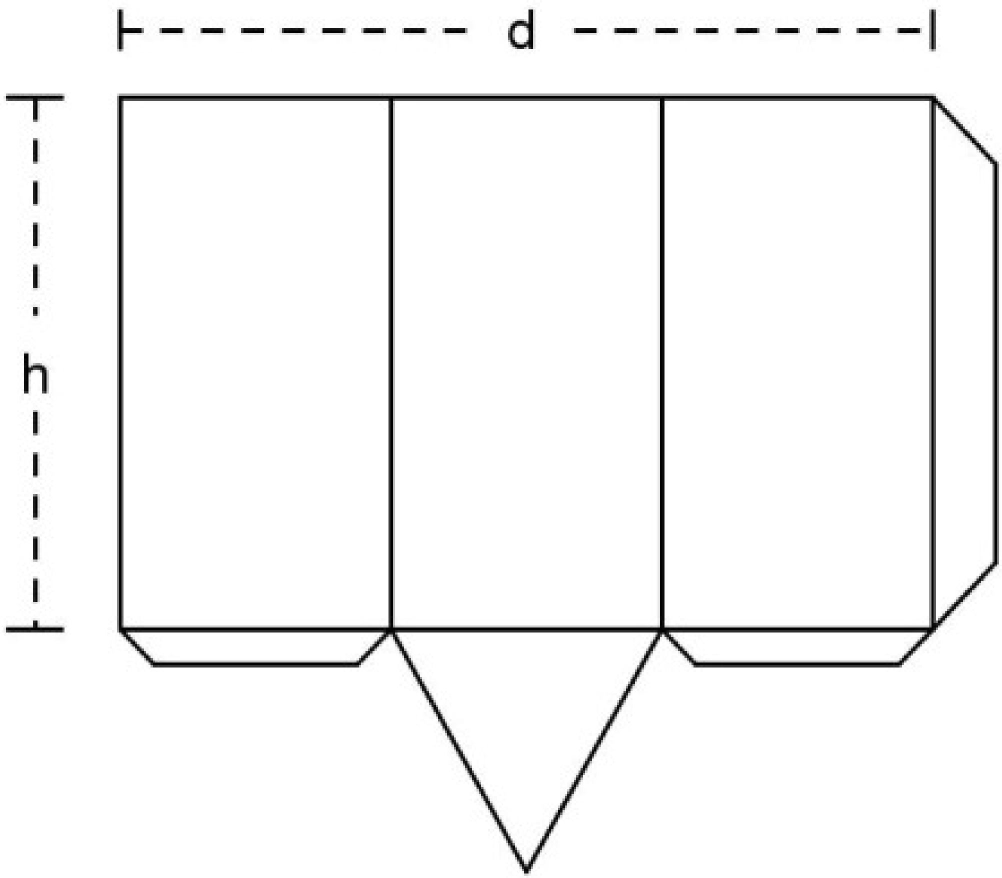
como mostra a ilustração, recortar e montar os três prismas

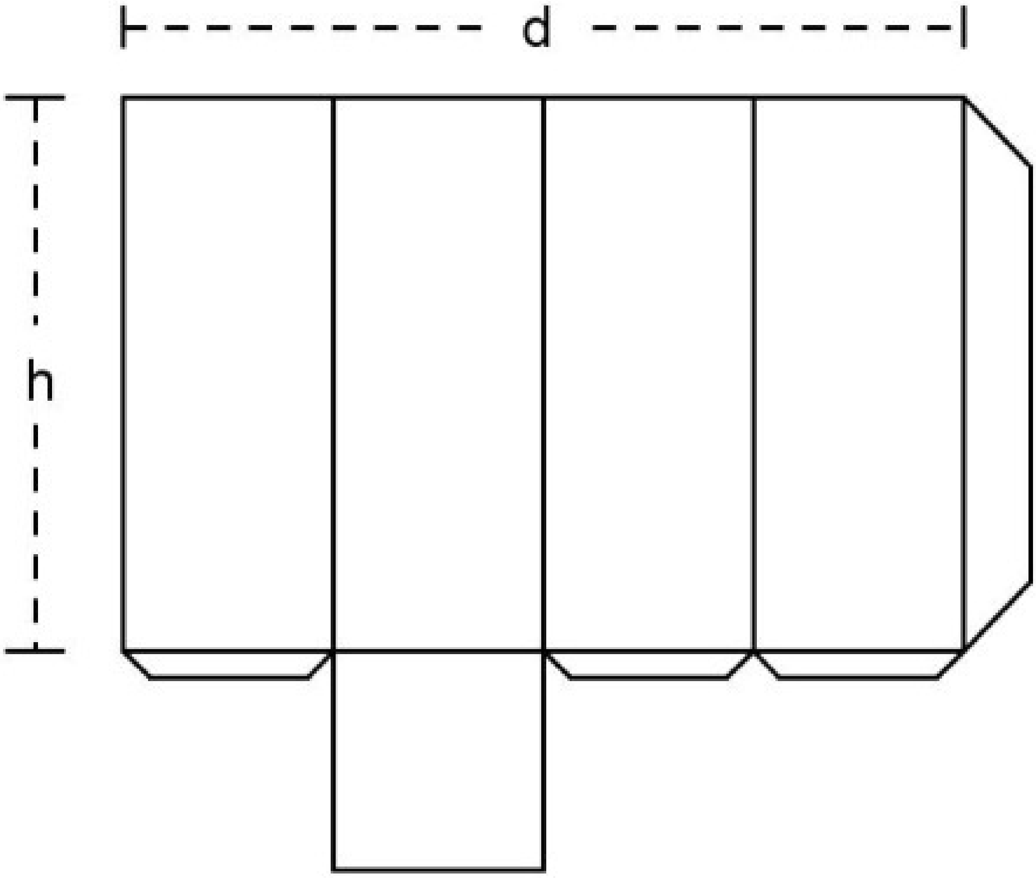


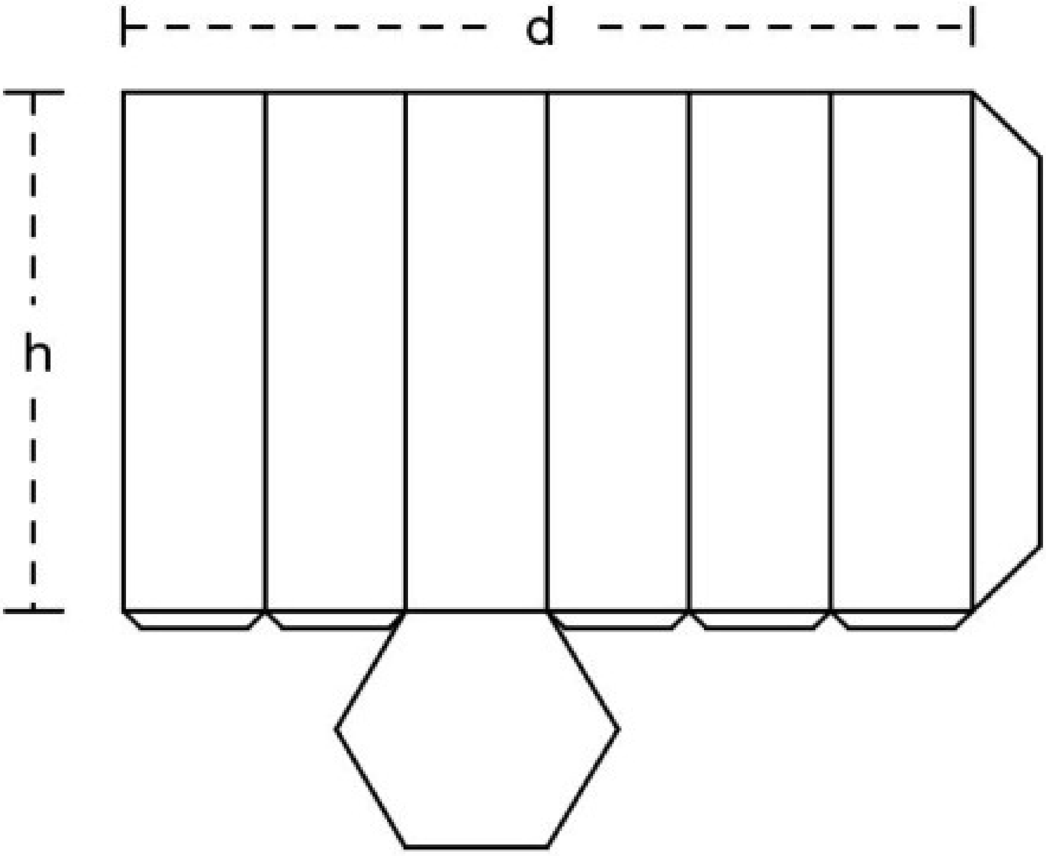


Note que os prismas são abertos em cima, tem a mesma altura h, os polígonos das bases são regulares e as áreas laterais são iguais. Pela ilustração da planificação, as áreas laterais dos três são iguais à área de um retângulo de medidas h e d, portanto, a área lateral dos prismas é igual ao produto $h.d$.

Encher um dos prismas com bolinhas de isopor (ou feijões) e, depois, passar as bolinhas para outro prisma para compará-los quanto ao volume. Fazer o mesmo com os outros prismas e decidir qual dos prismas tem maior volume.


d
h


d
h


d
h

As bases de prismas de base triangular, quadrada e hexagonal com mesma área lateral e mesma altura têm o mesmo perímetro. Sendo $a, b\ e\ c$ as arestas das bases destes prismas, temos $3a = 4b = 6c$ e, assim, $b = \frac{3a}{4}\ e\ c = \frac{a}{2}$.

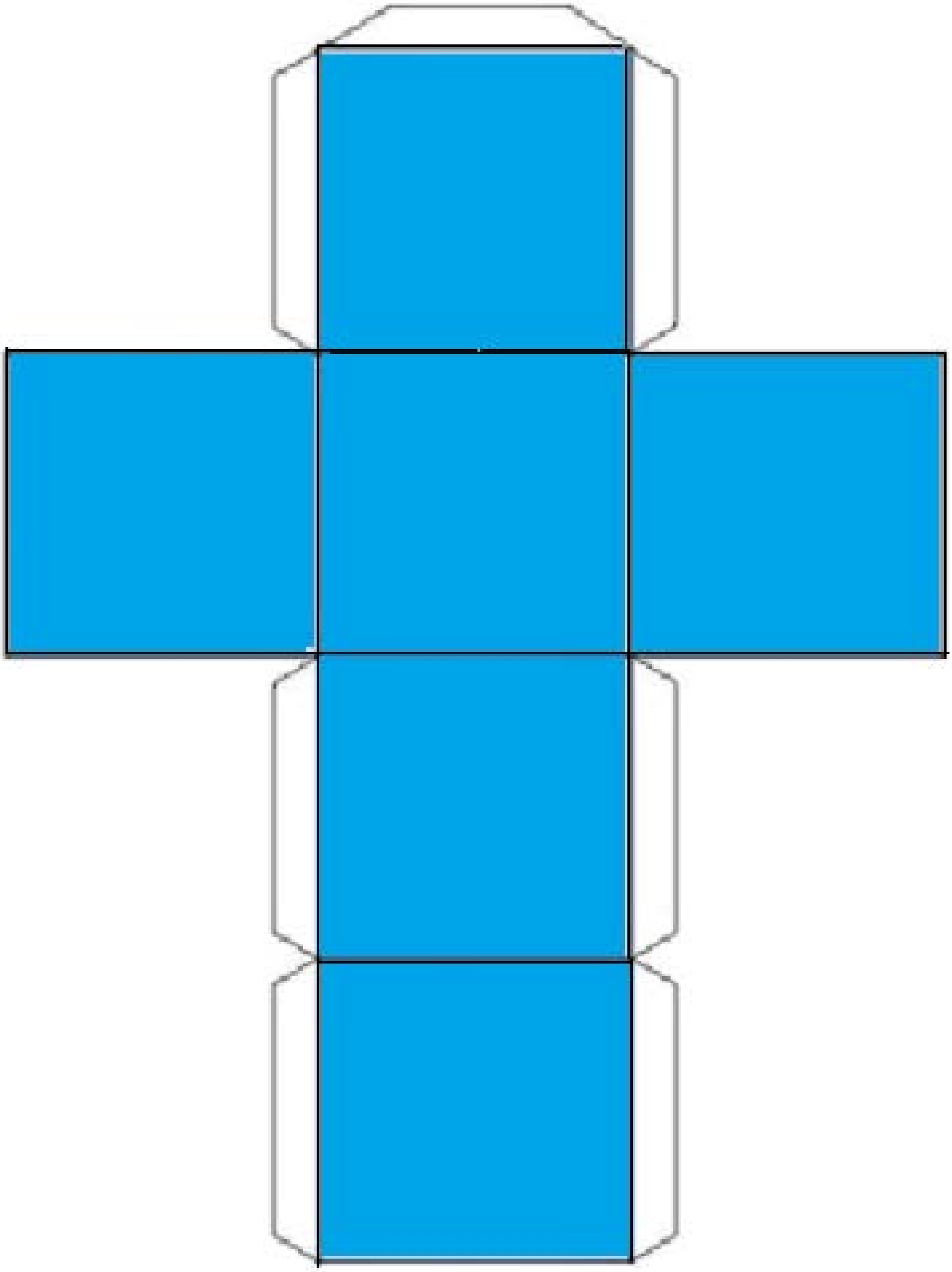
Como o volume de um prisma é igual ao produto da área da base pela altura, considerando h a altura dos prismas, os volumes $V_1, V_2\ e\ V_3$,respectivamente dos prismas de base triangular, quadrada e hexagonal são dados por

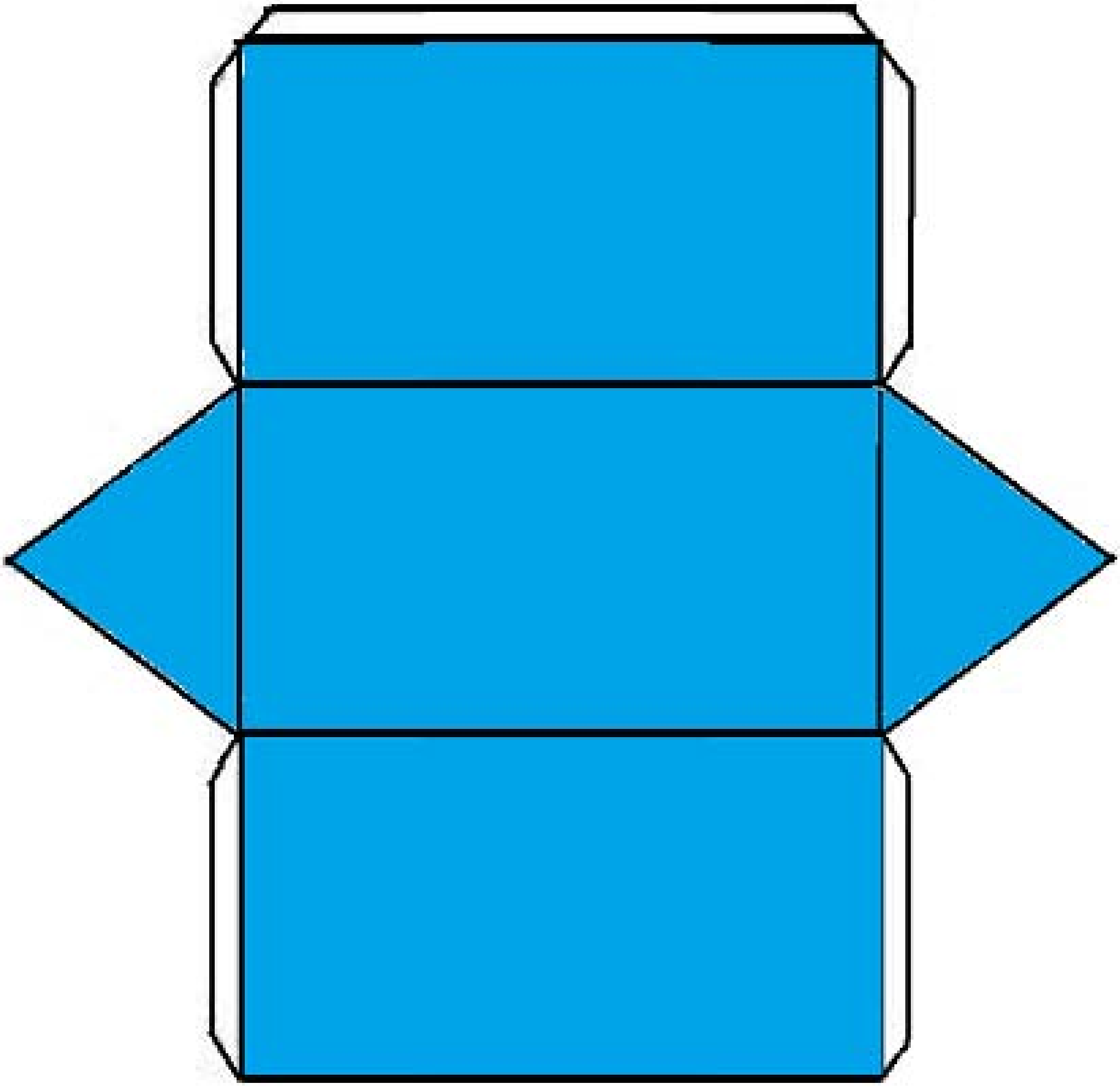
$$V_1 = \frac{a^2\sqrt{3}h}{4} \approx 0{,}43a^2h, \qquad V_2 = \frac{9a^2h}{16} \approx 056a^2h,$$

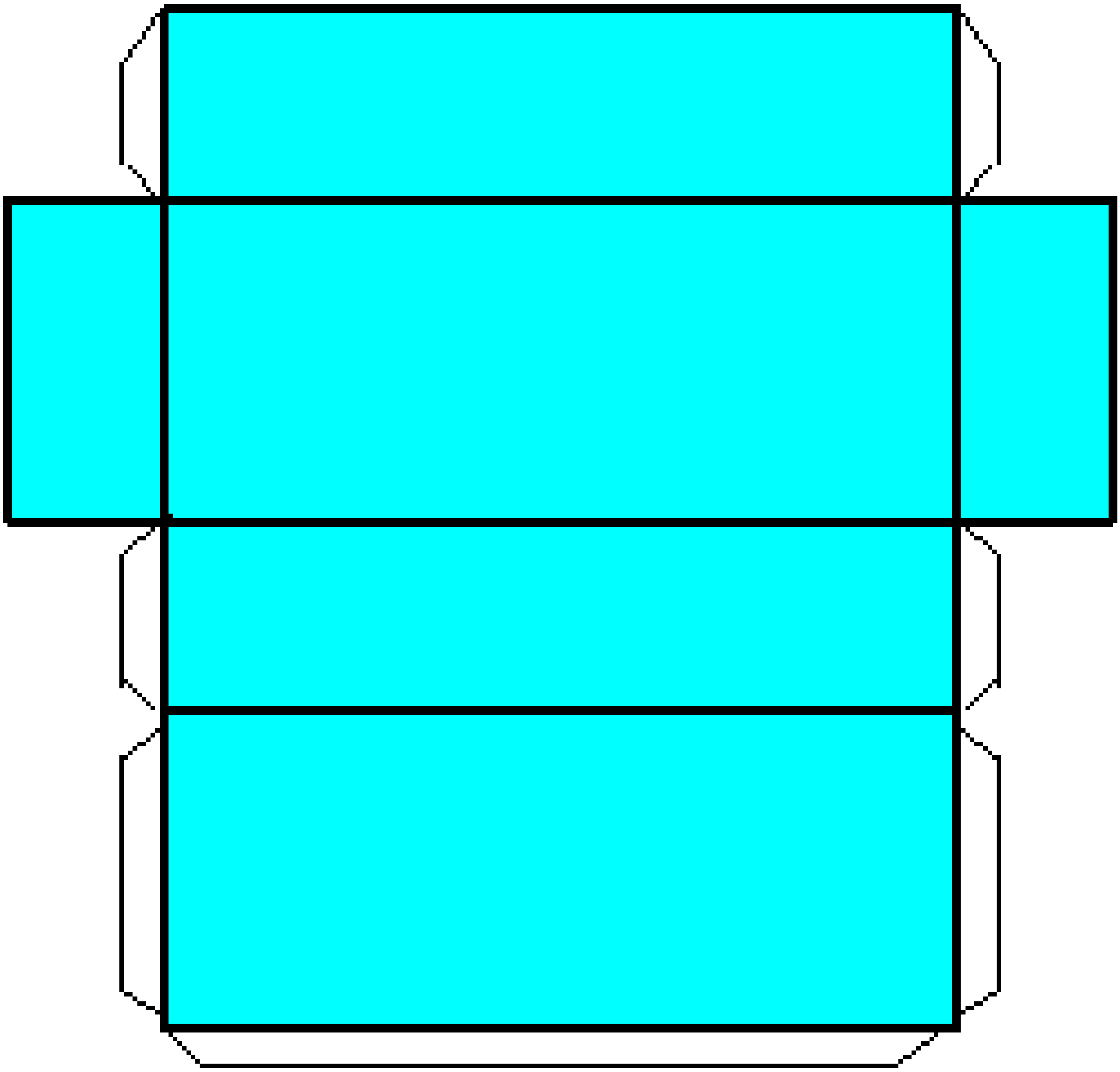
$$V_3 = \frac{\sqrt{3}a^2 3h}{8} \approx 0{,}65a^2h$$

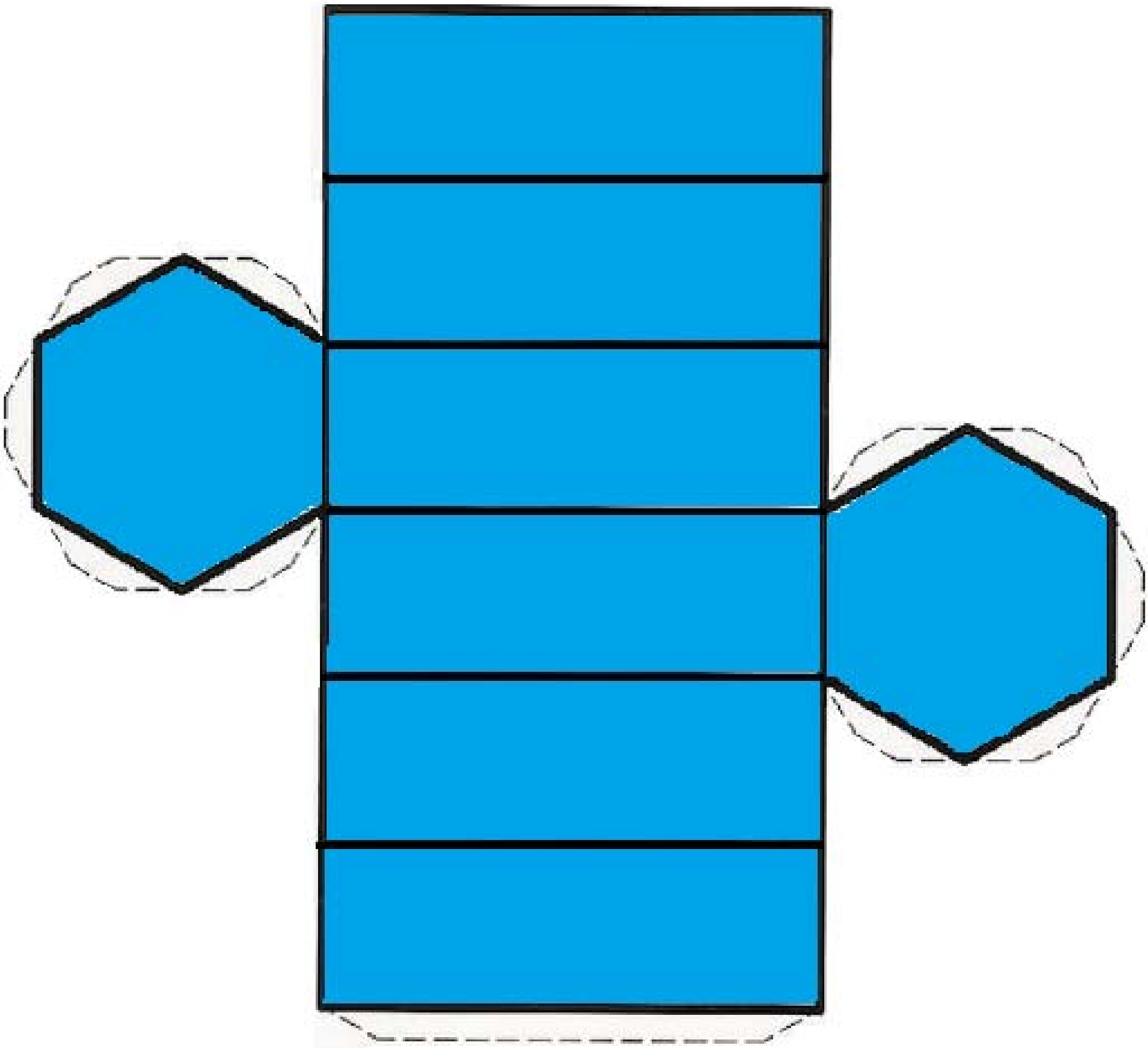
Portanto, $V_1 < V_2 < V_3$

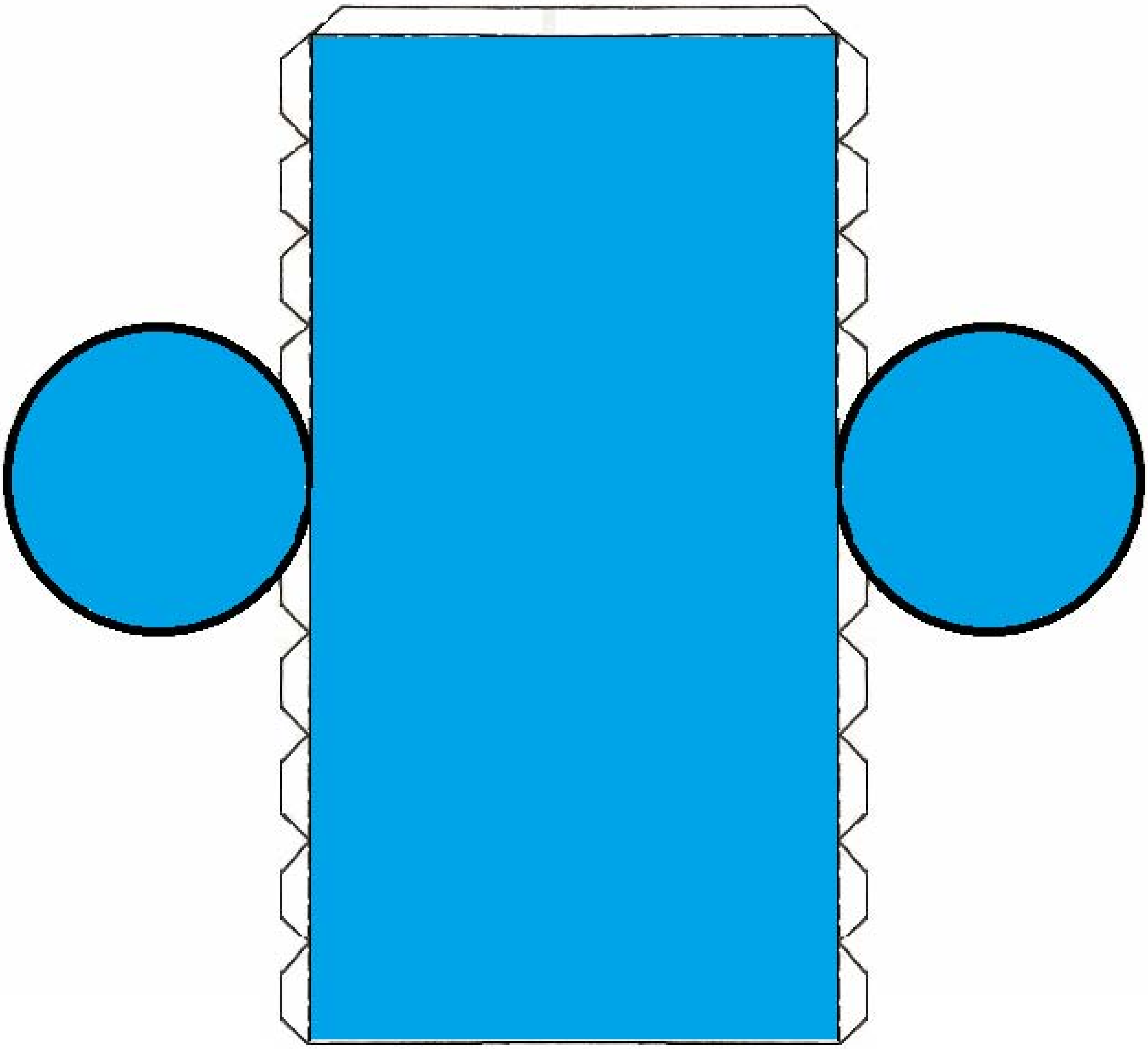
Anexo 2:







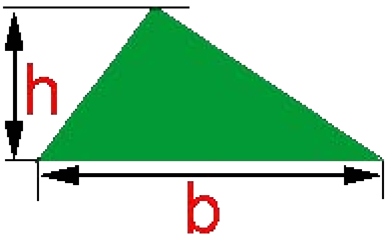




Anexo 3

ÁREAS DAS FIGURAS PLANAS

→ Cálculo da Área do Triângulo



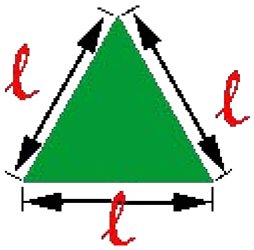
Denominamos de **triângulo** a um polígono de três lados.

Observe a figura ao lado. A letra **h** representa a medida da altura do triângulo, assim como letra **b** representa a medida da sua base.

A área do triângulo será metade do produto do valor da medida da base, pelo valor da medida da altura, tal como na fórmula abaixo:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

A letra **S** representa a área ou superfície do triângulo.



No caso do triângulo equilátero, que possui os três ângulos internos iguais, assim como os seus três lados, podemos utilizar a seguinte fórmula:

$$S = \frac{l^2}{4}\sqrt{3}$$

Onde **l** representa a medida dos lados do triângulo.

Exemplos

A medida da base de um triângulo é de 7 cm, visto que a medida da sua altura é de 3,5 cm, qual é a área deste triângulo?

Do enunciado temos:

$$\begin{cases} h = 3{,}5 \\ b = 7 \end{cases}$$

Utilizando a fórmula:

$$S = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow S = \frac{7 \cdot 3{,}5}{2} \Rightarrow S = 12{,}25$$

A área deste triângulo é 12,25 cm^2.

Os lados de um triângulo equilátero medem 5 mm. Qual é a área deste triângulo equilátero?

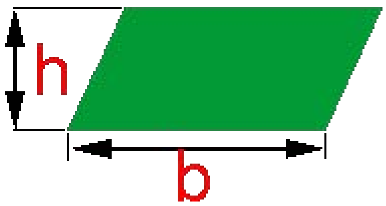
Segundo o enunciado temos:

$$l = 5$$

Substituindo na fórmula:

A área deste triângulo equilátero é de aproximadamente 10,8 mm^2.

→ Cálculo da Área do Paralelogramo



Um quadrilátero cujos lados opostos são iguais e paralelos é denominado **paralelogramo**.

Com **h** representando a medida da sua altura e com **b** representando a medida da sua base, a área do paralelogramo pode ser obtida multiplicando-se **b** por **h**, tal como na fórmula abaixo:

$$S = b \cdot h$$

Exemplos

▸ A medida da base de um paralelogramo é de 5,2 dm, sendo que a medida da altura é de 1,5 dm. Qual é a área deste polígono?

Segundo o enunciado temos:

$$\begin{cases} h = 1{,}5 \\ b = 5{,}2 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 5{,}2 \cdot 1{,}5 \Rightarrow S = 7{,}8$$

● A área deste polígono é 7,8 dm^2.

▸ Qual é a medida da área de um paralelogramo cujas medidas da altura e da base são respectivamente 10 cm e 2 dm?

Sabemos que **2 dm** equivalem a **20 cm**, temos:

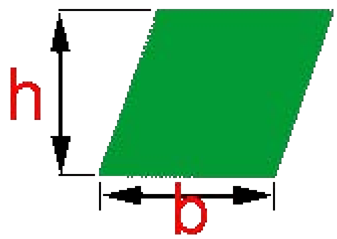
$$\begin{cases} h = 10 \\ b = 20 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 20 \cdot 10 \Rightarrow S = 200$$

● A medida da área deste paralelogramo é 200 cm^2 ou 2 dm^2.

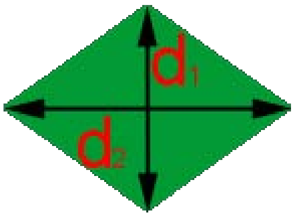
→ Cálculo da Área do Losango



O **losango** é um tipo particular de paralelogramo. Neste caso além dos lados opostos serem paralelos, todos os quatro lados são iguais.

Se você dispuser do valor das medidas **h** e **b**, você poderá utilizar a fórmula do paralelogramo para obter a área do losango.

Outra característica do losango é que as suas diagonais são perpendiculares.



Observe na figura à direita, que a partir das diagonais podemos dividir o losango em quatro triângulos iguais.

Consideremos a base **b** como a metade da diagonal $\mathbf{d_1}$ e a altura **h** como a metade da diagonal $\mathbf{d_2}$, para calcularmos a área de um destes quatro triângulos. Bastará então que a multipliquemos por 4, para obtermos a área do losango. Vejamos:

$$S = \frac{\frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2}}{2} \cdot 4$$

Realizando as devidas simplificações chegaremos à fórmula:

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Exemplos

As diagonais de um losango medem 10 cm e 15 cm. Qual é a medida da sua superfície?

Para o cálculo da superfície utilizaremos a fórmula que envolve as diagonais, cujos valores temos abaixo:

$$\begin{cases} d1 = 10 \\ d2 = 15 \end{cases}$$

Utilizando na fórmula temos:

- A medida da superfície deste losango é de 75 cm^2

Qual é a medida da área de um losango cuja base mede 12 cm e cuja altura seja de 9 cm?

Neste caso, para o cálculo da área utilizaremos a fórmula do paralelogramo, onde utilizamos a base e a altura da figura geométrica, cujos valores temos abaixo:

$$\begin{cases} b = 12 \\ h = 9 \end{cases}$$

Segundo a fórmula temos:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 12 \cdot 9 \Rightarrow S = 108$$

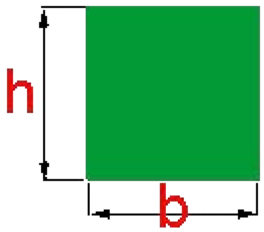
- A medida da área do losango é de 108 cm^2**.**

→ Cálculo da Área do Quadrado

Todo **quadrado** é também um losango, mas nem todo **losango** vem a ser um quadrado, do mesmo modo que todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado.

O quadrado é um losango, que além de possuir quatro lados iguais, com diagonais perpendiculares, ainda possui todos os seus ângulos internos iguais a 90°. Observe ainda que além de perpendiculares, as diagonais também são iguais.

Por ser o quadrado um losango e por ser o losango um paralelogramo, podemos utilizar para o cálculo da área do quadrado, as mesmas fórmulas utilizadas para o cálculo da área tanto do losango, quanto do paralelogramo.

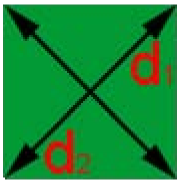


Quando dispomos da medida do lado do quadrado, podemos utilizar a fórmula do paralelogramo:

$$S = b \cdot h$$

Como **h** e **b** possuem a mesma medida, podemos substituí-las por **l**, ficando a fórmula então como sendo:

$$S = l^2$$



Quando dispomos da medida das diagonais do quadrado, podemos utilizar a fórmula do losango:

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Como ambas as diagonais são idênticas, podemos substituí-las por **d**, simplificando a fórmula para:

$$S = \frac{d^2}{2}$$

Exemplos

- A lateral da tampa quadrada de uma caixa mede 17 cm. Qual a superfície desta tampa?

Do enunciado temos que a variável **l** é igual a **17**:

$$l = 17$$

Substituindo na fórmula temos:

$$S = l^2 \Rightarrow S = 17^2 \Rightarrow S = 289$$

- Portanto a superfície da tampa desta caixa é de 289 cm^2.

- A medida do lado de um quadrado é de 20 cm. Qual é a sua área?

Como o lado mede **20** cm, temos:

$$l = 20$$

Substituindo na fórmula temos:

$$S = l^2 \Rightarrow S = 20^2 \Rightarrow S = 400$$

- A área do quadrado é de 400 cm^2.

A área de um quadrado é igual a 196 cm^2. Qual a medida do lado deste quadrado?

Temos que **S** é igual a **196**.

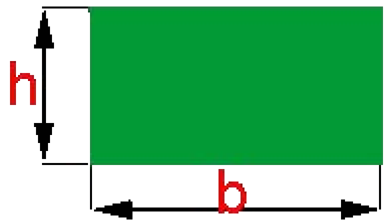
$S = 196$

Utilizando a fórmula temos:

$S = l^2 \Rightarrow 196 = l^2 \Rightarrow l = \pm\sqrt{196} \Rightarrow l = \pm 14$

- Como a medida do lado não pode ser negativa, temos que o lado do quadrado mede 14 cm.

→ Cálculo da Área do Retângulo



Por definição o retângulo é um quadrilátero equiângulo (todo os seus ângulos internos são iguais), cujos lados opostos são iguais.

Se todos os seus quatro lados forem iguais, teremos um tipo especial de retângulo, chamado de quadrado.

Por ser o retângulo um paralelogramo, o cálculo da sua área é realizado da mesma forma.

Se denominarmos as medidas dos lados de um retângulo como na figura ao lado, teremos a seguinte fórmula:

$S = b \cdot h$

Exemplos

Um terreno mede 5 metros de largura por 25 metros de comprimento. Qual é a área deste terreno?

Atribuindo **5** à variável **h** e **25** à variável **b** temos:

$$\begin{cases} h = 5 \\ b = 25 \end{cases}$$

Utilizando a fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 25 \cdot 5 \Rightarrow S = 125$$

- A área deste terreno é de 125 m^2.

A tampa de uma caixa de sapatos tem as dimensões 30 cm por 15 cm. Qual a área desta tampa?

Podemos atribuir **15** à variável **h** e **30** à variável **b**:

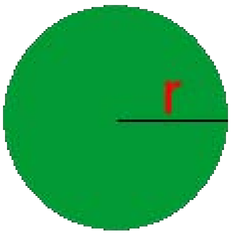
$$\begin{cases} h = 15 \\ b = 30 \end{cases}$$

Ao substituirmos as variáveis na fórmula teremos:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 30 \cdot 15 \Rightarrow S = 450$$

- Portanto a área da tampa da caixa de sapatos é de 450 cm^2.

→ Cálculo da Área do Círculo



A divisão do perímetro de uma circunferência, pelo seu diâmetro resultará sempre no mesmo valor, qualquer que seja circunferência. Este valor irracional constante é representado pela letra grega minúscula **pi**, grafada como:

$$\pi$$

Por ser um número irracional, o número **pi** possui infinitas casas decimais. Para cálculos corriqueiros, podemos utilizar o valor **3,14159265**. Para cálculos com menos precisão, podemos utilizar **3,1416**, ou até mesmo **3,14**.

O perímetro de uma circunferência é obtido através da fórmula:

$$P = 2\pi r$$

O cálculo da área do círculo é realizado segundo a fórmula abaixo:

$$S = \pi \cdot r^2$$

Onde **r** representa o raio do círculo.

Exemplos

- A lente de uma lupa tem 10 cm de diâmetro. Qual é a área da lente desta lupa?

Como informado no enunciado, o diâmetro da circunferência da lupa é igual a 10 cm, o que nos leva a concluir que o seu raio é igual a 5 cm, que corresponde à metade deste valor:

$$r = 5$$

Substituindo-o na fórmula:

- A área da lente da lupa é de 78,54 cm^2.

- Um círculo tem raio de 8,52 mm. Quantos milímetros quadrados ele possui de superfície?

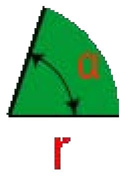
Do enunciado, temos que o valor do raio **r** é:

$$r = 8{,}52$$

Ao substituirmos valor de **r** na fórmula teremos:

- A superfície do círculo é de 228,05 mm^2.

Cálculo da Área de Setores Circulares



O cálculo da área de um setor circular pode ser realizado calculando-se a área total do círculo e depois se montando uma regra de três, onde a área total do círculo estará para 360°, assim como a área do setor estará para o número de graus do setor.

Sendo **S** a área total do círculo, **S_α** a área do setor circular e **α** o seu número de graus, temos:

$$\frac{S}{360} = \frac{S_\alpha}{\alpha}$$

Em radianos temos:

$$\frac{S}{2\pi} = \frac{S_\alpha}{\alpha}$$

A partir destas sentenças podemos chegar a esta fórmula em graus:

$$S = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360}$$

E a esta outra em radianos:

$$S = \frac{r^2 \cdot \alpha}{2}$$

Onde **r** representa o raio do círculo referente ao setor e **α** é o ângulo também referente ao setor.

Exemplos

- Qual é a área de um setor circular com ângulo de 30° e raio de 12 cm?

Aplicando a fórmula em graus temos:

- A área do setor circular é de 37,6992 cm^2.

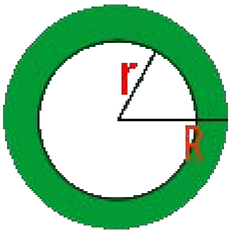
Qual é a superfície de um setor circular com ângulo de 0,5 rad e raio de 8 mm?

Aplicando a fórmula em radianos temos:

$$S = \frac{r^2 \cdot \alpha}{2} \Rightarrow S = \frac{8^2 \cdot 0{,}5}{2} \Rightarrow S = 16$$

- A superfície do setor circular é de 16 mm^2.

→ Cálculo da Área de Coroas Circulares



O cálculo da área de uma coroa circular pode ser realizado calculando-se a área total do círculo e subtraindo-se desta, a área do círculo inscrito. Podemos também utilizar a seguinte fórmula:

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

Onde **R** representa o raio do círculo e **r** representa o raio do círculo inscrito.

Exemplos

Qual é a área de uma coroa circular com raio de 20 cm e largura de 5 cm?

Se a largura é de 5 cm, significa que **r = 20 - 5 = 15**, substituindo na fórmula temos:

- A área da coroa circular é de 549,78 cm^2.

Qual é a superfície de uma coroa circular com **r = 17** e **R = 34**?

Aplicando a fórmula em temos:

- A superfície desta coroa circular é 2723,7672.

Avaliação

A avaliação será composta de duas etapas ,a primeira, por meio de observações, durante o desenvolvimento das atividades 1, 2 e 3 e ao final de cada conteúdo proposto, serão desenvolvidas atividades em grupo para verificar a fixação dos conteúdos (lista de exercícios- colocados no trabalho) . Na segunda etapa, os alunos (em grupo, os mesmos que foram formados para desenvolver as atividades) farão uma produção de texto (relatório) sobre as atividades.

Referências Bibliográficas

- ROTEIROS DE AÇÃO – Regularidades Numéricas: Sequências Numéricas e Matemática Financeira– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2o ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013

- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática** Contexto & Aplicações Volume. Único- 1º Edição- São Paulo: Ática, 2001. Páginas 442 a 443

- Silva,Claudio Xavier da; Barreto, F. Benigno. Matemática **Aula por Aula,** volume 2**.** -2º Edição- São Paulo: FTD, 2005. Páginas 344 a 347

- Endereços eletrônicos acessados de 15/05/2013 a 26/05/2013, citados ao longo do trabalho:

http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:abelhas+matematicas/midia:vídeo

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/10483/open/file/geo1102.htm

http://projeto uc.cecierj.edu.br/seed

http://www.matematicadidatica.com.br/GeometriaCalculoAreaFigurasPlanas.aspx