

## INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo propiciar aos alunos a identificação de regularidades numéricas, sequências, progressões aritméticas, progressões geométricas e as suas respectivas propriedades, assim como os conceitos de juros simples e juros compostos.

Na fase em que se encontram, nossos alunos deveriam ter como pré-requisito a noção das sequências numéricas, adquirida nos anos do Ensino Fundamental. Entretanto, verificamos que tal fato não ocorre. Devemos então suprir essa carência praticamente partindo do zero, o que torna um pouco mais trabalhosa a construção desses conhecimentos.

O assunto requer conhecimento das operações fundamentais com números reais, domínio dos cálculos com expressões algébricas, conhecimento de sequências numéricas, cálculo de porcentagens e resolução de problemas.

# DESENVOLVIMENTO

## ATIVIDADE 1

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Utilizando exemplos do cotidiano, apresentar exemplos de sistemas caóticos e sistemas previsíveis. Construir sequências numéricas a partir de situações do cotidiano, propiciando aos alunos a elaboração do termo geral de cada sequência.

- **PRÉ-REQUISITOS:** As quatro operações fundamentais.

- **METODOLOGIA:** Após a leitura dos parágrafos iniciais, os alunos serão motivados a escrever os números que formam as sequências de números quadrados e números triangulares.

Posteriormente, deverão identificar o termo geral de cada sequência.

Ao final da atividade haverá uma troca de informações para a construção do conhecimento adquirido, resolução de exercícios e avaliação do aprendizado.

- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, régua, lápis e caneta esferográfica.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.

- **OBJETIVOS:** Identificação de regularidades numéricas e entendimento da associação entre sequências numéricas e a expressão algébrica de seu termo geral.

## Fenômenos caóticos e fenômenos previsíveis:

Os fenômenos caóticos surgem a partir de um desequilíbrio ou uma perturbação nas condições iniciais. A partir daí, não é possível determinar qualquer resultado futuro em uma sequência. Um exemplo disso é o que acontece quando estamos fazendo um brigadeiro. Há um momento em que devemos apagar o fogo para que o doce não grude na panela. Se não apagamos o fogo no momento certo, o doce desanda.



Fonte: <http://tudogostoso.uol.com.br/categorias/doces-e-sobremesas.php>

Os fenômenos previsíveis são aqueles em que poderemos determinar qualquer um de seus elementos a partir de um deles em uma sequência.



Fonte: [www.grow.com.br](http://www.grow.com.br)

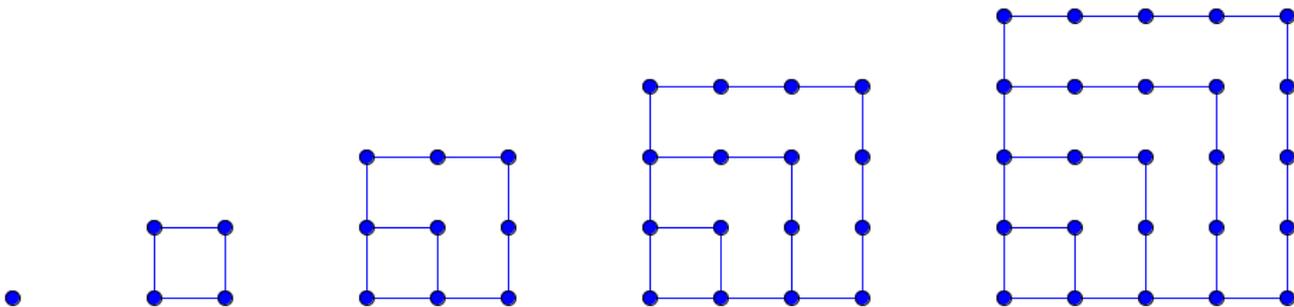
Os membros da Escola Pitagórica, também chamados de Pitagóricos, tinham como forte crença que todas as coisas seriam expressas por números. Nesse pensamento, todos os números, ou seres, poderiam ser formados a partir do Um, o menor número que pode ser expresso.

Os chamados números figurados possuíam um importante papel dentro da filosofia pitagórica. Esses números eram figuras formadas por uma sequência de pontos dispostos segundo formas geométricas. O estudo das

relações expressas pelos números figurados pode ser bastante frutífero para o aprendizado de diversos conceitos em Matemática.

Entremos, então, no mundo aberto pelos Pitagóricos e descubramos juntos o que os números podem nos ensinar. Analisemos as questões a seguir.

**1)** A sequência de figuras abaixo representa o que podemos chamar de sequência dos números quadrados. Por que você acha que esses números eram chamados por esse nome? Escreva abaixo de cada figura o número correspondente.



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Você deve ter observado que a sequência dos números quadrados utilizada na Grécia Antiga, pode ser representada, nos dias de hoje, por uma sequência numérica.

Dessa forma, vimos que o primeiro número da sequência dos números quadrados é 1, o segundo número é o 4.

**2)** Você saberia dizer quais são os números das outras posições? Qual seria o sexto termo? E o sétimo termo?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3) Para organizarmos melhor nosso pensamento, complete a tabela a seguir.

Posição	Termo da sequência
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

4) Como poderia ser representado o número que estivesse na posição ?  
Tente escrever uma fórmula que o represente.

---

---

---

Em Matemática, essas expressões algébricas que caracterizam sequências numéricas são chamadas de *termo geral da sequência*.

Agora é com você!

5) Descreva as sequências definidas abaixo pelos seus respectivos termos gerais, explicitando os seus quatro primeiros termos.

a)  $a_n = n^3$

---

---

b)  $b_n = 2n$

---

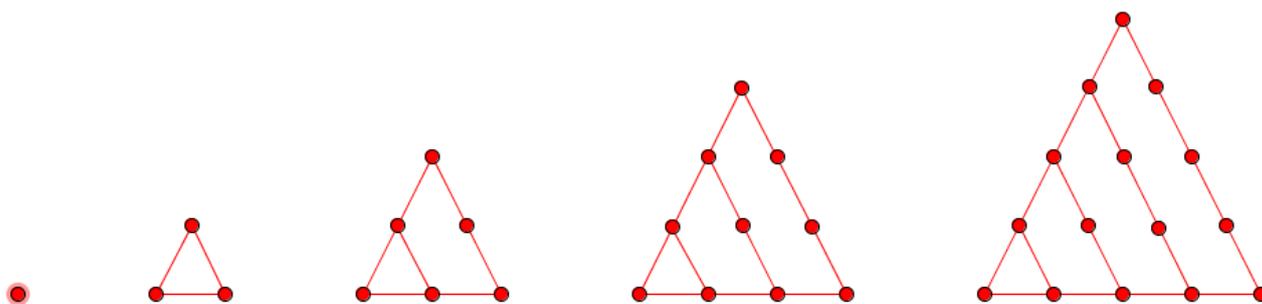
---

c)  $a_n = 4n - 1$

---

---

Investiguemos outra importante sequência de números figurados, também estudada pelos Pitagóricos, os números triangulares.



**6)** Explícite os termos da sequência dos números triangulares de acordo com a figura.

---

---

---

**7)** Observe os números da sequência e, tentando encontrar algum padrão que possibilite descobrir o próximo termo da sequência, complete a tabela abaixo.

Posição (n)	Termo da sequência (Tn)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

Você deve ter observado que o primeiro número triangular  $T_1$  é 1, o segundo número triangular  $T_2$  é  $1 + 2 = 3$ , já o terceiro termo da sequência dos números triangulares é  $T_3 = 1 + 2 + 3 = 6$  e, assim por diante. Sendo assim:

**8)** Generalize esse raciocínio, escrevendo uma sentença matemática para descobrir o número que ocupa a posição  $n$  da sequência dos números triangulares.

$T_n =$  \_\_\_\_\_

Portanto, podemos identificar o  $n$ -ésimo número triangular como a soma dos primeiros números naturais. Assim,

$$T_1 = 1$$

$$T_2 = 1 + 2$$

$$T_3 = 1 + 2 + 3$$

$$T_4 = 1 + 2 + 3 + 4$$

.

.

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n$$

Vamos, então, descobrir uma expressão mais simples para o termo geral de  $T_n$ .

Já sabemos que

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n$$

**9)** Qual é o valor da soma dos termos equidistantes ao termo central, ou seja, qual é o resultado da soma do primeiro termo com o último, do segundo termo com o penúltimo, do terceiro termo com o antepenúltimo e assim sucessivamente?

---

---

---

Ao fazermos essas somas, note que podemos reescrever  $T_n$  como:

$$T_n = [1 + n] + [2 + (n - 1)] + [3 + (n - 2)] + \dots + [p + (n - p + 1)] \quad 1 \leq p \leq n$$

**10)** Quantas são as parcelas da soma acima?

---

---

**11)** Agora que você já sabe quantas são as parcelas da soma acima e o valor de cada soma, escreva uma nova expressão para  $T_n$ .

---

---

Agora já sabemos que o termo geral da sequência dos números triangulares é  $T_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ .

### Atividades de fixação

1) Determine os cinco primeiros termos das sequências cujos termos gerais estão expressos a seguir, com  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a)  $a_n = -2 - n$

b)  $a_n = n^2 + 1$

c)  $a_n = \frac{1}{n}$

d)  $a_n = n^3$

2) Calcule o 15º termo da sequência cujo termo geral é  $a_n = 3n - 1$ .

3) A primeira Copa do Mundo ocorreu em 1930, no Uruguai e, desde então, acontece a cada quatro anos, com exceção dos anos de 1942 e 1946, em que a competição não ocorreu devido à Segunda Guerra Mundial. Escreva o termo geral que representa os anos da Copa do Mundo, a partir de 1930 e considerando os anos de 1942 e 1946. Verifique se o ano de 2098 será ano de Copa do Mundo.

4) Que valor encontraremos ao somarmos os 20 primeiros números naturais pares?

## ATIVIDADE 2

- **HABILIDADE RELACIONADA:** A partir de situações-problemas como elemento motivador, desenvolver os conceitos matemáticos relativos às Progressões Aritméticas.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Sequências numéricas.

- **METODOLOGIA:** Após a leitura dos cartazes com as situações-problemas, os alunos deverão identificá-los como uma Progressão Aritmética.

Ao responderem às atividades propostas, deverão desenvolver a fórmula da soma dos termos da P.A.

Por fim, devem associar a o termo geral e a soma dos termos da P.A. à resolução de problemas envolvendo juros simples.

- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, régua, lápis e caneta esferográfica.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.

- **OBJETIVOS:** Entendimento das propriedades e conceitos relacionados à Progressão Aritmética.

## Progressões aritméticas:

Considere as seguintes situações-problemas:



### Situação 1

- Está prevista, no acostamento de uma determinada rodovia, a instalação de placas que identificam a velocidade permitida nos respectivos trechos. Uma placa foi colocada na altura do quilômetro 44 e outra na altura do quilômetro 180. Serão colocadas mais 7 placas entre as já existentes, mantendo-se sempre a mesma distância entre duas placas consecutivas. Em quais quilômetros deverão ficar as novas placas?



### Situação 2

- Na compra de um carro usado, foi combinado, entre o vendedor e o comprador, que o pagamento da primeira parcela, no valor de R\$ 500,00, seria efetuado no ato da compra e, a partir da segunda parcela, o comprador pagaria R\$ 25,00 a mais que a parcela anterior. Quantas devem ser as parcelas pagas pelo comprador se a soma de todos os valores pagos resultam em R\$ 26.250,00?

Fonte placa: <http://www.sxc.hu/photo/828997> - flspro5's

Fonte carro: <http://www.sxc.hu/photo/674870> - Afonso Lima

1) Após ler com atenção cada uma das situações, tente identificar as características principais de cada problema. Em sua visão, quais são as semelhanças entre os problemas? E em que eles se diferenciam?

---

---

---

---

Você deve ter percebido que as duas situações levam em consideração sequências numéricas e, mais especificamente, sequências que possuem uma propriedade especial. Cada termo, a partir do segundo, é obtido por meio da soma do termo anterior com uma constante fixa. Toda sequência

numérica que possui tal propriedade são chamadas de *Progressões Aritméticas* ou simplesmente, *PA*.

Uma seqüência numérica é chamada de **Progressão Aritmética (PA)**, quando cada termo, a partir do segundo, é a soma do termo anterior com uma constante. Essa constante, que indicaremos por  $r$ , é denominada razão da Progressão Aritmética.

Continuando com o desenvolvimento da teoria, uma questão natural pode surgir.

Existe uma expressão geral que possa caracterizar uma PA?

---

Observe que:

$$a_0 + r \Leftrightarrow a_1 + r \Leftrightarrow a_2 + r \Leftrightarrow \dots + a_{n-1} + r \Leftrightarrow a_n$$

2) A partir do raciocínio ilustrado anteriormente, complete os espaços em branco do esquema a seguir de maneira que o padrão possa ser mantido.

$$a_1 = a_0 + r$$

$$a_2 = a_1 + r = a_0 + \underline{\quad} r$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + 2r = a_0 + \underline{\quad} r$$

$$a_4 = a_3 + r = a_2 + 2r = a_1 + 3r = a_0 + \underline{\quad} r$$

3) Observando o padrão e dando continuidade a essa ideia, complete a expressão abaixo.

$$a_n = a_0 + \underline{\quad} r$$

Podemos notar que todos os termos da PA podem ser escritos em função do primeiro termo  $a_0$  e da razão  $r$ , por meio da relação:  $a_n = a_0 + nr$ .

Tal expressão é denominada termo geral da PA.

Agora que já formalizamos a noção de PA e deduzimos seu termo geral, que relaciona qualquer termo da PA com o primeiro termo e a razão, temos condições de finalmente resolver o problema exposto na Situação 1.

Após a releitura do problema, responda às seguintes perguntas para podermos modelar, e resolver a situação por meio de uma PA.

**4)** Ao colocarmos os dados do problema em uma Progressão Aritmética qual seria o primeiro termo da sequência, ou seja, qual seria o valor de  $a_0$ ?

---

---

**5)** Qual será a posição do número 180?

---

---

**6)** Tente escrever o termo geral desta sequência.

---

---

**7)** Uma vez que conhecemos o primeiro e o último termo da Progressão Aritmética, qual é o valor de sua razão?

---

---

**8)** Agora que você já conhece o primeiro termo e a razão, responda: Em quais quilômetros deverão ser colocadas as novas placas?

---

---

Ao relermos a Situação 2, vemos que podemos modelá-la por uma PA, pois o valor de cada prestação é a soma do valor da prestação anterior com 25. Contudo, a situação leva em consideração a soma de todas as parcelas. Surge, então, outra questão:

Existe uma expressão que forneça a soma de todos os termos de uma PA?

---

---

Um problema parecido com esse foi resolvido, de forma pitoresca e genial, pelo grande matemático Carl Friedrich Gauss. Reza a clássica história, que o então menino Gauss esteve diante de um problema colocado pelo seu professor de matemática. O problema consistia em descobrir a soma dos 100 primeiros números naturais. Certamente, todos esperavam resolver a questão, pois tratava-se de um problema meramente computacional. Mas o que surpreendeu a todos, foi a rapidez do menino Gauss em apresentar a resposta correta. Seu esplêndido raciocínio pode ser descrito da seguinte forma. Gauss percebeu que os termos equidistantes possuíam a mesma soma.

Assim:

$1 + 100=101, 2 + 99=101, 3 + 98=101, 4 + 97=101, \dots, 47 + 54=101, 48 + 53=101, 49 + 52=101, 50 + 51=101.$

Portanto:

$$S = \frac{101 \cdot 100}{2} = 5050$$

A ideia de Gauss nos indica um caminho para descobrirmos como encontrar a soma dos termos de uma Progressão Aritmética em particular. Repare que a soma feita por Gauss é a soma dos termos de uma PA com a razão e o primeiro termo iguais a 1. A primeira constatação de Gauss foi que a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual a soma dos extremos.

**9)** Escreva algumas Progressões Aritméticas e verifique se essa propriedade se aplica nelas. Converse com seu colega e verifique se ele chegou a mesma conclusão que você.

---



---



---



---

Sabendo que a soma dos termos equidistantes dos extremos, será sempre a mesma em qualquer PA, continuemos a aplicar o raciocínio de Gauss a fim de descobrirmos a soma dos termos de uma PA.

Seja uma PA  $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_{n-k}, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$  de razão  $r$ , consideremos que:

$$S_n = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_k + \dots + a_{n-k} + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_{n-k} + \dots + a_k + \dots + a_2 + a_1 + a_0$$

Assim,

$$2S_n = (a_0 + a_n) + (a_1 + a_{n-1}) + \dots + (a_{n-1} + a_1) + (a_n + a_0)$$

Temos, finalmente: 
$$S_n = \frac{(a_0 + a_n) \cdot n}{2}$$

Reparem como o raciocínio de Gauss, nos fez descobrir o resultado da soma dos termos de uma PA finita.

Voltemos a situação que gerou nossa conversa. Responda às seguintes questões, as quais nos levarão a resolver, finalmente, a Situação 2.

**10)** Considerando que os valores de cada prestação podem constituir-se em termos de uma PA, responda:

a) Qual será o primeiro termo da PA?

---

b) Qual será a razão da respectiva Progressão?

---

c) Qual é a soma dos termos da PA?

---

d) Qual será o valor da última prestação em função de  $n$ , ou seja, qual é o termo geral dessa PA?

---

Você deve ter percebido que, no problema em questão, os valores de  $a_0$ ,  $S_n$  e  $r$  são conhecidos e  $a_n$  está em função de  $n$ .

Lembrando que: 
$$S_n = \frac{(a_0 + a_n) \cdot n}{2}$$

**11)** Descubra o valor de  $n$  e resolva o problema.

---

---

### ATIVIDADE 3

- **HABILIDADE RELACIONADA:** A partir de situações-problema, como elemento motivador, desenvolver os conceitos matemáticos relativos à Progressão Geométrica.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Sequências numéricas.
- **METODOLOGIA:** A partir de situações-problema, os alunos deverão entender como a fórmula do termo geral foi concebida, assim como a soma dos termos. Também permitirá ao aluno chegar aos resultados, sem que seja necessário utilizar as fórmulas.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, régua, lápis e caneta esferográfica.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.
- **OBJETIVOS:** Entendimento das propriedades e conceitos relativos à progressão geométrica.  
Progressões geométricas

#### Situação 1: O problema da madeireira

Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. Elas deverão ser empilhadas respeitando a seguinte ordem: uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já estejam na pilha. Por exemplo:

1ª pilha	2ª pilha	3ª pilha	4ª pilha
uma tábua	duas tábuas	quatro tábuas	oito tábuas

## Situação 2:

Uma bola elástica cai de uma altura de 32 metros. Após cada batida no solo, a bola eleva-se a uma altura que corresponde à metade da altura atingida anteriormente. Qual foi o espaço percorrido pela bola até o instante em que ela bateu no solo pela 11ª vez?

Leia com atenção cada uma das situações-problema e junte-se com seu colega para iniciarmos nossa investigação.

Analisemos, inicialmente, a Situação 1. Ela nos traz um problema em que a sequência de pilhas que aumenta obedecendo a uma certa ordem.

Tente responder:

**1)** Dentro desse raciocínio qual seria o primeiro termo da sequência?

---

**2)** Encontre os três primeiros termos da sequência.

---

**3)** Descreva, em breves palavras, como você procederia para encontrar cada termo da sequência.

---

---

**4)** Você consegue observar alguma característica especial nessa sequência? Qual?

---

---

**5)** O que acontece quando dividimos um termo da sequência pelo seu termo anterior?

---

---

Você deve ter notado que a sequência que nos levará a resolver o problema colocado na Situação 1 possui uma propriedade muito especial, cada termo é obtido pelo produto do termo anterior por uma constante fixa. Assim, toda sequência numérica que possui tal propriedade recebe um nome especial. Elas são chamadas de **Progressões Geométricas** ou, simplesmente, **PG**.

Uma sequência numérica é chamada de Progressão Geométrica (PG), quando cada termo, a partir do segundo, é o produto do termo anterior com uma constante. Essa constante, que indicaremos por **q**, é denominada **razão da Progressão Geométrica**.

### Demonstração

Essa fórmula pode ser explicada dessa maneira:

$$S_n = a_1 + a_1 q + \dots + a_1 q^{n-1}.$$

Multiplica-se pela razão  $q$  :

$$q S_n = a_1 q + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^n.$$

Subtrai-se a primeira da segunda, cancelando-se os termos repetidos:

$$q S_n - S_n = a_1 q^n - a_1,$$

o que é equivalente (através de fatoração por fator comum) a

$$(q - 1) S_n = a_1 (q^n - 1).$$

Divide-se ambos os termos por  $(q - 1) \neq 0$  e o resultado segue.

5) O que acontece quando dividimos um termo da sequência pelo seu termo anterior?

---



---



---

6) A partir do raciocínio ilustrado no esquema, complete os espaços em branco a seguir de maneira que o padrão possa ser mantido.

$$a_1 = a_0 \cdot q \text{ —}$$

$$a_2 = a_1 \cdot q = a_0 \cdot q \text{ —}$$

$$a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q^2 = a_0 \cdot q \text{ —}$$

7) Observando o padrão de maneira a dar continuidade a essa ideia, você poderia completar o espaço em branco na expressão a seguir, que generaliza esse raciocínio?

$$a_n = a_0 \cdot q^{n-1}$$

A partir dessa ideia, podemos definir o termo geral de uma PG.

O termo geral de uma PG de razão  $q$  e primeiro termo  $a_0$  é dado por:  $a_n = a_0 \cdot q^n$

Perceba que qualquer termo da PG pode ser escrito em função da razão e de seu primeiro termo.

Agora já é possível resolver nosso problema.

Converse com seu colega e resolva o problema relatado na Situação 1. Ao encontrar alguma dificuldade, peça ajuda ao seu professor.

Agora, leia com atenção o problema exposto na Situação 2.

A altura alcançada pela bola após a primeira batida no solo pode ser vista como uma sequência numérica com primeiro termo 32, visto que após a primeira batida a bola sobe e desce 16 metros. O segundo termo seria 16, pois após a segunda batida, a bola sobe e desce 8 metros.

Converse com seu colega e registre a sequência numérica que pode modelar o problema e responda às seguintes questões:

**8)** A sequência é uma progressão especial? Por quê?

---

---

Você deve ter percebido que a sequência que modela a Situação 2 é uma PG com primeiro termo 32 e razão  $\frac{1}{2}$ . Note que, para resolvermos o problema, devemos somar os termos da PG.

Para iniciarmos nossa investigação a respeito da soma dos termos de uma PG, vamos partir da seguinte estória:

*Uma antiga lenda conta que numa província indiana havia um poderoso rajá que havia perdido o filho em uma batalha. O rajá estava em constante depressão e passou a descuidar-se de si e do reino.*

*Certo dia o rajá foi visitado por um jovem brâmane chamado Lahur Sessa, que lhe apresentou um tabuleiro com 64 casas brancas e negras contendo diversas peças que representavam a infantaria, a cavalaria, os carros de combate, os condutores de elefantes, o principal vizir e o próprio rajá. Sessa explicou que a prática do jogo daria conforto espiritual ao rajá e que ele finalmente encontraria a cura para a sua depressão; o que realmente ocorreu.*

*O rajá, agradecido, insistiu para que Sessa aceitasse uma recompensa por sua invenção e Sessa pediu simplesmente um grão de trigo para a primeira casa do tabuleiro, dois para a segunda, quatro para a terceira, oito para a quarta e assim sucessivamente até a última casa. Espantado com a modéstia do pedido do brâmane, o rajá ordenou que fosse pago imediatamente a quantia em grãos que fora pedida.*

*Depois que foram feitos os cálculos, os sábios do rajá ficaram atônitos com o resultado que a quantidade de grãos havia atingido, pois, segundo eles, toda a safra do reino durante 2.000 anos não seriam suficientes para cobri-la.*

*Impressionado com a inteligência de Sessa, o rajá o convidou para ser o principal vizir do reino e Sessa perdoou sua grande dívida com ele.*

Fonte: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Lahur\\_Sessa](http://pt.wikipedia.org/wiki/Lahur_Sessa)

Fonte xadrez: <http://www.sxc.hu/photo/1393465> - Corn\_CIO's

**9)** Após a leitura do texto, escreva uma sequência numérica que represente o número de grãos em cada casa do tabuleiro.

---

**10)** Façamos agora como os sábios antigos e calculemos o número de grãos que deveriam ser colocados no tabuleiro. Para isso, responda às seguintes perguntas e preencha os espaços em branco:

a) A soma que resolve o problema é dada por  $S = 1 + 2 + 4 + \dots + 2^{19} + 2^{20}$ .

b) Ao multiplicar ambos os lados da igualdade acima pela razão da PG temos:


$$\begin{aligned} 2S &= 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{20} + 2^{21} \\ S &= 1 + 2 + 4 + \dots + 2^{19} + 2^{20} \end{aligned}$$

d) Finalmente, efetue a subtração entre a primeira e a segunda equação e resolva o problema.

---

---

---

Agora é com você, junte-se com seu colega e, usando a mesma ideia que você acabou de ver com a lenda, encontre a resposta do problema colocado na Situação 2.

#### ATIVIDADE 4

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Resolução de problemas envolvendo juros simples e compostos.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Porcentagem.
  
- **METODOLOGIA:** Através das atividades, preparar os alunos para que resolvam problemas envolvendo a Matemática Financeira.
  
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** folha de atividades, lápis, borracha, régua.
  
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
  
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.
  
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.
  
- **OBJETIVOS:** Entendimento dos conceitos de juros simples e compostos. Resolução de problemas envolvendo o uso da Matemática Financeira.

- Uma pessoa toma um empréstimo no valor de R\$ 100,00. E foi combinado que o empréstimo seria quitado ao final de dois meses, com taxa de juros de 10% a.m. Qual será o valor a ser pago para a quitação do empréstimo?

## Problema1



Fonte: <http://www.sxc.hu/photo/1302510> - G Schouten de jel

- 1) Tente resolver o problema 1 acima e compare a sua resposta com a de seu colega. Vocês chegaram a mesma conclusão?

Aqui foram apresentados dois sistemas de cálculo de juros, Juros Simples e Compostos.

É possível que se pergunte então: Em quais situações são usados os Juros Simples? Em geral, as instituições financeiras e comerciais trabalham com o sistema de Juros Compostos. Mas existem situações em que os cálculos são feitos no sistema de Juros Simples. Ao ser pago um título de R\$ 100,00, menos de trinta dias após a data de vencimento, o montante a ser pago será calculado com Juros Simples.

- 2) Agora, calcule o valor a ser pago por um título de R\$ 100,00, seis dias após o vencimento, sabendo-se que a taxa de juros do título é de 12% a.m.

Nas situações em que o prazo é menor que a quantidade de tempo, o montante calculado sobre Juros Simples são maiores que o montante calculado sobre Juros Compostos. Agora passemos ao Problema 2 e às questões seguintes:

## Problema 2

1) Complete a tabela a seguir, sabendo-se que Rodrigo tomou um empréstimo de R\$ 1.000,00 com uma taxa de juros de 15% a.m.

Mês	Dívida	Razão entre a dívida de um mês e a dívida do mês anterior

2) Ao realizar os cálculos e preencher a tabela, o que você percebeu com relação aos números da terceira coluna da tabela?

---

---

3) No mês 0 a dívida era de R\$ 1.000,00, para obter o valor da dívida no mês 1, devo fazer a multiplicação de R\$ 1.000,00 por qual número?

---

---

4) No mês 2 a dívida era de R\$ 1.322,50, para calcular o valor da dívida no mês anterior, ou seja, no mês 1, devo efetuar a divisão de R\$ 1.322,50 por qual número?

---

---

Você deve ter percebido que, nesse problema, para calcular o valor da dívida no mês seguinte, basta multiplicar o valor da dívida atual por 1,15. Analogamente, para calcular o valor da dívida no mês anterior, basta dividir o valor da dívida atual por 1,15.

5) Assim, no sistema de Juros Compostos de taxa  $i$ , um valor  $M_0$  transforma-se, após um período de tempo, em \_\_\_\_\_.

6) Analogamente, no sistema de Juros Compostos de taxa  $i$ , um valor futuro  $M_1$  deve ser dividido por \_\_\_\_\_, para que se descubra o valor atual  $M_0$ .

Temos então a Fórmula Fundamental da Equivalência de Capitais:

7) Para obter o valor futuro, depois de um período de tempo, basta multiplicar o valor atual por \_\_\_\_\_.

8) Para obter o valor atual, em um período de tempo, basta dividir o valor do valor futuro por \_\_\_\_\_.

- João tomou uma dívida emprestada no mês de junho com a taxa de juros de 5% a.m. No entanto, espantou-se ao perceber que sua dívida no mês de outubro já era de R\$ 6.685,28.

## Problema 3



Considerando que não foram efetuados pagamentos relativos a essa dívida, preencha a tabela abaixo e calcule qual foi o valor emprestado no mês de junho.

<b>Mês</b>	<b>Dívida</b>
<b>Junho</b>	
<b>Julho</b>	
<b>Agosto</b>	
<b>Setembro</b>	
<b>Outubro</b>	<b>6685,28</b>
<b>Novembro</b>	
<b>Dezembro</b>	

Use os conceitos que você acabou de aprender, para examinar a proposta contida no problema a seguir.

- Uma pessoa ao receber sua fatura de cartão de crédito viu a seguinte proposta de empréstimo:  
*“Agora seu cartão Matemacard tem mais uma facilidade! Neste mês, você pode parcelar sua fatura a uma taxa de 4,9% a.m e Custo Efetivo Total de 87,23% a.a”*

## Problema 4



A partir da problemática apresentada, responda:

1) Uma taxa de juros de 4,9% a.m gera uma taxa anual maior, menor ou igual a 87,23%? Por quê?

---

---

2) O que, em sua opinião, pode ocasionar o fato de a taxa anual ser diferente do Custo Efetivo Total?

---

---

## **Avaliação**

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de modo que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados. As tarefas realizadas em todas as etapas são consideradas como instrumentos de avaliação e, por isso, são pontuadas, pois isso permite ao professor avaliar a reflexão e o argumento crítico utilizado pelos alunos, assim como reformular sua prática, se necessário. Os exercícios de fixação serão aplicados à medida que os planos de trabalho forem sendo aplicados.

## FONTES DE PESQUISA

**ROTEIROS DE AÇÃO E TEXTOS** – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 2º bimestre – disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava> .

Endereços eletrônicos acessados entre 27 de maio e 6 de junho:  
<http://exercicios.brasilecola.com/matematica/exercicios-sobre-progressao-geometrica.htm>