

Regularidades Numéricas



Matemática Financeira



TAREFA 1:

Lucia Rodrigues Pessoa

2ª série

Grupo 2

Tutora: Maria Cláudia Padilha Tostes

1. INTRODUÇÃO:

Este plano de trabalho tem por objetivo mostrar ao aluno que vários problemas do nosso dia a dia podem ser resolvidos pela observação dos números e das sequências descritas por eles.

Utilizando uma breve revisão histórica, podemos notar que para os membros da Escola Pitagórica todas as coisas seriam expressas por números e que o estudo de suas relações seria bastante frutífero para o aprendizado de diversos conceitos da Matemática.

Analisando e resolvendo as questões os alunos serão levados a construir seu próprio conhecimento, não recebendo nada pronto. E ainda, poderão descobrir tudo o que os números têm a nos ensinar.

2. DESENVOLVIMENTO:

DURAÇÃO PREVISTA: 300 minutos

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

ASSUNTO: Regularidades Numéricas e Matemática Financeira

OBJETIVOS: Identificação de regularidades numéricas e entendimento da associação entre sequências numéricas e a expressão algébrica de seu termo geral.

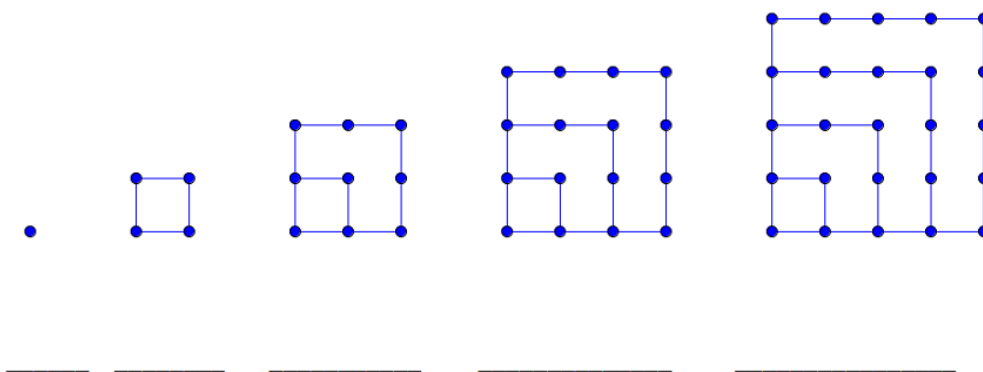
PRÉ-REQUISITOS: Operações Fundamentais (soma, subtração, multiplicação, divisão)

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

ATIVIDADES

1) A sequência de figuras abaixo representa o que podemos chamar de sequência dos números quadrados. Por que você acha que esses números eram chamados por esse nome? Escreva abaixo de cada figura o número correspondente.



Você deve ter observado que a sequência dos números quadrados utilizada na Grécia Antiga, pode ser representada, nos dias de hoje, por uma sequência numérica, nesse caso, 1,4,9,16,25,...

Dessa forma, vimos que o primeiro número da sequência dos números quadrados é 1, o segundo número é o 4.

2) Você saberia dizer quais são os números das outras posições? Qual seria o sexto termo? E o sétimo termo?

3) Para organizarmos melhor nosso pensamento, complete a tabela a seguir.

Posição	Termo da Sequência
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	
7	
8	
9	

10	
14	
20	

4) Como poderia ser representado o número que estivesse na posição ? Tente escrever uma fórmula que o represente.

Você deve ter percebido que o número que está na posição n é representado por n^2 . Notemos que, com essa informação, dada uma determinada posição podemos descobrir o número da sequência que a ocupa.

No nosso caso, a sequência dos números quadrados pode ser caracterizada pela expressão $Q_n = n^2, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$. Assim, por exemplo, $Q_2 = 2^2 = 4$, significa que o segundo número na sequência dos números quadrados é 4 e $Q_3 = 3^2 = 9$, significa que o terceiro número na sequência dos números quadrados é 9. A expressão algébrica é suficiente para caracterizar a sequência numérica a qual está vinculada.

Em Matemática, essas expressões algébricas que caracterizam sequências numéricas são chamadas de termo geral da sequência.

Agora é com você!

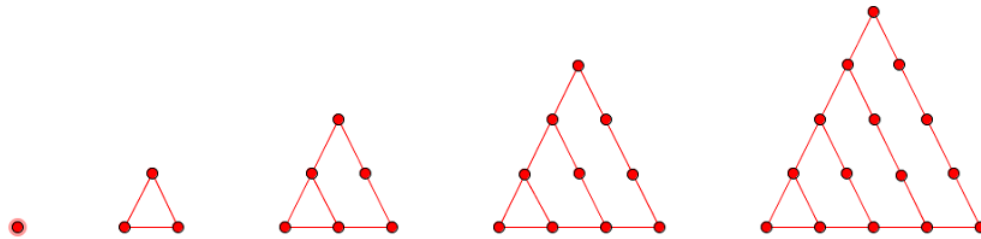
5) Descreva as sequências definidas abaixo pelos seus respectivos termos gerais, explicitando os seus quatro primeiros termos.

a) $a_n = n^3$

b) $b_n = 2n$

c) $a_n = 4n - 1$

Investiguemos outra importante sequência de números figurados, também estudada pelos Pitagóricos, os números triangulares.



6) Explícite os termos da sequência dos números triangulares de acordo com a figura.

7) Observe os números da sequência e, tentando encontrar algum padrão que possibilite descobrir o próximo termo da sequência, complete a tabela abaixo.

Posição (n)	Termo da Sequência (T_n)
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15
6	
7	

8	
9	
10	
20	

Você deve ter observado que o primeiro número triangular T_1 é 1 , o segundo número triangular T_2 é $1 + 2 = 3$, já o terceiro termo da sequência dos números triangulares é $T_3 = 1 + 2 + 3 = 6$ e, assim por diante. Sendo assim:

8) Generalize esse raciocínio, escrevendo uma sentença matemática para descobrir o número que ocupa a posição da sequência dos números triangulares.

$T_n =$ _____

Portanto, podemos identificar o n-ésimo número triangular como a soma dos primeiros números naturais. Assim,

$$T_1 = 1$$

$$T_2 = 1 + 2$$

$$T_3 = 1 + 2 + 3$$

$$T_4 = 1 + 2 + 3 + 4$$

\vdots

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n - 2) + (n - 1) + n$$

Vamos, então, descobrir uma expressão mais simples para o termo geral de T_n .

Já sabemos que

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n - 2) + (n - 1) + n$$

9) Qual é o valor da soma dos termos equidistantes ao termo central, ou seja, qual é o resultado da soma do primeiro termo com o último, do segundo termo com o penúltimo, do terceiro termo com o antepenúltimo e assim sucessivamente?

Ao fazermos essas somas, note que podemos reescrever T_n como:

$$T_n = [1 + n] + [2 + (n - 1)] + [3 + (n - 2)] + \cdots + [p + (n - p + 1)] \quad 1 \leq p \leq n$$

10) Quantas são as parcelas da soma acima?

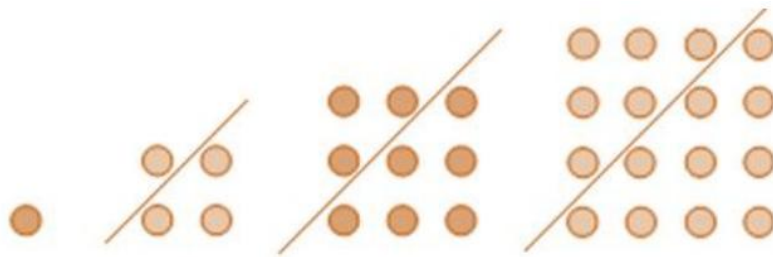
11) Agora que você já sabe quantas são as parcelas da soma acima e o valor de cada soma, escreva uma nova expressão para .

Agora já sabemos que o termo geral da sequência dos números triangulares é

$$T_n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

Mas, existem ainda diversas relações entre os números figurados. Vamos estudar, em particular, uma relação entre os números triangulares e quadrados.

12) Na figura abaixo, estão representados os primeiros números quadrados. Observando essa representação, você percebe alguma relação entre os números quadrados e os triangulares?



13) Para continuarmos nossa investigação acerca da relação entre os números triangulares e quadrados, reveja o que você já aprendeu e complete a tabela a seguir:

n	Q_n	T_{n-1}	T_n
2	4	1	3
3	9	3	6
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

14) Você percebeu alguma relação entre os valores da segunda coluna da tabela com os valores das duas últimas colunas? Qual?

15) A partir da resposta do item anterior, escreva uma sentença matemática associando Q_n , T_{n-1} e T_n .

Na realização das atividades anteriores você deve ter chegado à conclusão de que a soma de dois números triangulares consecutivos resulta sempre em um número quadrado. Podemos escrever esse fato, em notação matemática, da seguinte forma:

$$Q_n = T_{n-1} + T_n, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

16) Podemos ainda verificar algebricamente a relação acima. Para isso, faça o que se pede abaixo:

a) Escreva o termo geral de T_n

b) Escreva o termo geral de T_{n-1}

c) Efetuando a soma entre as respostas dos itens anteriores, mostre que:

.

$$T_{n-1} + T_n = n^2 = Q_n$$

Chegamos ao final desse Roteiro de Ação e esperamos que tenham percebido, que os Pitagóricos ainda podem nos ensinar muitas coisas em Matemática além do Teorema de Pitágoras.

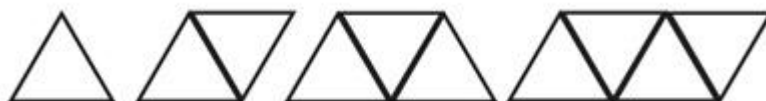
3. AVALIAÇÃO:

A avaliação será feita durante todo o processo, observando os aspectos qualitativos. A professora direcionará a busca de conhecimento, interferindo sempre que necessário. A turma será distribuída em grupos de 2 alunos, para que possam discutir, formular hipóteses e finalmente resolver os seguintes exercícios:

EXERCÍCIOS

1) (FCC - TRT 24ª Região - 2006) Qual o próximo número da sequência 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, ...?

2) (FCC - Tribunal de Contas - 2006) Usando palitos de fósforos inteiros é possível construir a seguinte sucessão de figuras compostas por triângulos:



Seguindo o mesmo padrão de construção, então, para obter uma figura composta de 25 triângulos, o total de palitos de fósforos que deverão ser usados é:

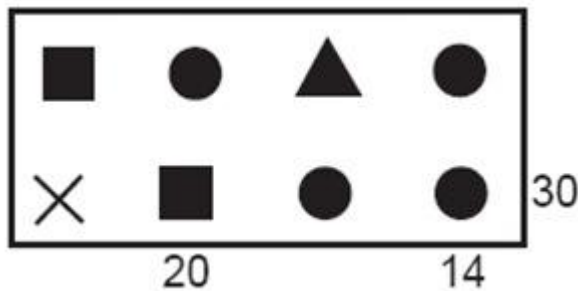
- (A) 61
- (B) 57
- (C) 51

- (D) 49
(E) 45

3) (FCC - TRT 9ª Região - 2004) Qual é a 1997ª letra da sequência ABCDEDCBABCDEDCBABCDEDCB...?

- (A) E
(B) D
(C) C
(D) B
(E) A

4) (FCC – TRF 4ª Região - 2004) No retângulo abaixo, cada um dos quatro símbolos diferentes representa um número natural. Os números indicados fora do retângulo representam as respectivas somas dos símbolos na linha 2 e nas colunas 2 e 4:



Conclui-se das informações que o símbolo X representa o número:

- (A) 3
(B) 5
(C) 7
(D) 8
(E) 9

5) Para cada uma das sequências, indique qual o número que se segue e descubra o termo geral:

a) 9, 21, 33, 45, ...

b) 0, 6, 12, 18, ...

c) 11, 23, 35, 47, ...

6) Considere a sequência de termos gerada por $2n + 4$, onde $n \in \mathbb{N}$.

a) determine os quatro primeiros termos da sequência.

b) determine o termo de ordem 14.

c) o número 144 é termo da sequência? E o 22? Justifique.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

* MARCONDES, Carlos A. dos S; GENTIL, Nelson; GRECO, Sérgio E. **Matemática**. 7ª edição. São Paulo: Editora Ática. 2004

* <http://professoraju-mat.blogspot.com.br>, acesso em 13 de maio de 2013.

* www.atividadesdematematica.com, acesso em 13 de maio de 2013.

* DANTE, Luiz R. **Matemática Contexto e Aplicações**. 1ª edição. São Paulo: Editora Ática. 2011

*Roteiro de ação 1 – **Formação Continuada em Matemática** – Fundação CECIERJ