

Formação continuada em MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/consórcio CEDERJ

Matemática – 2º ano – 2º Bimestre/ 2013

Plano de Trabalho

REGULARIDADES NUMÉRICAS E PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Trabalho elaborado pelo Cursista: Marcos Paulo Henrique. Grupo: 05, do curso de formação continuada em Matemática – 2º ano – 2º Bimestre/ 2013, sob a orientação da Prof^a Daiana da Silva Leite, como parte dos requisitos para conclusão do curso.

Volta Redonda, 2013.

Sumário

Introdução.....	3
Desenvolvimento.....	4
Avaliação.....	9
Referências Bibliográficas.....	11

Introdução

O objetivo deste plano de trabalho é fazer uma abordagem sobre Sequências e a Progressão Aritmética, como um caso particular, apresentando a definição e generalizando o termo geral através de uma situação – problema.

Dada a importância do tema abordado este plano visa fomentar o interesse do aluno em buscar a solução das atividades apresentadas de modo que o conhecimento seja prazeroso e significativo.

Por fim espera - se que aluno seja capaz de identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números e saiba aplicar a definição e a fórmula do termo geral de uma Progressão Aritmética na resolução de problemas significativos.

Desenvolvimento

Baseada no roteiro de ação 1, a atividade está adaptada e necessita, em caso de dúvidas, da intervenção do professor durante os questionamentos, que buscam a conclusão do raciocínio do aluno, que terá de buscar um padrão nas sequências apresentadas e identificar a expressão algébrica através da regularidade observada.

Atividade 1 – Sequências Numéricas

Habilidade relacionada: Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números;

Pré-requisitos: Operações entre números naturais e equação do 1º grau;

Tempo de Duração: 100 minutos

Recursos Educacionais: Folha de atividade, lápis, borracha e livro didático.

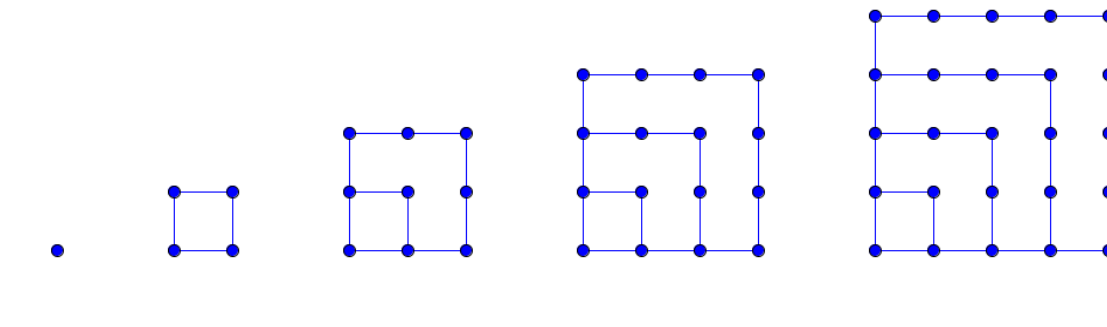
Organização da turma: Grupos de 3 ou 4 alunos.

Objetivos: construir a expressão algébrica que definir uma sequência numérica.

Metodologia adotada: Em grupos os alunos os alunos trocarão informações sobre a atividade apresentada para formalização do conceito.

Atividade Proposta:

1) A sequência de figuras abaixo representa o que podemos chamar de sequência dos números quadrados. Por que você acha que esses números eram chamados por esse nome? Escreva abaixo de cada figura o número correspondente.



2) Você saberia dizer quais são os números das outras posições? Qual seria o sexto termo? E o sétimo termo?

3) Para organizarmos melhor nosso pensamento, complete a tabela a seguir.

Posição	Termo da Sequência
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
14	
20	

4) Como poderia ser representado o número que estivesse na posição n ? Tente escrever uma fórmula que o represente.

Em Matemática, essas expressões algébricas que caracterizam sequências numéricas são chamadas de termo geral da sequência.

5) Descreva as sequências definidas abaixo pelos seus respectivos termos gerais, explicitando os seus quatro primeiros termos, para $n \in \mathbb{N}^*$.

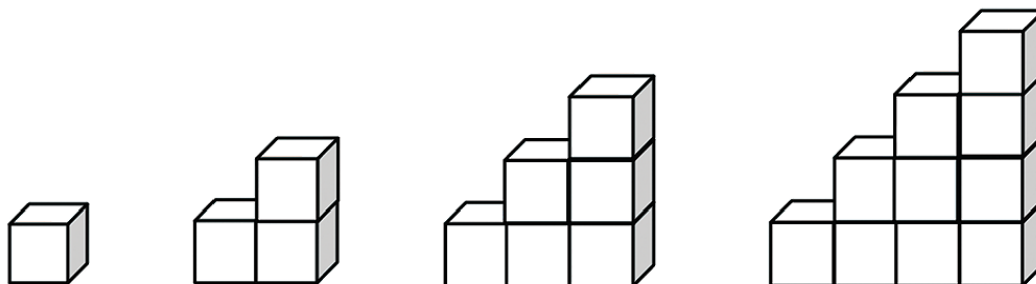
a) $a_n = n^3$

b) $b_n = 2n$

c) $a_n = 4n - 1$

Investiguemos outra importante sequência de números figurados, também estudada pelos Pitagóricos, os números triangulares.

6) Observe a sequência. Você consegue perceber algum padrão entre os triângulos? Qual?



7) Explícite os termos da sequência dos números triangulares de acordo com a figura.

8) Observe os números da sequência e, tentando encontrar algum padrão que possibilite descobrir o próximo termo da sequência, complete a tabela abaixo.

Posição (n)	Termo da Sequência (T_n)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
14	
20	

9) Generalize esse raciocínio, escrevendo uma sentença matemática para descobrir o número que ocupa a posição n da sequência dos números triangulares, onde chamaremos esse termo de T_n .

$T_n =$ _____

10) Qual é o valor da soma dos termos equidistantes ao termo central, ou seja, qual é o resultado da soma do primeiro termo com o último, do segundo termo com o penúltimo, do terceiro termo com o antepenúltimo e assim sucessivamente?

11) Quantas são as parcelas da soma acima?

12) Agora que você já sabe quantas são as parcelas da soma acima e o valor de cada soma, escreva uma nova expressão para T_n .

O detalhamento de todas definições abordadas neste plano não será especificado, pois em grande parte fez - se uso do livro didático, que além das definições necessárias, contém atividades que serão exploradas para concluir a aprendizagem do aluno.

Atividade 2 – Progressão Aritmética (P.A)

Definição e Termo Geral

Habilidade relacionada: Utilizar a definição de P.A e aplicar a fórmula do termo geral de uma em problemas significativos;

Pré-requisitos: sequências numéricas;

Tempo de Duração: 100 minutos

Recursos Educacionais Utilizados: Folha para atividades, lápis borracha e livro didático;

Organização da turma: Duplas.

Objetivos: Permitir que os alunos sejam capazes compreender a Progressão Aritmética como um caso específico de sequência, além de saber utilizar o conceito na resolução de problemas significativos;

Metodologia adotada: Aula expositiva partindo de uma situação – problema; Propor um debate para que os alunos busquem a definição de P.A.

Situação – Problema.

Imagine que uma companhia que administra rodovias quer colocar radares eletrônicos ao longo dos 500 km de sua estrada. Para tanto a concessionária fez o seguinte plano:

O primeiro radar será colocado no km 10 da estrada, o segundo no km 50, o terceiro no km 90, e assim por diante. Quantos radares a empresa precisará adquirir?

Espera – se que os alunos construam a sequência:

Posição	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º
km	10	50	90	130	170	210	250	290	330	370	410	450	490

Assim será necessário adquirir 13 radares.

A partir da sequência apresentada na construção do problema apresentado é possível definir Progressão Aritmética, como sendo uma sequência onde cada termo a partir do segundo é a soma do termo anterior com uma constante. A essa constante indicamos por r , é denominada razão da Progressão Aritmética. No problema apresentado temos a razão igual a 40 km.

Termo Geral da P.A

Ainda tendo como referencial o problema apresentado para introdução questionar os alunos se é possível encontrar uma expressão que permita calcular qualquer termo da sequência apresentada no problema?

(10, 50, 90, 130, 170,...).

Após os cálculos apresentados pelos alunos é bastante satisfatório generalizar uma P.A de razão r como a apresentada a seguir para construir o Termo Geral de uma P.A.

Dada a P.A $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n)$ de razão r , temos:

$$a_2 - a_1 = r \Rightarrow a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 - a_2 = r \Rightarrow a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 - a_3 = r \Rightarrow a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_n - a_{n-1} = r \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)r$$

A expressão $a_n = a_1 + (n-1)r$, conhecida como fórmula do Termo Geral da P.A, permite conhecer qualquer termo da P.A em função de a_1 e r .

Para concluir essa primeira etapa será realizada a resolução de alguns problemas contidos no livro didático do aluno para que ele possa ter base para resolver as demais atividades propostas no livro.

Avaliação

A avaliação será feita a partir de uma atividade com questões, que fazem parte do banco de questões do Saerjinho e Saerj disponibilizado para o professor, e que consta como parte da avaliação bimestral e tem como objetivo verificar as habilidades relacionadas.

Questão 1

(M100096A9) Pedro guardou 10 reais no primeiro mês, 20 reais no segundo mês, 30 reais no terceiro mês, e assim sucessivamente. No vigésimo mês, Pedro conseguiu o dinheiro de que precisava para comprar um computador.

Qual é o preço desse computador?

- A) 2.000 reais.
- B) 2.100 reais.
- C) 2.500 reais.
- D) 3.000 reais.
- E) 3.100 reais.

Questão 2

(PAMA08025AC.1) Nessa sequência 7, 10, 13, 16,..., cada número é o anterior somado com 3.

Qual é a expressão algébrica que indica o número que está na posição n , com $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 2$

- A) $3n + 1$
- B) $3n + 4$
- C) $n + 7$
- D) $n + 9$

Questão 3

(PAMA11181MS) Um vazamento em uma caixa d'água provocou a perda de 3 litros no primeiro dia, 6 litros no segundo dia, 9 litros no terceiro dia, e assim sucessivamente. Quantos litros vazaram no sétimo dia?

- A) 9
- B) 12
- C) 15
- D) 18
- E) 21

Questão 4

(PAMA08081AC.1) Observe a sequência de números abaixo que apresenta uma regularidade.

(2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, ...)

A expressão algébrica que representa cada um dos termos dessa sequência em função do número natural x , ($x \neq 0$) é

- A) $(x-1) + x$
- B) $2x + 1$
- C) $x(x+1)$
- D) $2x$

Questão 5

(PAMA08145MS.1) Observe a seguinte sequência de números naturais.

0, 6, 16, 30,

A expressão algébrica que gera essa sequência, com $n > 0$, é

- A) $6(n - 1)$
- B) $8(n - 1)$
- C) $2(n^2 - 1)$
- D) $3n(n - 1)$

Questão 6

(M110041RJ) Para fazer economia, Carla está planejando guardar uma determinada quantia em dinheiro durante um ano. Ela pretende depositar na caderneta de poupança R\$ 100,00 em janeiro, R\$ 120,00 em fevereiro, R\$ 140,00 em março e assim por diante.

Mantendo esse padrão, quanto Carla depositará em outubro?

- A) R\$ 160,00
- B) R\$ 200,00
- C) R\$ 280,00
- D) R\$ 300,00
- E) R\$ 320,00

Dado:

$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

Questão 7

(M110004ES) A Avenida das Margaridas tem 30 casas. Nesse endereço, as casas foram numeradas obedecendo à progressão aritmética (10, 14, 18, ...).

O número da última casa dessa rua é igual a

- A) 126
- B) 130
- C) 242
- D) 250
- E) 300

Questão 8

(M120334A8) Quantos números de 4 algarismos são múltiplos de 5?

- A) 1 296
- B) 1 440
- C) 1 458
- D) 1 800
- E) 2 000

Disponível em: <http://www.saerjinho.caedufjf.net>. Acesso em: 09/05/2013.

Referências Bibliográficas

IEZZI, Gelson, Dulce, Osvaldo, Junior, David Degensza, Perigo, Roberto, Almeida, Nilze de. MATEMÁTICA: Ciências e Aplicações volume 2/Saraiva, São Paulo, 2010.

MATEMÁTICA, volume 2/PAIVA, Manoel. – Ed. Moderna, São Paulo, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco, Maria Ignez Diniz, Matemática Ensino Médio, volume 2, 6ed, Saraiva, São Paulo, 2010.

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS – Regularidades numéricas: sequências e Matemática Financeira – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 2ºbimestre – disponível em:

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=73>