



Formação Continuada em MATEMÁTICA

Matemática 2º Ano — 2º Bimestre/2013

Plano de Trabalho

Sequências

Progressão Aritmética

Tarefa 1

Cursista: Maria do Carmo de Souza Ribeiro

Tutora: Ana Paula Muniz

Sumário

1.INTRODUÇÃO.....03

2.DESENVOLVIMENTO.....04

- Sequências numéricas.....05
- Situações problemas envolvendo P.A.10

3.AVALIAÇÃO.....16

4.FONTES DE PESQUISA.....17

Introdução

Neste trabalho a partir de atividades serão apresentados alguns exemplos de sequências, através da observação de formação das mesmas verão o que varia de um elemento para o outro para descrever o próximo.

Através da Sequência de Fibonacci pretendo mostrar que existem sequências que não podem ser criadas a partir da soma, subtração, multiplicação e divisão de um determinado valor.

Com estas atividades espera-se que os alunos entendam que uma Progressão Aritmética é formada pela adição de um mesmo valor, e que a Progressão Geométrica por uma multiplicação.

Para que dominem esse conteúdo serão propostos problemas que desafiem o conhecimento e que tenha algum significado, comprovando que a matemática está ligada a realidade de todos e que é possível aplicá-la à prática.

Desenvolvimento

1º PARTE:

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

HABILIDADES: Reconhecer, classificar e representar uma sequência numérica; ler e interpretar a linguagem numérica; fazer a identificação e reconhecer numa sequência a organização de uma P.A. ou P.G..

OBJETIVOS: Identificar regularidades em sequências e expressá-las algebricamente; identificar as sequências como Progressões Aritméticas e Geométricas.

PRÉ-REQUISITOS: Operações básicas com números reais.

DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos.

MATERIAIS NECESSÁRIOS; Folhas de atividades, livro didático, lápis e caneta.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

DESCRITOR ASSOCIADO:

H₄₁ – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números.

METODOLOGIA ADOTADA:

Através de atividades, realizarão tarefas passo a passo, montando sequências e observando as mesmas reconhecerão as sequências que podem ser criadas a partir da soma, subtração, multiplicação e divisão de um determinado valor.

ATIVIDADE 1

SEQUÊNCIA NUMÉRICA

São conjuntos em que os elementos se sucedem, obedecendo a uma determinada ordem.

- 1) Vamos montar algumas sequências. Os termos das sequências serão obtidos por uma adição, subtração, multiplicação ou divisão do número dado.

Sequência 1 $\boxed{+5}$

(3, __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 2 $\boxed{-3}$

(7, __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 3 $\boxed{\times 2}$

(2, __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Sequência 4 $\boxed{: 2}$

(120, __, __, __, __, __, __, __, __, __)

2) Observe as sequências e complete-as:

Sequência 1: (6, 11, 16, 21, 26, 31, ____)

Sequência 2: (1, 4, 9, 16, 25, 36, ____)

Sequência 3: (1, -2, 4, -8, 16, -32, ____)

Sequência 4: (5, 7, 9, 11, 13, ____)

Sequência 5: (12, 8, 4, ____)

Sequência 6: (-35, -30, -25, ____)

Sequência 7: (16, 8, 4, ____)

Sequência 8: (-1, $-\sqrt{7}$, -7, ____)

Sequência 9: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ____)

Sequência 10: (2, 3, 5, 8, 12, ____)

3) Dentre as sequências de 1 a 10, qual atende a característica citada.

a) Os termos são formados por adição de um número positivo.

b) Os termos são formados por adição de um número negativo.

c) Os termos são formados por multiplicação de um número negativo.

d) Os termos são formados por divisão de um número.

e) Quais sequências que não são formadas pela adição, subtração, multiplicação ou divisão de um único elemento.

4) Existe um número especial associado a algumas das sequências de 1 a 10 do exercício anterior.

a) Quais as sequências que possui este número especial que gera o termo seguinte pela adição de um mesmo valor?

b) Quais sequências o termo seguinte é gerado pela multiplicação de um mesmo valor?

c) Quais sequências não possuem este número especial?

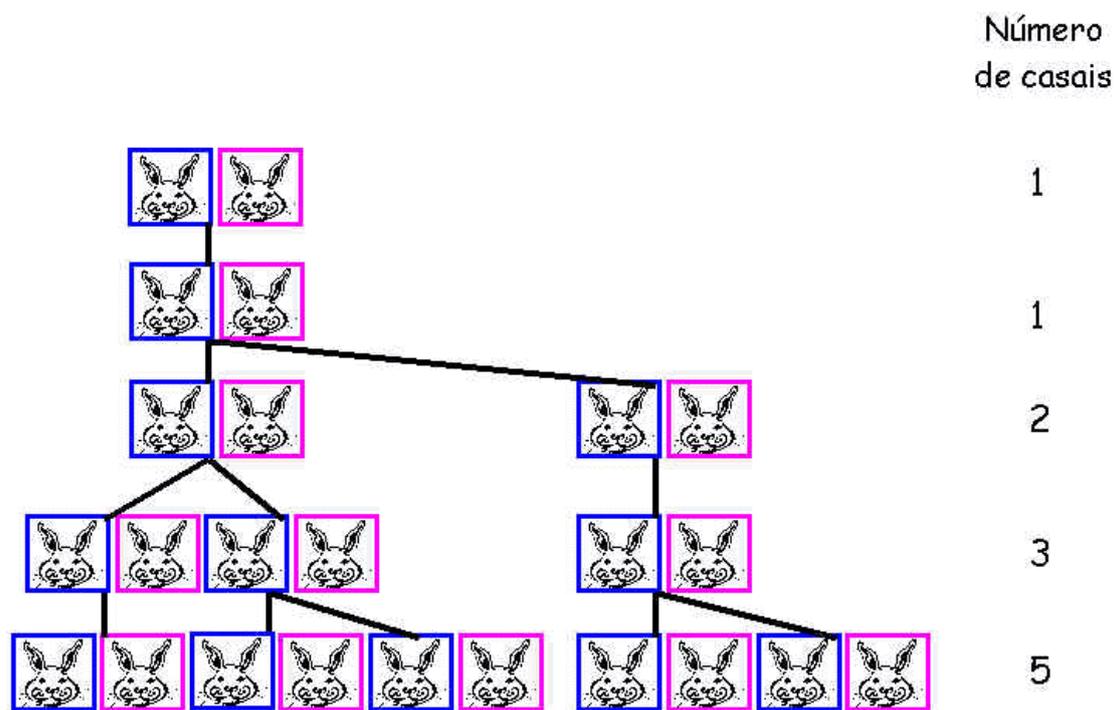
A sequência 9 é uma sequência especial denominada Sequência de Fibonacci, em homenagem ao matemático italiano Leonardo de Pisa (1180-1250), apelidado de Fibonacci – cujo significado é filho de Bonacci – que observou essa sequência na natureza e a descreveu.



<http://www.math.ethz.ch/fibonacci/Eroeffnung>

Em 1202, ele escreveu o Liber abaci (livro do ábaco), que é um tratado completo sobre métodos e problemas algébricos. Nesse livro, foi proposto um problema sobre coelhos que se tornou muito conhecido. Esse foi o primeiro modelo matemático de descrição do crescimento de populações.

“Admitindo-se que cada casal de coelhos só procrie pela primeira vez aos dois meses, exatamente, após o seu nascimento e que, a partir de então, gere um casal a cada mês, quantos casais haverá ao final de doze meses, partindo-se de um único casal de coelhos recém-nascidos?”



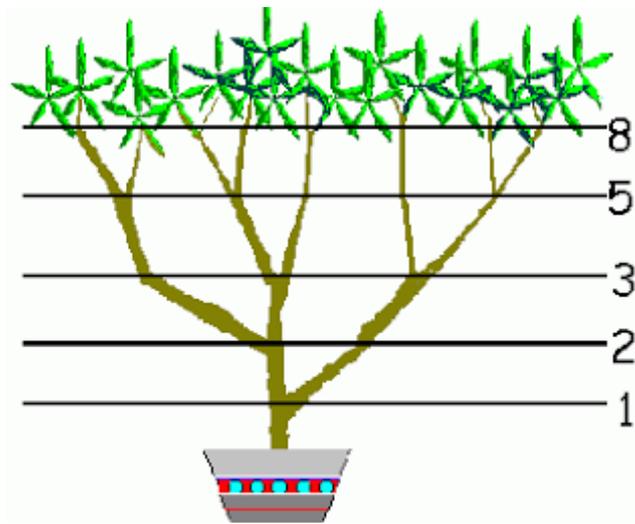
<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm31/coelhos.htm>

Observe a situação descrita na tabela, e complete-a.

| Mês | 1° | 2° | 3° | 4° | 5° | 6° | 7° | 8° | 9° | 10° | 11° | 12° |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| Número de casais | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | | | | | | | |

Analisando os termos da sequência percebemos que cada termo, após os dois primeiros, é a soma dos dois imediatamente precedentes.

Certas plantas mostram os números de Fibonacci no crescimento dos seu galhos.



<http://musicaematematicatk.blogspot.com.br/2012/01/sequencia-de-fibonacci.html>

Tem sequência numérica em que o termo seguinte é gerado pela adição, são as Progressões Aritméticas (P.A).

Outras são geradas por uma multiplicação, são as Progressões Geométricas (P.G).

O número especial associado a P.A e P.G é chamado de razão.

5) Classifique as sequências de 1 a 10 como P.A ou P.G e identifique a razão.

| SEQUÊNCIAS | P.A | P.G | RAZÃO |
|------------|-----|-----|-------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |

2ª PARTE

SITUAÇÕES PROBLEMAS – ENVOLVENDO P.A

HABILIDADES: Tomar decisões diante de situações-problema, baseada na interpretação das sequências; aplicar os conceitos de P.A na resolução de situações-problema.

OBJETIVOS: Resolver problemas que envolvam P.A, determinar o termo geral de uma P.A; achar a soma dos termos de uma P.A.

PRÉ-REQUISITOS: Operações básicas com números reais;

DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos

MATERIAIS NECESSÁRIOS: Folha de atividades, livro texto, lápis, borracha e caneta.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas.

DESCRITORES ASSOCIADOS:

H₄₁ – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números.

H₅₅ – Resolva problemas envolvendo P.A dada à fórmula do termo geral e/ou a soma dos termos.

METODOLOGIA ADOTADA:

- Os alunos trabalharão com situações-problemas envolvendo o termo geral de uma P.A e soma de uma P.A, levando-os a pensar e interpretar.
- Através de Atividades, realizarão tarefas passo a passo.
- A história da matemática será revista através do matemático Johann Friedrich Gauss (1777-1855).

ATIVIDADE 1

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

1) O estádio Jornalista Mario Filho, mais conhecido como Maracanã. Após diversas obras, passou a ter como capacidade 78.838 lugares.



<http://esporte.hsw.uol.com.br/10-maiores-estadios-de-futebol-do-brasil.htm>
acesso: 13/05/2013 às 17:17

Suponha-se que, no final da Copa das Confederações de 2013, a partir do momento em que havia 18.838 pessoas dentro do estádio, a contagem dos torcedores passou a ser feita por cartão eletrônico, que registrou 7.500 pessoas por hora, até completar sua capacidade máxima que é de 78.838 espectadores.

Ninguém saiu antes do jogo.

a) Construir a sequência em que os termos representem o número de pessoas no estádio a cada hora, a partir do instante em que a contagem passou a ser feita por cartão eletrônico.

Esta sequência possui um termo que adicionado ao anterior nos dá o termo seguinte.

Esta sequência é uma Progressão Aritmética finita, onde cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo anterior com uma constante r.

O número r é chamado de razão.

A representação de uma P.A é $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$, onde:

a_1 : primeiro termo.

n : número de termos.

r : razão

a_n : termo geral.

Todos os termos da P.A podem ser escritos em função do primeiro termo a_1 e da razão por meio de uma relação.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

b) Que termo é este?

c) Que nome damos a este termo?

d) Qual o 1º termo (a_1) da sequência?

e) Qual o último termo (a_n) desta sequência?

f) Quanto tempo levou para que o estádio atingisse a sua lotação máxima?

ATIVIDADE 2

1) História Curiosa



http://www.uc.pt/fctuc/dmat/departamento/bibliomat/servicos/copy_of_matematicos/Gauss-KF

Conta-se que Carl Friedrich Gauss, Matemático, astrônomo e físico alemão, conhecido como o “Príncipe dos Matemáticos”, quando estudava na escola primária, o professor pediu aos alunos que tentassem resolver a soma de todos os números compreendidos entre 1 e 100.

O professor pensou que assim iria manter os alunos ocupados por um bom tempo, mas, para seu espanto, em poucos minutos Gauss resolveu o problema.

Gauss reparou que somando todos os pares $1+100$; $2+99$; $3+98$... $50+51$, esta soma sempre dava 101. Então a soma total de 1 a 100 seria $50 \cdot 101 = 5050$.

O procedimento de Gauss resulta na fórmula da soma dos n primeiros elementos de uma P.A.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$S_n = \frac{(1+101)100}{2} = 101 \cdot 50 = 5050$$



<http://www.guardian.co.uk/film/filmblog/2011/dec/07/cine-files-tricycle-kilburn>

2) Em um cinema as poltronas estão dispostas em 18 fileiras paralelas a tela, tendo 25 poltronas na primeira fileira e a partir da segunda, cada fileira terá 2 poltronas a mais que a fileira anterior.

a) Qual é o primeiro termo da P.A?

b) Qual é a razão da P.A?

c) Qual é número dos termos (n)?

d) Quantas poltronas (a_n) tem na 18° fileira?

e) Calcule o número de poltronas desse cinema.

ATIVIDADE 3

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- 1) Um pedreiro precisa fazer um telhado. Neste telhado ele vai colocar em cada fila 2 telhas a mais que a anterior. O telhado tem 4 faces. Em cada face, de cima para baixo, há 4 telhas na primeira fileira e 38 na última. Calcule quantas telhas vai ser necessário comprar para as 4 faces do telhado.
- 2) Numa epidemia de gripe, foi feito um estudo sobre a evolução dos vírus transmissor. Neste estudo após um minuto de observação viram que existia 1 vírus, com dois minutos existiam 5 vírus, com três minutos 9 vírus, com quatro minutos existiam 13 vírus. Supondo que o desenvolvimento deste vírus se manteve constante. Quantos vírus foram encontrados no final de 1 hora?
- 3) Um comerciante aplicou o seu lucro em um fundo de capitais, durante três meses consecutivos, perfazendo um total de R\$ 2.790,00. Sabendo que as aplicações mês a mês, formam uma progressão aritmética, qual foi o valor aplicado no segundo mês?
- 4) Na entrada de sua fazenda Ana pretende plantar árvores, a primeira ela quer colocar a 12 metros da entrada e a última a 228 metros. Entre elas, ela quer plantar mais cinco árvores. Qual deve ser a distância entre duas árvores consecutivas se essa distância for sempre a mesma?
- 5) Uma confecção pretende iniciar a produção com 3000 unidades mensais, a cada mês, produzir 180 unidades a mais. Mantidas essas condições, em um ano quantas unidades esta confecção terá produzido no total?
- 6) O professor de educação física pretende preparar dois alunos para participar de uma maratona escolar. Um deles começará correndo 8 km no primeiro dia e aumentará, a cada dia, essa distância em 2 km; o outro correrá 17 km no primeiro dia e aumentará, a cada dia, essa distância em 1 km. A preparação será encerrada no dia em que eles percorrerem, em quilômetros, a mesma distância. Calcule a soma, em quilômetros, das distâncias que serão percorridas pelos dois alunos durante todos os dias do período de preparação.

AVALIAÇÃO

A avaliação ocorrerá durante as atividades realizadas em aula, observando a participação do aluno, se consegue ler e resolver as atividades, o raciocínio, o nível de conhecimento e o seu crescimento.

Os trabalhos em grupo ou individual serão avaliados através da observação do convívio entre eles. Nas discussões, o respeito pela opinião dos colegas.

No final das atividades será feita uma análise dos pontos positivos e negativos das mesmas.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Matemática – 1. Ed. – São Paulo: Moderna, 2004

DANTE, Luiz Roberto. Matemática – 1. Ed. – São Paulo: Ática, 2005.

GIOVANNI, José Rui; BONJORNO, José Roberto. Matemática Completa – 2.Ed. renov. – São Paulo: FTD, 2005.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. Matemática Ciências e Aplicações – 6. Ed. – São Paulo: Saraiva, 2010

PAIVA, Manoel. Matemática. 1.Ed. – São Paulo: Moderna, 2009

Repensando – Parte 1

Roteiro de Ação 3 – duas situações e uma Sequência Especial

SILVA, Claudio Xavier da; BARRETO, Benigno Filho. Matemática aula por aula – 2.Ed. renov. – São Paulo: FTD, 2005.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. Matemática Ensino Médio – 6.Ed. – São Paulo: Saraiva, 2010