

# Formação continuada em matemática

Plano de trabalho : Regularidades Numéricas: sequências e matemática financeira

Matemática 2º ano – 2º bimestre / 2013

Conteúdo: Progressões aritmética, progressões geométricas e matemática financeira.

Cursista: Sheila de Oliveira Freitas

Tutor: Paulo Alexandre Alves de Carvalho

Grupo: 04

## 1 – Sumário

Introdução .....	03
Desenvolvimento .....	03
Avaliação .....	18
Referências bibliográficas .....	19

## Introdução

Iniciar o estudo de regularidades numéricas através de sequências que façam parte do cotidiano do aluno e utilizando figuras para despertar o interesse do aluno e desenvolver o raciocínio lógico.

Uma vez que o aluno reconheça as sequências e identifique os termos e a razão, explicar os dois tipos de sequências que estudaremos: progressão aritmética e progressão geométrica evidenciando a diferença entre elas.

Iniciar o estudo de progressão aritmética e progressão geométrica levando o aluno a entender como se calcula e não decorar as fórmulas.

O estudo de matemática financeira será apresentado aproveitando o estudo da progressão geométrica e utilizando o cotidiano do aluno, de forma simples e descontraída, buscando demonstrar a necessidade no seu dia a dia.

## Desenvolvimento

Público Alvo: Alunos do 2º ano do ensino médio

Objetivos ( baseados no Currículo mínimo )

- Identificar sequências numéricas e obter a expressão algébrica do seu termo geral.
- Utilizar o conceito de sequência numérica para resolver problemas significativos.
- Diferenciar Progressão Aritmética de Progressão Geométrica.
- Utilizar as fórmulas do termo geral e da soma dos termos da P.A. e da P.G. na resolução de problemas significativos.
- Distinguir os juros simples dos compostos, aplicando em situações problemas.
- Utilizar os conceitos de matemática financeira para resolver problemas do dia a dia.

Recursos educacionais: quadro, marcador de quadro colorido, apagador, folha de atividades, vídeo aula, retro projetor, computador.

Organização da turma: Atividades individuais e em duplas.

Descritores associados:

Resolver problema envolvendo PA/PG dada a fórmula do termo geral e da soma dos termos.  
( D22 )

Resolver problema que envolva porcentagem.  
( D16 )

## Atividade 1

Duração prevista: 150 minutos

Iniciar o estudo das regularidades numéricas apresentando as sequências mais presentes no cotidiano do aluno.

### Sequências

Em muitas situações da vida diária aparece a ideia de sequência ou sucessão. Assim, por exemplo, temos:

- A sequência dos dias da semana (domingo, segunda, ..., sábado);
- A sequência dos meses do ano ( janeiro, fevereiro, ..., dezembro );
- A sequência dos números naturais (0, 1, 2, 3, 4, ...);
- A sequência dos anos, a partir de 1990, nos quais a Copa do Mundo de Futebol é realizada ( 1990, 1994, 1998, 2002, 2006, 2010, 2014, ...).

Em todas essas situações observamos uma certa ordem nos elementos da sequência. Esses elementos são também chamados termos da sequência. Na sequência dos meses do ano, temos:

1º termo: janeiro, 2º termo: fevereiro, ..., 12º termo: dezembro.

Se representarmos o 1º termo por  $a_1$  (lê-se a índice um, ou a um), o 2º termo por  $a_2$ , o 3º por  $a_3$ , e assim por diante, até o termo de ordem  $n$ , ou enésimo termo  $a_n$ , essa sequência pode ser representada por:

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$$

Neste exemplo, temos:

$$a_1 = \text{janeiro} \quad a_7 = \text{julho} \quad a_{10} = \text{outubro} \quad a_{12} = \text{dezembro}$$

### Determinação de uma sequência

Algumas sequências são dadas por regras ou leis matemáticas chamadas leis de formação, que possibilitam explicitar todos os seus termos.

A sequência  $a_n = 2n - 1$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , é dada por:

$$\text{Para } n = 1 \Rightarrow a_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1;$$

$$\text{Para } n = 2 \Rightarrow a_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 3;$$

$$\text{Para } n = 3 \Rightarrow a_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 5;$$

$$\text{Para } n = 4 \Rightarrow a_4 = 2 \cdot 4 - 1 = 7; \text{ etc.}$$

Portanto, a sequência é ( 1, 3, 5, 7, ...), ou seja, a dos números naturais ímpares.

Exemplos:

- 1) Vamos determinar o termo  $a_n$ , chamado termo geral, na sequência dos números quadrados perfeitos ( 1, 4, 9, 25, ...).

$$a_n = ?$$

Observamos que:

$$N = 1 \Rightarrow a_1 = 1 = 1^2$$

$$N = 2 \Rightarrow a_2 = 4 = 2^2$$

$$N = 3 \Rightarrow a_3 = 9 = 3^2$$

$$N = 4 \Rightarrow a_4 = 16 = 4^2$$

...

Para um n qualquer  $\Rightarrow a_n = n^2$

Logo,  $a_n = n^2$  é o termo geral da sequência, com  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Exercícios:

1 – Escreva as sequências definidas pelos termos gerais a seguir ( nos casos em que não aparecem o conjunto de variação de n, considera-se  $n \in \mathbb{N}^*$ ):

a)  $a_n = 5n$

b)  $a_n = \frac{1}{3^n}$

2 - Escreva o termo geral das sequências:

a) (1, 2, 3, 4, 5, 6, ...)

b) (3, 6, 9, 12, 15, 18, ...)

3 – Complete cada uma das sequências até o 7º termo:

a) -1, -4, -7, - 10, ...

b)  $\sqrt{2}$ , 2,  $2\sqrt{2}$ , 4, ...

4 – Determine:

a) O 10º termo da sequência dos números naturais pares;

b) O 7º termo da sequência cujo termo geral é  $a_n = 2(n-1)$ .

Correção do exercício e entrega de uma folha xerocada para os alunos fazerem em dupla com o acompanhamento do professor.

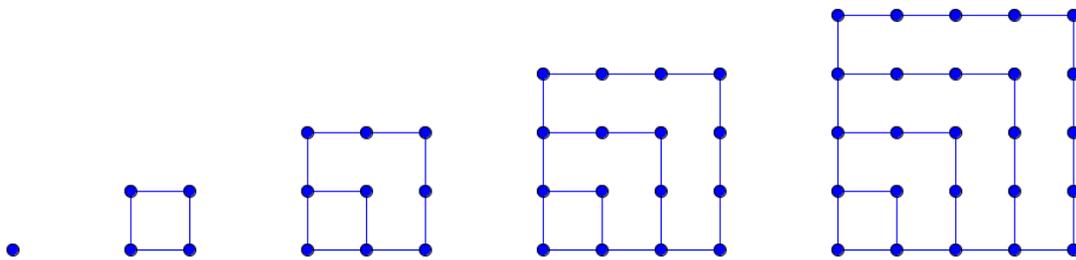
Folha de atividades

Os membros da Escola Pitagórica, também chamados de Pitagóricos, tinham como forte crença que todas as coisas seriam expressas por números. Nesse pensamento, todos os

números, ou seres, poderiam ser formados a partir do Um, o menor número que pode ser expresso.

Os chamados números figurados possuíam um importante papel dentro da filosofia pitagórica. Esses números eram figuras formadas por uma sequência de pontos dispostos segundo formas geométricas. O estudo das relações expressas pelos números figurados pode ser bastante frutífero para o aprendizado de diversos conceitos em Matemática. Entremos, então, no mundo aberto pelos Pitagóricos e descubramos juntos o que os números podem nos ensinar. Analisemos as questões a seguir.

**1)** A sequência de figuras abaixo representa o que podemos chamar de sequência dos números quadrados. Por que você acha que esses números eram chamados por esse nome? Escreva abaixo de cada figura o número correspondente.



-----

Você deve ter observado que a sequência dos números quadrados utilizada na Grécia Antiga, pode ser representada, nos dias de hoje, por uma sequência numérica, nesse caso, Dessa forma, vimos que o primeiro número da sequência dos números quadrados é 1, o segundo número é o 4.

**2)** Você saberia dizer quais são os números das outras posições? Qual seria o sexto termo? E o sétimo termo?

---

**3)** Para organizarmos melhor nosso pensamento, complete a tabela a seguir.

Posição	Termo da sequência
1	1
2	4
3	9
4	16
5	
6	
7	
8	
9	

4) Como poderia ser representado o número que estivesse na posição ? Tente escrever uma fórmula que o represente.

---



---

5) Descreva as sequências definidas abaixo pelos seus respectivos termos gerais, explicitando os seus quatro primeiros termos.

a)  $a_n = n^3$

---

b)  $b_n = 2n$

---

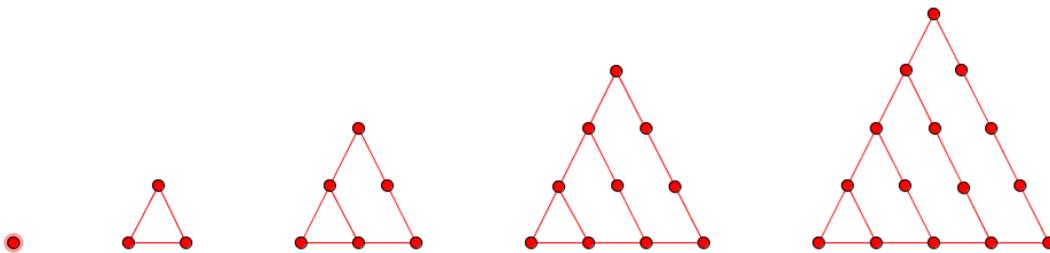
c)  $c_n = 4n - 1$

---



---

Investiguemos outra importante sequência de números figurados, também estudada pelos Pitagóricos, os números triangulares.



6) Explícite os termos da sequência dos números triangulares de acordo com a figura.

---

7) Observe os números da sequência e, tentando encontrar algum padrão que possibilite descobrir o próximo termo da sequência, complete a tabela abaixo.

Posição (n)	Termo da sequência ( $T_n$ )
1	1
2	3
3	6
4	10
5	
6	
7	

Você deve ter observado que o primeiro número triangular  $T_1$  é 1, o segundo número triangular  $T_2$  é  $1 + 2 = 3$ , já o terceiro termo da sequência dos números triangulares é  $T_3 = 1 + 2 + 3 = 6$  e, assim por diante. Sendo assim:

**8)** Generalize esse raciocínio, escrevendo uma sentença matemática para descobrir o número que ocupa a posição da sequência dos números triangulares.

$$T_n = \underline{\hspace{10em}}$$

Portanto, podemos identificar o  $n$ -ésimo número triangular como a soma dos  $n$  primeiros números naturais. Assim,

$$T_1 = 1$$

$$T_2 = 1 + 2$$

$$T_3 = 1 + 2 + 3$$

$$T_4 = 1 + 2 + 3 + 4$$

...

$$T_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (n-2) + (n-1) + n$$

Vamos, então, descobrir uma expressão mais simples para o termo geral de .

Já sabemos que  $T_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (n-2) + (n-1) + n$

**9)** Qual é o valor da soma dos termos equidistantes ao termo central, ou seja, qual é o resultado da soma do primeiro termo com o último, do segundo termo com o penúltimo, do terceiro termo com o antepenúltimo e assim sucessivamente?

---

---

Ao fazermos essas somas, note que podemos reescrever  $T_n$  como:

$$T_n = [1 + n] + [2 + (n - 1)] + [3 + (n - 2)] + \dots + [p + (n - p + 1)] \quad 1 \leq p \leq n$$

**10)** Quantas são as parcelas da soma acima?

---

**11)** Agora que você já sabe quantas são as parcelas da soma acima e o valor de cada soma, escreva uma nova expressão para .

---

Agora já sabemos que o termo geral da sequência dos números triangulares é

$$T_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Faço a correção no quadro tirando eventuais dúvidas, visto que a atividade foi feita com o acompanhamento do professor.

## Atividade 2

Duração prevista: 100 minutos

Início com o vídeo geometria fractal – Arte e Matemática em formas naturais , que é uma das recentes áreas da matemática.

<https://www.youtube.com/watch?v=YDhtL566M3U>

Essa nova área das ciências matemáticas vem tendo uma enorme aplicação. Para os biólogos, ajuda a compreender o crescimento das plantas. Para os físicos, possibilita o estudo de superfícies intrincadas. Para os médicos, dá uma nova visão da anatomia interna do corpo. Enfim, não faltam exemplos. Um dos mais belos e, sem dúvida, o mais colorido é o uso dos fractais na arte. Quando os computadores são alimentados com equações, eles criam magníficos desenhos abstratos.

Ao iniciar o estudo das progressões aritméticas e geométricas, faço uma explicação no quadro demonstrando sequências que são progressões aritméticas e progressões que são geométricas, evidenciando que na P.A. é adicionado um valor ao termo e na P.G. é multiplicado um valor ao termo.

Apresentação de uma situação

1 – Um executivo começou a fazer caminhadas diárias. No 1<sup>o</sup> dia, caminhou 1500 m. A partir daí, ele passou a caminhar, em cada dia, 300 m a mais que no dia anterior, até o limite de 4500 metros.

- a) Quantos metros ele caminhou no 7<sup>o</sup> dia?
- b) Em que dia ele atingiu o limite?

Para solucionar este problema vamos estudar progressão aritmética

Progressão aritméticas ( P.A.) – é uma sequência de números reais onde cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior mais uma constante ( chamada razão).

Exemplos:

1 – Sendo  $a_1 = 1$  e a razão  $r = 2$ , então:

$$a_2 = a_1 + r \Rightarrow a_2 = 1 + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + r \Rightarrow a_3 = 3 + 2 = 5$$

$$a_4 = a_3 + r \Rightarrow a_4 = 5 + 2 = 7$$

Assim, a P.A. será ( 1, 3, 5, 7, ...).

2 – Sendo  $a_1 = 7$  e  $r = -4$ , então:

$$a_2 = a_1 + r \Rightarrow a_2 = 7 - 4 = 3$$

$$a_3 = a_2 + r \Rightarrow a_3 = 3 - 4 = -1$$

$$a_4 = a_3 + r \Rightarrow a_4 = -1 - 4 = -5$$

...

$$a_n = a_{n-1} + r \text{ (um termo qualquer é igual ao seu anterior mais a razão)}$$

Assim, a P.A. será ( 7, 3, -1, -5, ...).

É importante notar que, dados os termos de uma P.A., determinamos a razão  $r$  dessa P.A. efetuando a diferença entre um termo qualquer (a partir do segundo) e o seu termo anterior.

Exemplos:

1 – Na P.A. (1,4,7,10,13):  $r = 4 - 1 = 3$  ou  $r = 7 - 4 = 3$

2 – Na P.A. (8, 5, 2, -1, -4):  $r = 5 - 8 = -3$  ou  $r = -4 - (-1) = -3$

3 – Na P.A.  $(1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3})$   $r = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$  ou  $r = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$

Exercício:

- 1) Em cada item, aparecem dados relativos a uma P.A. Ache, em cada uma, os quatro primeiros termos.

a)  $a_1 = 3$  e  $r = 4$

b)  $a_1 = 8$  e  $r = -3$

c)  $a_1 = 2$  e  $r = \frac{1}{2}$

- 2) O número de peças produzidas por uma fábrica tem um aumento constante, de um mês para o seguinte. A tabela a seguir mostra o total de peças produzidas de janeiro a maio.

Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai
peças	150		230		

- a) As produções mensais formam uma P.A.? Por quê?  
b) Complete a tabela.

Fórmula do termo geral da P.A.

Pela definição de P.A., temos:

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_2 + r = (a_1 + r) = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_3 + r = (a_1 + 2r) + r = a_1 + 3r$$

$$a_5 = a_4 + r = (a_1 + 3r) + r = a_1 + 4r$$

$$a_6 = a_5 + r = (a_1 + 4r) + r = a_1 + 5r$$

$$a_7 = a_6 + r = (a_1 + 5r) + r = a_1 + 6r \quad \text{e de um modo geral } a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \text{ onde } n \text{ é o número de termos da P.A.}$$

3) Utilizando a fórmula do termo geral resolva a questão proposta na introdução de P.A.

4) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

A) 38.000

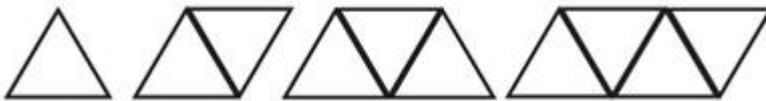
B) 40.500

C) 41.000

D) 42.000

E) 48.000

5) Observe as figuras abaixo, formadas com palitos.



Agora complete a tabela com o número de palitos necessários para formar os triângulos:

Número de triângulos	Número de palitos
1	3
2	5
3	
4	
5	
x	

Observando que o número de palitos necessários é dado em função do número de triângulos que se quer formar, responda:

- a) Quantos palitos são necessários para formar 20 triângulos?
- b) Quantos palitos são necessários para formar 77 triângulos?

**Como reforço indico o vídeo aula de matemática - Aula 10 - Progressão Aritmética- Parte 1**

<http://www.youtube.com/watch?v=Bv8vRXpvp88>

Atividade 3

Duração prevista: 50 minutos

Através de uma situação e explicação das informações desafio os alunos a resolverem a seguinte questão.

No primeiro semestre de um dado ano, a produção mensal de uma montadora está em P.A. crescente. Em janeiro a produção foi de 18000 carros e, em junho, de 78000 unidades. Qual foi a produção dessa montadora nos meses de fevereiro, março, abril e maio?

Nessas condições, o problema consiste em formar uma P.A. na qual:

$$a_1 = \text{produção de janeiro} = 18000 \quad n = 6$$

$$a_n = \text{produção de junho} = 78000 \Rightarrow (18000, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, 78000)$$

Devemos inicialmente calcular o valor da razão r:

Fórmula da soma dos termos de uma P.A. finita

Karl Friedrich Gauss foi um matemático alemão que viveu de 1777 a 1855. Certo dia, quando Gauss era um estudante com menos de 10 anos de idade, seu professor, querendo manter o silêncio em sala de aula por um bom tempo, pediu que os alunos somassem todos os números de 1 a 100, isto é,  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100$ . Para surpresa do professor, depois de alguns minutos Gauss disse que a soma era 5 050. Veja seu raciocínio:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$$

Ele observou que eram sempre iguais a 101 as somas das seguintes duplas de números:

$$1 + 100 = 101 \quad \text{primeiro com último}$$

$$2 + 99 = 101, \quad \text{segundo com penúltimo}$$

E assim por diante.

Como a soma pedida tem 100 números, o total de duplas é 50, metade de 100. Ele concluiu, então, que a resposta podia ser obtida por uma simples multiplicação  $50 \times 101 = 5050$

As parcelas da soma de Gauss formam a P.A. ( 1, 2, 3, 4, ..., 100). Nela, o primeiro termo é  $a_1 = 1$ , o centésimo é  $a_{100} = 100$  e a razão,  $r = 1$ .

$$\text{Então } S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Atividade para fazer em dupla, com o acompanhamento do professor.

1 – Calcule a soma:

- Dos trinta primeiros termos da P.A. ( 4, 10, ...);
- Dos vinte primeiros termos de uma P.A. em que o 1º termo é  $a_1 = 17$  e  $r = 4$
- Dos 200 primeiros números pares positivos;
- Dos 50 primeiros múltiplos positivos de 5;

2 – Insira 7 meios aritméticos entre 20 e 68.

Como reforço indico o video aula Matemática - Aula 10 - Progressão Aritmética- Parte 3 – Final.Disponível em:< <http://www.youtube.com/watch?v=1C2-PtD8vLc>>

Atividade 4

Duração prevista: 150 minutos

Progressão geométrica- A expressão do termo geral de uma P.G. é obtida de maneira semelhante à da P.A. Lembre-se: na P.A., a razão é somada a cada termo; na P.G., a razão é multiplicada por cada termo.

Exemplos:

Sendo  $a_1 = 3$  e a razão  $q = 2$ , então

$$a_2 = a_1 \cdot q \Rightarrow a_2 = 3 \cdot 2 = 6$$

$$a_3 = a_2 \cdot q \Rightarrow a_3 = 6 \cdot 2 = 12$$

$$a_4 = a_3 \cdot q \Rightarrow a_4 = 12 \cdot 2 = 24$$

$$a_5 = a_4 \cdot q \Rightarrow a_5 = 24 \cdot 2 = 48$$

Assim, a P.G. será ( 3, 6, 12, 24, 48, ...).

Logo,  $a_n = a_{n-1} \cdot q$  (  $a_n$  é o enésimo termo, n é a posição do termo e q é a razão) e

para calcular a razão de uma P.G. basta fazer a operação inversa da formação , ou seja, dividir um termo ( a partir do segundo) pelo seu anterior.

Exercício

1 – Determine os 4 primeiros termos de uma P.G. de razão 4 e primeiro termo igual a 2.

2 – Calcule os 5 primeiros termos de uma P.G., dados  $a_1 = -5$  e  $q = -2$ .

3 – Determine a razão das seguintes P.G.

a) ( 3, 9, 27, 81)

b) ( 2, -6, 18, -54, ... )

c) ( 20, 10, 5,  $\frac{5}{2}$ , ... )

d) ( 3, 3, 3, 3, 3, ... )

Explicando a fórmula do termo geral da P.G.

Pela definição de P.G., temos:

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_2 \cdot q = (a_1 \cdot q) \cdot q = a_1 \cdot q^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot q = (a_1 \cdot q^2) \cdot q = a_1 \cdot q^3$$

$$a_5 = a_4 \cdot q = (a_1 \cdot q^3) \cdot q = a_1 \cdot q^4$$

$$a_6 = a_5 \cdot q = (a_1 \cdot q^4) \cdot q = a_1 \cdot q^5$$

E, de um modo genérico:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$  onde  $n$  é o número de termos da P.G.

4 – Em cada P.G., calcule o que se pede.

- a) P.G. ( 2, 6, 18, ... );  $a_8 = ?$
- b) P.G. ( 40, 20, 10, ... );  $a_7 = ?$
- c) P.G. em que  $a_3 = 9$  e  $a_6 = \frac{8}{3}$ ;  $q = ?$

Apresentação de um vídeo aula para introduzir matemática financeira e explicar fator de correção.

<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2011/10/saiba-como-usar-o-fator-multiplicativo-para-calculer-porcentagem.html>

Através de um exemplo dar ênfase na utilização da progressão geométrica no cálculo com porcentagem.

A população de um país é atualmente igual a  $P_0$  e cresce 3 % ao ano. Qual será a população desse país daqui  $t$  anos?

Como a população cresce 3 % ao ano, em cada ano a população é de 103% da população do ano anterior. Logo, a cada ano a população é multiplicada por  $103\% = 1,03$ .

Após  $t$  anos, a população será  $P_0 \cdot (1,03)^t$ .

Nesse caso, temos a P.G.  $P_0, P_0 \cdot (1,03), P_0 \cdot (1,03)^2, \dots, P_0 \cdot (1,03)^t, \dots$  de razão 1,03.

5 – Uma população de bactérias é atualmente dada por  $B_0$  e cresce 5% por minuto. Qual será essa população daqui a  $n$  minutos?

6 – Em janeiro deste ano, uma mineradora extraiu 200 toneladas de minério. Ela pretende extrair, a cada mês subsequente, 50% mais minério que no mês anterior.

- a) Mostre que as produções mensais forma uma P.G., e determine sua razão.
- b) Qual será a produção em abril?
- c) Qual será sua produção no enésimo mês do ano?

7 – No final de 2001, um carro usado valia R\$ 12.000,00. A cada ano, ele se desvaloriza 10%. Quanto ele valia no final de 2004?

Soma finita dos termos de uma P.G.

Podemos obter, também a soma dos  $n$  termos de uma P.G. finita, de forma bem simples. Não precisamos, para isso, conhecer os valores de todos os termos a serem somados.

Soma finita na P.G. constante ( $q=1$ )

Os termos de uma P.G. constante ( $q=1$ ) são todos iguais. Por isso, é extremamente simples calcular a soma de seus  $n$  primeiros termos.

Na P.G. infinita e constante (3, 3, 3, 3, ...), a soma dos 8 primeiros termos é  $8 \cdot 3 = 24$ ; a soma dos 20 primeiros é  $20 \cdot 3 = 60$ .

Soma finita na P.G. não constante ( $q \neq 1$ )

Vamos mostrar um jeito diferente de se obter a soma das potências de 2, com expoentes naturais de um até dez:  $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9 + 2^{10}$ .

Temos a soma dos 10 termos de uma P.G. O primeiro termo é  $a_1 = 2$  e a razão,  $q = 2$ . Chamando de  $S$  aquela soma, temos

$$S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9 + 2^{10} \quad (A)$$

Vamos, agora, multiplicar os dois membros da igualdade (A) pela razão  $q = 2$  da P.G.

$$2S = 2 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3 + \dots + 2 \cdot 2^9 + 2 \cdot 2^{10}$$

$$\Rightarrow 2S = 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9 + 2^{10} + 2^{11} \quad (B)$$

Compare as igualdades (A) e (B). As parcelas em destaque são exatamente iguais. Vamos subtrair, membro a membro, (B) - (A). Com isso, todas as parcelas em destaque vão desaparecer.

$$2S - S = 2^{11} - 2^1 \Rightarrow S = 2048 - 2 \Rightarrow S = 2046$$

Vamos utilizar esse mesmo raciocínio para obter uma fórmula geral, válida para qualquer P.G. não constante ( $q \neq 1$ ).

Se  $S_n$  é a soma de seus  $n$  primeiros termos.

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \quad (1)$$

Vamos multiplicar os dois membros da igualdade (1) pela razão  $q$ . Lembre-se: o produto de um termo pela razão é o termo seguinte.

$$qS_n = a_1 q + a_2 q + a_3 q + \dots + a_{n-1} q + a_n q \quad \text{ou}$$

$$qS_n = a_2 + a_3 + \dots + a_n + a_{n+1} \quad (2)$$

Vamos subtrair, membro a membro, (2) – (1), os termos em destaque serão cancelados. Lembrando que  $a_{n+1} = a_1 q^n$ , obtemos

$$qS_n - S_n = a_1 q^n - a_1 \Rightarrow S_n (q - 1) = a_1 (q^n - 1)$$

$$\text{Conclusão: } S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1} \quad (q \neq 1)$$

Para obter a soma dos n primeiros termos de uma P.G., só precisamos conhecer o primeiro termo, a razão e o total a serem somados.

Ex.: Calcular a soma dos oito primeiros termos da P.G. ( 2, 6, 18, ...), sem adicioná-los um a um.

Temos  $a_1 = 2$  e  $q = 3$ .

$$S_8 = \frac{a_1 (q^8 - 1)}{q - 1} = \frac{2(3^8 - 1)}{3 - 1} = 3^8 - 1 = 6560$$

1 – Em janeiro, uma empresa fabricou 20 000 unidades de um certo produto. Nos meses seguintes, a produção cresceu 10% ao mês. Qual será a produção acumulada de janeiro a abril?

A produção de cada mês é 110% da produção do mês anterior, ou seja, a produção do mês anterior, multiplicada por 1,1 (equivalente a 110%).

As produções mensais formam, portanto, uma P.G. em que  $a_1 = 20\,000$  e  $q = 1,1$ . Devemos calcular  $S_4$ , soma das produções nos 4 primeiros meses.

$$S_4 = ?$$

2 -Comprei um automóvel e vou pagá-lo em 7 prestações crescentes, de modo que a primeira prestação seja de 100 reais e cada uma das seguintes seja o dobro da anterior. Qual é o preço do automóvel?

3 -Trafegando por uma estrada, um motorista avista, de repente, um caminhão parado, impedindo totalmente a pista. Ele aciona os freios a 90 m do caminhão. A partir desse momento, ele percorre 16 m no primeiro segundo e, a cada segundo subsequente, 80% da distância percorrida no segundo anterior. Conseguirá o motorista evitar o acidente? Explique porquê.

## Atividade 5

Duração prevista: 50 minutos

Folha de atividade avaliativa

Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo e podendo consultar o caderno.

Aplicação de progressão aritmética



### Situação 1

•Está prevista, no acostamento de uma determinada rodovia, a instalação de placas que identificam a velocidade permitida nos respectivos trechos. Uma placa foi colocada na altura do quilômetro 44 e outra na altura do quilômetro 180. Serão colocadas mais 7 placas entre as já existentes, mantendo-se sempre a mesma distância entre duas placas consecutivas. Em quais quilômetros deverão ficar as novas placas?



### Situação 2

•Na compra de um carro usado, foi combinado, entre o vendedor e o comprador, que o pagamento da primeira parcela, no valor de R\$ 500,00, seria efetuado no ato da compra e, a partir da segunda parcela, o comprador pagaria R\$ 25,00 a mais que a parcela anterior. Quantas devem ser as parcelas pagas pelo comprador se a soma de todos os valores pagos resultam em R\$ 26.250,00?

Aplicação de progressão geométrica

# Situações 1 e 2



Uma determinada pessoa juntou suas economias durante 2 anos, conseguindo obter o valor de R\$ 35.000,00. Enquanto ela não sabe exatamente o que fazer com o dinheiro, decidiu investi-lo em uma Caderneta de Poupança. Se os rendimentos da Poupança são 0,5% a.m, qual será o montante investido após 1 ano?



Uma bola elástica cai de uma altura de 32 metros. Após cada batida no solo, a bola eleva-se a uma altura que corresponde a metade da altura atingida anteriormente. Qual foi o espaço percorrido pela bola até o instante em que ela bateu no solo pela 11ª vez?

## Atividade 6

Duração prevista: 100 minutos

Desenvolver com a turma o roteiro de ação 5 – Resolvendo problemas com matemática financeira.

A atividade será realizada em duplas com o acompanhamento do professor, após o termino das atividades o professor vai trocar as folhas entre as duplas e fazer a correção no quadro, explicando cada tópico e tirando as dúvidas.

Nessa atividade será avaliado o interesse do aluno, através da participação, comportamento e execução das tarefas.

## Avaliação

Durante todo o processo o professor vai observar as dificuldades dos alunos através da execução das atividades e acompanhar o aluno na execução da atividade procurando sanar as dúvidas e passar atividades extra caso seja necessário.

A 1º avaliação que será pontuada é a folha de atividades de P.A. e P.G. , que deverá ser feita em dupla, podendo o aluno pesquisar o seu material. ( valendo 8 pontos)

A 2º avaliação que também será feita em dupla é a aplicação do roteiro 5. (valendo 2 pontos.)

Através da correção das atividades será avaliado a necessidade de atividades de recuperação.

O somatório destas avaliações será somado à avaliação de prisma e cilindros, mais a avaliação bimestral e a prova do saerjinho, para tirar a média final do aluno.

## Referências Bibliográficas

DANTE,Luiz Roberto.*matemática – Contexto e Aplicações*.São Paulo:editora Ática,2011.3 vols.

FREITAS,Luciana Maria Tenuta;RUBIÓ,Angel Panadés.*MATEMÁTICA e suas tecnologias*.IBEP,2005.3 vols.

CECIERJ.Roteiros.Disponível em:<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/>Acesso em:27.04.2013.

G1 educação. Disponível em:<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2011/10/saiba-como-usar-o-fator-multiplicativo-para-calculer-porcentagem.html>Acesso em:07.05.2013.

Geometria fractal – Arte e Matemática em formas naturais.Disponível em:<<https://www.youtube.com/watch?v=YDhtL566M3U>>Acesso em :02.05.2013.

Matemática - Aula 10 - Progressão Aritmética- Parte 1.Disponível em:<http://www.youtube.com/watch?v=Bv8vRXpvp88>Acesso em:02.05.2013.

Matemática - Aula 10 - Progressão Aritmética- Parte 3 – Final.Disponível em:<<http://www.youtube.com/watch?v=1C2-PtD8vLc>>Acesso em:02.05.2013.