

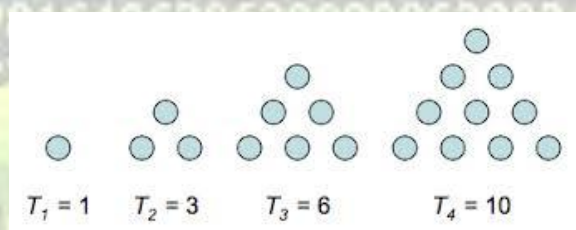
Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 2º Ano – 2º Bimestre/ 2013

Plano de Trabalho

Regularidades Numéricas- Sequências e Matemática Financeira



Tarefa 3

Cursista: Shirlei Oliveira Francisco Ximenes

Tutor: Cláudio Rocha de Jesus

Grupo: 1

Série: 2º ano do Ensino Médio

Sumário

Introdução.....3

Desenvolvimento..... 4

Avaliação..... 13

Fontes de Pesquisas..... 14

Introdução

De acordo com Gonçalves (2005), o conceito de juros surgiu naturalmente quando o homem começou a relacionar o dinheiro com o tempo. Os juros e os impostos existem desde quando se tem notícias das primeiras civilizações, os primeiros indícios foi na Babilônia no ano de 2000 a.C.

Muitos matemáticos estudaram sequências, dentre os quais pode-se destacar Leonardo de Pisa, mais conhecido como Fibonacci. A sequência de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181... , Segundo Silva é considerada uma das mais fascinantes descobertas da história. Esta sequência foi obtida a partir de observações feitas na evolução da população de um casal de coelhos.

Como podemos perceber Sequências e Matemática Financeira são temas da matemática que estão relacionados ao nosso cotidiano. Visto que através do conhecimento de sequências podemos resolver problemas como por exemplo calcular quantidades de bactérias após um determinado tempo . Também utilizamos a matemática financeira em muitas situações como na compra e venda de mercadorias, empréstimos, investimentos e etc.

Saber da necessidade do tema proposto faz com que o aluno aprenda com mais facilidade. Quando se ensina aos alunos temas que eles se identificam é muito mais prazeroso e o rendimento da turma é maior.

Desenvolvimento

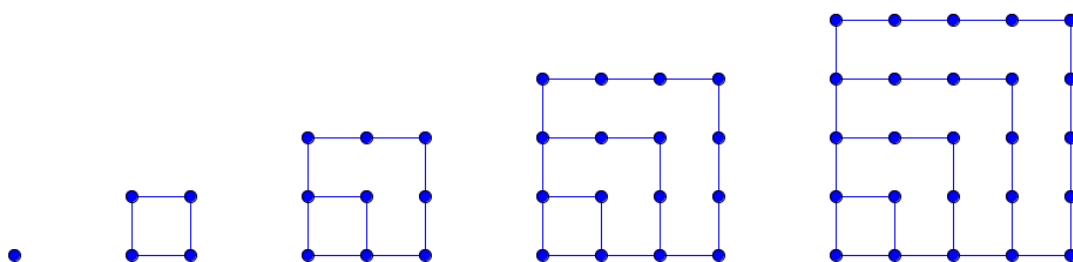
O plano de trabalho está organizado em três aulas. Na 1ª aula será utilizado parte da atividade do roteiro 1(Pitágoras e as Regularidades Numéricas) . Na 2ª aula será utilizada a atividade do roteiro 3 (Duas Situações e uma sequência especial) e na 3ª aula será utilizada a atividade do roteiro 5 (Resolvendo problemas com matemática financeira).

1ª aula: Atividade (Pitágoras e as Regularidades Numéricas)

- **Pré-requisitos:** Operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão).
- **Tempo de Duração:** 100 minutos.
- **Recursos Educacionais Utilizados:** Folha de atividades e caneta hidrográfica.
- **Organização da turma:** Turma disposta em duplas.
- **Objetivos:** Identificação de regularidades numéricas e entendimento da associação entre sequencias numéricas e a expressão algébrica de seu termo geral.
- **Metodologia adotada:** Serão distribuídas listas com a atividade, em que os alunos terão a oportunidade através das sequências de números quadrados e de números triangulares perceber suas regularidades e assim poder determinar seu termo geral.

Atividade: Pitágoras e as regularidades numéricas

1) A sequência de figuras abaixo representa o que podemos chamar de sequência dos números quadrados. Por que você acha que esses números eram chamados por esse nome? Escreva abaixo de cada figura o número correspondente.



2) Você saberia dizer quais são os números das outras posições? Qual seria o sexto termo? E o sétimo termo?

3) Para organizarmos melhor nosso pensamento, complete a tabela a seguir.

Posição	Termo da sequência
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	
7	
8	
9	
10	
14	
20	

4) Como poderia ser representado o número que estivesse na posição ? Tente escrever uma fórmula que o represente.

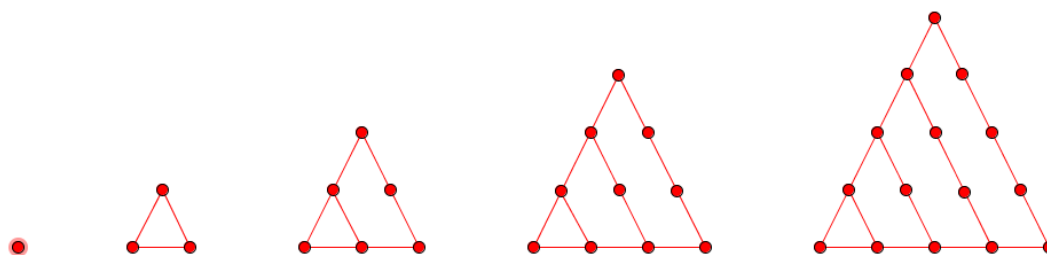
5) Descreva as sequências definidas abaixo pelos seus respectivos termos gerais, explicitando os seus quatro primeiros termos.

a) $a_n = n^3$

b) $b_n = 2n$

c) $c_n = 4n - 1$

Investiguemos outra importante sequência de números figurados, também estudada pelos Pitagóricos, os números triangulares.



6) Explícite os termos da sequência dos números triangulares de acordo com a figura.

7) Observe os números da sequência e, tentando encontrar algum padrão que possibilite descobrir o próximo termo da sequência, complete a tabela abaixo.

Posição(n)	Termo da sequência (T_n)
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15
6	
7	
8	
9	
10	
14	
20	

8) Generalize esse raciocínio, escrevendo uma sentença matemática para descobrir o número que ocupa a posição da sequência dos números triangulares.

9) Qual é o valor da soma dos termos equidistantes ao termo central, ou seja, qual é o resultado da soma do primeiro termo com o último, do segundo termo com o penúltimo, do terceiro termo com o antepenúltimo e assim sucessivamente?



10) Quantas são as parcelas da soma acima?

11) Agora que você já sabe quantas são as parcelas da soma acima e o valor de cada soma, escreva uma nova expressão para T_n .

2ª aula: Atividade (Duas situações e uma sequência especial)

- **Pré-requisitos:** Sequências numéricas.
- **Tempo de Duração:** 100 minutos.
- **Recursos Educacionais Utilizados:** Folha de atividades, lápis ou caneta e borracha.
- **Organização da turma:** Turma disposta em duplas.
- **Objetivos:** Entendimento das propriedades e conceitos relacionados às progressões aritméticas.
- **Metodologia adotada:** Esta atividade será realizada em sala de aula, serão distribuídas listas com a atividade para os alunos que estarão dispostos em dupla. Através de duas situações, os alunos terão a oportunidade de trabalhar progressão aritmética, podendo construir o termo geral da P.A., assim como a soma dos termos da P.A.

Atividade: Duas situações e uma sequência especial

	Situação 1 <ul style="list-style-type: none">• Está prevista, no acostamento de uma determinada rodovia, a instalação de placas que identificam a velocidade permitida nos respectivos trechos. Uma placa foi colocada na altura do quilômetro 44 e outra na altura do quilômetro 180. Serão colocadas mais 7 placas entre as já existentes, mantendo-se sempre a mesma distância entre duas placas consecutivas. Em quais quilômetros deverão ficar as novas placas?
	Situação 2 <ul style="list-style-type: none">• Na compra de um carro usado, foi combinado, entre o vendedor e o comprador, que o pagamento da primeira parcela, no valor de R\$ 500,00, seria efetuado no ato da compra e, a partir da segunda parcela, o comprador pagaria R\$ 25,00 a mais que a parcela anterior. Quantas devem ser as parcelas pagas pelo comprador se a soma de todos os valores pagos resultam em R\$ 26.250,00?

1) Após ler com atenção cada uma das situações, tente identificar as características principais de cada problema. Em sua visão, quais são as semelhanças entre os problemas? E em que eles se diferenciam?

Você deve ter percebido que as duas situações levam em consideração sequências numéricas e, mais especificamente, sequências que possuem uma

propriedade especial. Cada termo, a partir do segundo, é obtido por meio da soma do termo anterior com uma constante fixa. Toda sequência numérica que possui tal propriedade são chamadas de *Progressões Aritméticas* ou simplesmente, *PA*.

Existe uma expressão geral que possa caracterizar uma PA?

2) A partir do raciocínio ilustrado anteriormente pelo professor, complete os espaços em branco do esquema a seguir de maneira que o padrão possa ser mantido.

$$a_1 = a_0 + r$$

$$a_2 = a_1 + r = a_0 + \underline{\hspace{2cm}} r$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + 2r = a_0 + \underline{\hspace{2cm}} r$$

$$a_4 = a_3 + r = a_2 + 2r = a_1 + 3r = a_0 + \underline{\hspace{2cm}} r$$

3) Observando o padrão e dando continuidade a essa ideia, complete a expressão abaixo.

$$a_n = a_0 + \underline{\hspace{2cm}} r$$

4) Ao colocarmos os dados do problema em uma Progressão Aritmética qual seria o primeiro termo da sequência, ou seja, qual seria o valor de a_0 ?

5) Qual será a posição do número 180?

6) Tente escrever o termo geral desta sequência.

7) Uma vez que conhecemos o primeiro e o último termo da Progressão Aritmética, qual é o valor de sua razão?

8) Agora que você já conhece o primeiro termo e a razão, responda: Em quais quilômetros deverão ser colocadas as novas placas?

Ao retermos a Situação 2, vemos que podemos modelá-la por uma PA, pois o valor de cada prestação é a soma do valor da prestação anterior com 25. Contudo, a situação leva em consideração a soma de todas as parcelas. Surge, então, outra questão?

Existe uma expressão que forneça a soma de todos os termos de uma PA?

9) Escreva algumas Progressões Aritméticas e verifique se essa propriedade se aplica nelas. Converse com seu colega e verifique se ele chegou a mesma conclusão que você.

10) Considerando que os valores de cada prestação podem constituir-se em termos de uma PA, responda:

a) Qual será o primeiro termo da PA?

b) Qual será a razão da respectiva Progressão?

c) Qual é a soma dos termos da PA?

d) Qual será o valor da última prestação em função de n , ou seja, qual é o termo geral dessa PA?

11) Descubra o valor de n e resolva o problema.



3ª aula: Atividade (Resolvendo problemas com matemática financeira)

- **Pré-requisitos:** Porcentagem.
- **Tempo de Duração:** 100 minutos.
- **Recursos Educacionais Utilizados:** Folha de atividades, lápis, caneta, borracha e calculadora.
- **Organização da turma:** Turma disposta em duplas.
- **Objetivos:** Entendimento sobre os conceitos de juros simples e compostos. Resolução de problemas com o uso da matemática financeira.
- **Metodologia adotada:** Esta atividade será realizada na sala de aula, serão distribuídas listas com a atividade para os alunos que estarão dispostos em duplas. Com esta atividade os alunos terão a oportunidade de resolver quatro problemas que envolvem juros simples e compostos.

Atividade: Resolvendo problemas com matemática financeira

- Uma pessoa toma um empréstimo no valor de R\$ 100,00. E foi combinado que o empréstimo seria quitado ao final de dois meses, com taxa de juros de 10% a.m. Qual será o valor a ser pago para a quitação do empréstimo?

Problema1



1) Tente resolver o problema 1 acima e compare a sua resposta com a de seu colega. Vocês chegaram a mesma conclusão?

2) Agora, calcule o valor a ser pago por um título de R\$ 100,00, seis dias após o vencimento, sabendo-se que a taxa de juros do título é de 12% a.m.

Problema 2:

1) Complete a tabela a seguir, sabendo-se que Rodrigo tomou um empréstimo de R\$ 1.000,00 com uma taxa de juros de 15% a.m.

Mês	Dívida	Razão entre a dívida de um mês e a do mês anterior
0	1000,00	
1		
2		
3		
4		

2) Ao realizar os cálculos e preencher a tabela, o que você percebeu com relação aos números da terceira coluna da tabela?

3) No mês 0 a dívida era de R\$ 1.000,00, para obter o valor da dívida no mês 1, devo fazer a multiplicação de R\$ 1.000,00 por qual número?

4) No mês 2 a dívida era de R\$ 1.322,50, para calcular o valor da dívida no mês anterior, ou seja, no mês 1, devo efetuar a divisão de R\$ 1.322,50 por qual número?

5) Assim, no sistema de Juros Compostos de taxa i , um valor M_0 transforma-se, após um período de tempo, em _____.

6) Analogamente, no sistema de Juros Compostos de taxa i , um valor futuro M_1 deve ser dividido por _____, para que se descubra o valor atual M_0 .

7) Para obter o valor futuro, depois de um período de tempo, basta multiplicar o valor atual por _____.

8) Para obter o valor atual, em um período de tempo, basta dividir o valor do valor futuro por _____.

- João tomou uma dívida emprestada no mês de junho com a taxa de juros de 5% a.m. No entanto, espantou-se ao perceber que sua dívida no mês de outubro já era de R\$ 6.685,28.

Problema 3



Considerando que não foram efetuados pagamentos relativos a essa dívida, preencha a tabela abaixo e calcule qual foi o valor emprestado no mês de junho.

Mês	Dívida
JUNHO	
JULHO	
AGOSTO	
SETEMBRO	
OUTUBRO	6685,28
NOVEMBRO	
DEZEMBRO	

• Uma pessoa ao receber sua fatura de cartão de crédito viu a seguinte proposta de empréstimo:
"Agora seu cartão Matemacard tem mais uma facilidade! Neste mês, você pode parcelar sua fatura a uma taxa de 4,9% a.m e Custo Efetivo Total de 87,23% a.a"

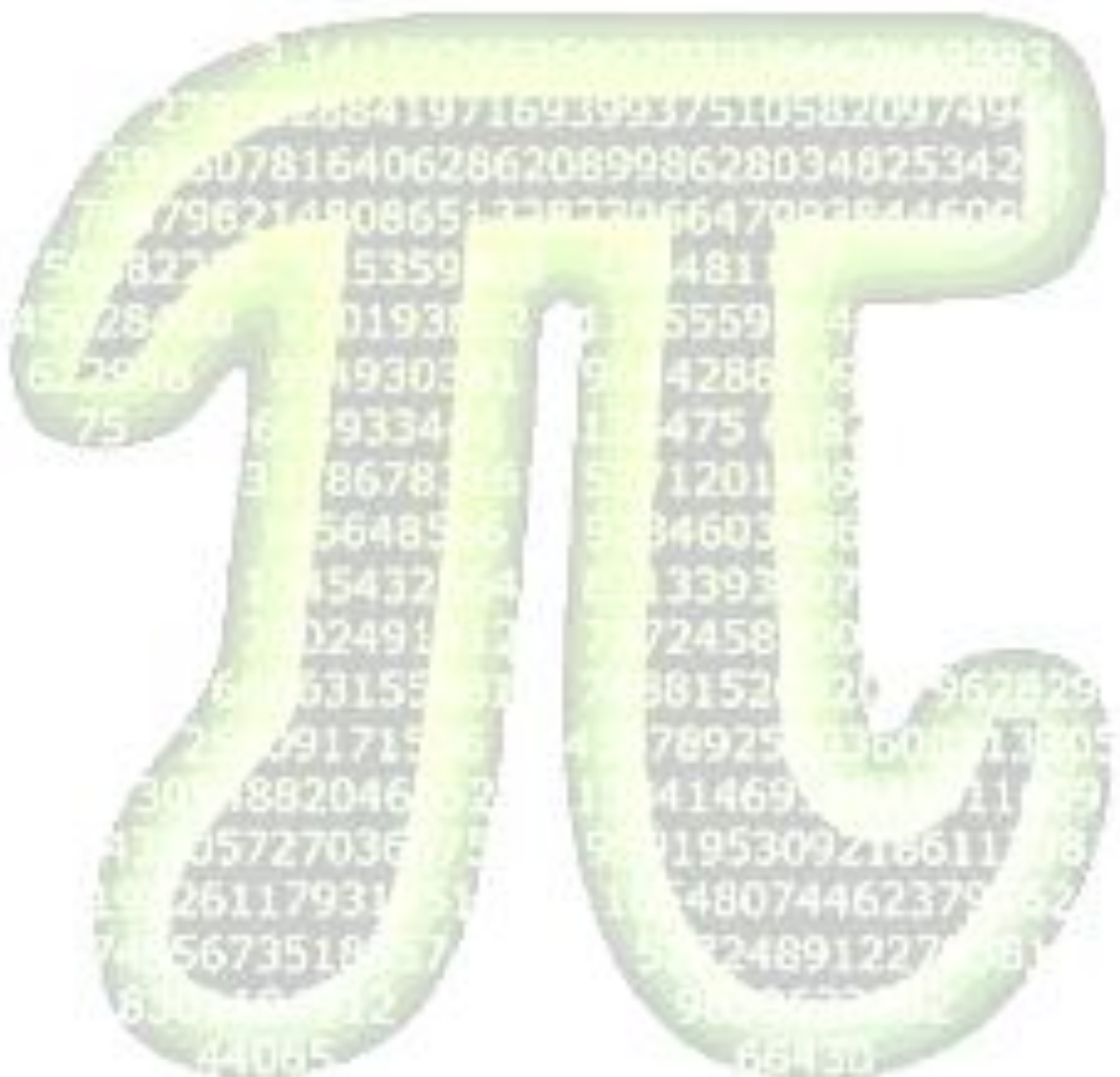
Problema 4



- 1) Uma taxa de juros de 4,9% a.m gera uma taxa anual maior, menor ou igual a 87,23%? Por quê?
- 2) O que, em sua opinião, pode ocasionar o fato de a taxa anual ser diferente do Custo Efetivo Total?

Avaliação

Continua, observando o desenvolvimento dos alunos no decorrer das aulas. Verificando se os alunos estão prestando atenção, se estão concentrados, se estão fazendo as atividades, se estão interagindo com os colegas, se estão fazendo corretamente as atividades.



Referências Bibliográficas

TEXTOS E ROTEIROS DE AÇÃO – **Regularidades Numéricas- Sequências e Matemática Financeira** – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013. Disponível em: <<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>> Acesso em: 05 abr. 2013.

SILVA, Marcos Noé Pedro. **Sequência de Fibonacci**. Disponível em: <<http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/sequencia-fibonacci.htm>> Acesso em: 14 maio. 2013.

GONÇALVES, Jean Piton. **A história da matemática comercial e financeira**. 2005. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php>> Acesso em: 14 maio. 2013.

