PLANO DE TRABALHO

3º ANO – 2º BIMESTRE/2013

ESTATÍSTICA

REFORMULADO

ROSANA DA PREZA MARTINS

TUTOR: EDESON

No início do estudo de estatística, verifiquei a necessidade da realização de mais exercícios sobre porcentagem e regra de três; foram aparecendo dúvidas que foram sanadas com os exercícios.

Para o desenvolvimento do tema utilizei a História da Matemática e pesquisas de coletas de dados que não foram todas como planejei. Para mostrar situações problema do dia a dia dos alunos, o trabalho de pesquisa em grupos e laboratório de informática com recursos computacionais e multimídias para auxiliar na compreensão desse conteúdo são muito importantes. Esses recursos poderiam ser mais explorados, mas o tempo é nosso inimigo. Gostaria também de ter resolvido maiores quantidades de questões do SAERJ, Enem, mas não consegui. Preparei então uma apostila com exercícios para que os mais interessados tentassem resolver e tirassem dúvidas.

Assim como os outros conteúdos, a Estatística principalmente, sofreu modificações em minhas aulas graças aos nossos fóruns, Plano de ação, tarefas, Tutores e as várias dicas sugeridas no decorrer do mesmo, pois deixei de trabalhar quase exclusivamente com o livro didático e passei a utilizar dados reais extraídos de sites de pesquisas.

Busquei novas maneiras de trabalhar com os problemas encontrados no dia-a-dia, bem contextualizados, pois acho que a Matemática ensinada de forma contextualizada favorece uma ligação entre o conhecimento obtido em sala de aula com a realidade do estudante.

Por ser o planejamento algo não engessado, pelo contrário, ele é dinâmico e nós temos que estar sempre preparados para a mudança, lancei uma atividade de pesquisa que estava dentro do dia a dia dos meus alunos, que é o evento mundial católico(JMJ) que será em nosso bairro. O resultado não foi como eu esperava pois as turmas do noturno sentiram dificuldades de tempo, pois a maioria trabalha de dia.

Apesar de todas as dificuldades, houve um grande aperfeiçoamento na minha apresentação do conteúdo. Começando pelo PT, que apesar de um tanto trabalhoso, foi gratificante, pois as aulas ficaram mais dinâmicas e atrativas. claro que isso a custo de pesquisas e principalmente, tempo de planejamento. Meus alunos, após as aulas, conseguiram atingir grande parte dos objetivos e como a avaliação foi feita principalmente pelo envolvimento, participação e interesse demonstrado pelos alunos, exigindo por todo o desenvolvimento a apresentação dos resultados obtidos, os objetivos foram satisfatórios.

Introdução

A palavra Estatística, do latim Status (estado, situação), por muito tempo foi entendida como ciência dos negócios do Estado. Isso porque, na antiguidade, os governos tinham interesse de registrar o número de habitantes, de nascimentos, de óbitos, e também de estimar as riquezas individual e social. Uma das finalidades era conhecer o número de guerreiros que eventualmente estariam disponíveis para a guerra. Outro objetivo era cobrar imposto.

De origem muito antiga, a Estatística é um ramo da Matemática que desenvolveu um conjunto de técnicas e métodos de pesquisa que, entre outras coisas, envolve o planejamento do experimento que será realizado, a coleta organizada de dados, o processamento e a análise das informações obtidas por meio do experimento e permite conclusões que podem orientar a tomada de uma decisão.

Em diversas reportagens de jornais e revistas, em pesquisas de opinião, em recenseamentos, em ciências tais como Geografia, Economia e Medicina, são utilizados números para descrever e representar fatos observados. Esses números assim utilizados são chamados dados estatísticos.

Hoje, a Estatística está presente em quase todas as atividades do homem e alcançou grande desenvolvimento a partir das máquinas de calcular e dos computadores, que agilizam o cálculo matemático.

O que o aluno poderá aprender com estas aulas

- Desvincular o cálculo de estatística do conceito de um cálculo "pesado" e complicado.
- Desenvolver os procedimentos estatísticos da pesquisa científica: formular hipóteses, coletar, tratar e analisar dados, elaborar e comunicar os resultados.
- Analisar a adequação das medidas de tendência central de pesquisa (média, mediana e moda) à natureza dos dados.
- Observar a aplicação dos dados estatísticos no mundo em que vivemos, reconhecendo assim, a importância da estatística.
- Interpretar dados estatísticos apresentados por meio de tabelas e gráficos.
- Construir corretamente uma tabela a partir de um levantamento de dados.
- Resolver problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. (D34)
- Construir e analisar com os dados estatísticos gráficos de linha, barras, colunas, pictograma e setores.
– Identificar um gráfico que representa uma situação descrita em um texto. (D21)
– Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa. (D35)
– Compreender os conceitos básicos de estatística: população, amostra, frequência absoluta e frequência relativa.

Estratégias e recursos da aula

A disciplina será conduzida primeiramente, com uma revisão sobre porcentagem e regra de três para então, seguir através da exposição da matéria, discussão do conteúdo programático e de exemplos ilustrativos. Sempre que possível, as exposições serão auxiliadas com recursos visuais, especialmente por vídeo, Data Show e laboratório de informática, aproveitando as dicas do roteiro de ação 4(Buscando e extraindo informações) e roteiro de ação 6 (medidas de dispersão).

O trabalho será realizado em pequenos grupos, tendo em vista que os alunos devem ter em mente que diferenças individuais sempre ocorrerão e, por isso mesmo, a colaboração de todos é necessária para a compreensão do conteúdo estudado.

Pesquisas, coletas de dados e construção de gráficos com assuntos atuais e voltados para o dia a dia dos alunos. O assunto atual pesquisado foi “A visita do Papa Francisco ao Rio de Janeiro”, evento mundial, que será acerca de 500 metros da nossa escola e está movimentando o bairro.

As turmas foram divididas em grupos, que fizeram a coleta dos dados para a construção das tabelas e gráficos. Após isso, tivemos um momento para a apresentação do trabalho dos grupos aos seus colegas e por fim, um fechamento conjunto entre a professora e seus alunos.

DESENVOLVIMENTO

Aprenderemos agora, a organizar um grupo de dados em tabelas e a construir gráficos.

Em diversas reportagens de jornais e revistas, previsão do tempo, os resultados de pesquisas eleitorais em pesquisas de opinião, em recenseamentos, em ciências tais como Geografia, Economia e Medicina, são utilizados números para descrever e representar fatos observados. Esses números assim utilizados são chamados **dados estatísticos**.

Vocabulário estatístico

POPULAÇÃO – é o conjunto de elementos a serem observados.
INDIVÍDUO – é todo elemento da população

Muitas vezes, quando queremos realizar um estudo estatístico, não é possível analisar toda a população envolvida com o fato que pretendemos investigar. Quando isso ocorre, utilizamos uma **amostra** da população para conseguir os dados que desejamos.

AMOSTRA é um subconjunto finito de uma população.

Exemplos:

POPULAÇÃO ESTATÍSTICA	INDUVÍDUO (UNIDADE ESTATÍSTICA)
48 alunos que estudam na 5ª série de uma escola	Cada aluno que estuda na 5ª série dessa escola
Clubes campeões paulistas de futebol	Cada clube campeão paulista de futebol

Cada um dos itens levantados em uma pesquisa – os quais permitirão fazer a análise desejada – é denominado variável. Portanto, a variável é a característica ou a propriedade que será estudada, ou observada, na população.

Há duas formas de representar dados estatísticos: por meio de **tabelas** ou de **gráficos.**
As tabelas resumem um conjunto de observações em um quadro. Veja o exemplo:

Consumo de água em uma residência

mês	Consumo (m^3)	mês	Consumo (m^3)
Janeiro	20	Maio	19
Fevereiro	18	Junho	15
Março	21	Julho	14
Abril	17	Agosto	16

Fatura de água

Elementos importantes na tabela:

Título – pois fornece informações sobre o que está sendo representado.

Cabeçalho – especifica o conteúdo das colunas.

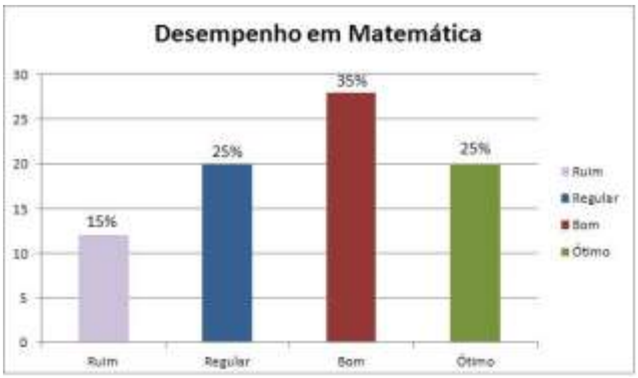
Fonte – indica onde foram coletados os gráficos.

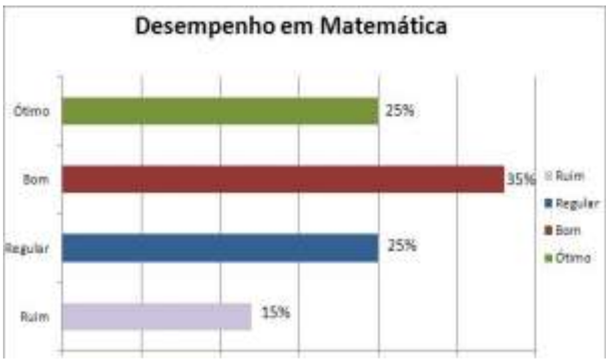
GRÁFICOS

Os **gráficos** estão presentes em diversos veículos de comunicação (jornais, revistas, internet), sendo associados aos mais variados assuntos do nosso dia a dia. Utiliza variados recursos visuais para apresentar os dados de uma pesquisa de maneira atraente, possibilitando ao leitor compreender e comparar esses dados rapidamente.

Vejamos os principais tipos de gráficos

- **BARRAS VERTICAIS (COLUNAS) E BARRAS HORIZONTAIS**
  Os gráficos de barras são muito usados para comparar quantidades.
  As barras podem aparecer na vertical ou na horizontal, quando também são chamadas de colunas. Seja na horizontal ou na vertical, quanto maior o comprimento de uma barra, maior o valor que representa.
  Quanto menor o comprimento de uma barra menos valor ela tem. A não ser que esteja representando números negativos, esta regra é aplicável.



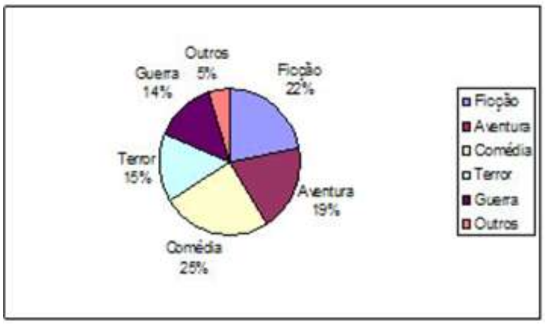


- **SETORES**

Objetivos: expressar as informações em uma circunferência fracionada. É um gráfico muito usado na demonstração de dados percentuais. Exemplos:

a) O gráfico a seguir mostrará a preferência dos clientes de uma locadora quanto ao gênero dos filmes locados durante a semana.

Gênero	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Ficção	88	22%
Aventura	76	19%
Comédia	100	25%
Terror	60	15%
Guerra	56	14%
Outros	20	5%
	400	100%



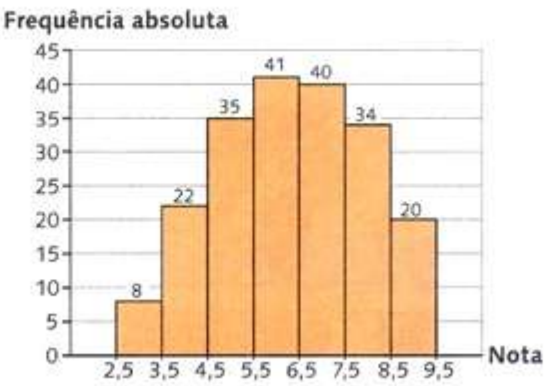
b) O gráfico mostra o desempenho de alguns alunos em matemática.

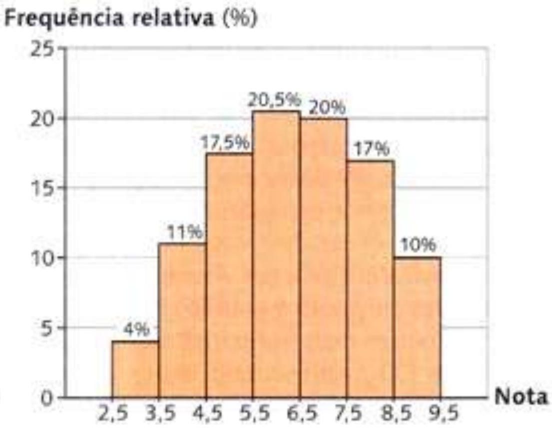
Desempenho em Matemática	FA (freqüência absoluta)	FR (freqüência relativa)
Ruim	12	15%
Regular	20	25%
Bom	28	35%
Ótimo	20	25%
Total	80	100%

- **LINHA**

  É utilizado para representar o crescimento ou o decrescimento de uma variável.

- **HISTOGRAMA**



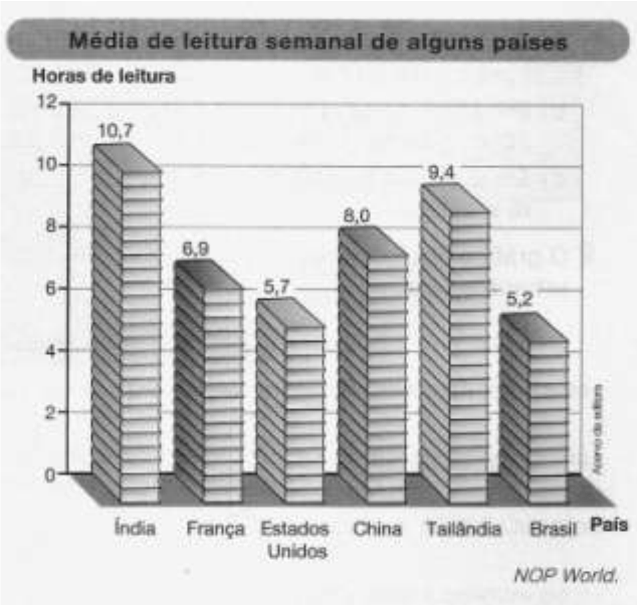


- **PICTOGRAMA**

É um gráfico representado por símbolos em vez de valores.

Nos **pictogramas** utiliza-se um símbolo sugestivo em relação ao tema em estudo.

Exemplos:



DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS

Frequência absoluta de um acontecimento é o número de vezes que ele é observado. Representamos por f.

Frequência relativa de um acontecimento é a razão entre sua frequência absoluta e o número de elementos da população. Representamos por fr .

Vejamos os exemplos:

<u>Exemplo1</u>

Uma professora organizou os resultados obtidos em uma prova como no quadro abaixo.

4,0	5,0	7,0	9,0	9,0
4,0	5,0	7,0	9,0	9,0
4,0	5,0	7,0	9,0	9,0
4,0	6,0	8,0	9,0	9,0
4,0	6,0	8,0	9,0	9,0

Para fazer uma representação gráfica para analisar o desempenho da turma, ela irá fazer uma tabulação dos dados, ou seja, organizá-los de modo que a consulta a eles seja simplificada, conforme a tabela.

Nota	Nº de alunos
4,0	5
5,0	3
6,0	2
7,0	3
8,0	2
9,0	10
Total	25

Essa forma de organizar dados é conhecida como distribuição de frequências e o número de vezes que um dado aparece é chamado frequência absoluta. Representamos a frequência absoluta por f .

a) A frequência absoluta da nota 4,0 é 5.
b) A frequência da nota 9,0 é 10.

Para representar graficamente as frequências absolutas, podemos recorrer a um gráfico de colunas.

A professora poderia também calcular o percentual que o número de alunos com cada nota representa no total dos alunos. Nesse caso, ela estaria calculando a frequência relativa com que as notas aparecem.

Frequência relativa é o quociente entre a frequência absoluta e o número de elementos da população. Representamos a frequência relativa por fr .

a) a frequência relativa da nota 4,0 é

$$fr = \frac{5}{25} = 0{,}2 = 20\%$$

b) A frequência relativa da nota 5,0 é

$$fr = \frac{3}{25} = 0{,}12 = 12\%$$

Nota	f	fr (%)
4,0	5	20
5,0	3	12
6,0	2	8
7,0	3	12
8,0	2	8
9,0	10	40
Total	25	100

A tabela mostra a frequência relativa de cada uma das notas.

Podemos representar as frequências relativas por meio de um gráfico de setores ou em colunas, como nas figuras.

Exemplo 2

Vamos construir a tabela de frequência completa e o gráfico de setores para a variável "estado civil" .

Estado civil	Frequência absoluta (Fa)	Frequência relativa (Fr)	Porcentagem (%)
solteira	8	$\frac{8}{25} = 0{,}32$	32
casada	12	$\frac{12}{25} = 0{,}48$	48
viúva	2	$\frac{2}{25} = 0{,}08$	8
divorciada	3	$\frac{3}{25} = 0{,}12$	12
Total	25	1,00	100

Observações importantes:

- A soma das frequência relativas correspondentes aos valores assumidos por uma variável é sempre igual a 1.
- A soma das porcentagens é sempre igual a 100%

Exemplo 3

Numa favela com mais de 50 000 moradores, foi feita uma pesquisa com um grupo de 20 pessoas sobre qual dos problemas: habitação, educação, segurança ou saúde era para eles o mais crítico. A lista abaixo é o resultado da é o resultado da pesquisa:

Habitação	Segurança	Habitação	Segurança	Segurança
Saúde	Habitação	Segurança	Segurança	Segurança
Educação	Saúde	Segurança	Habitação	Segurança
Educação	Segurança	Saúde	Saúde	Segurança

Complete a tabela completa para a variável “problema mais crítico em uma favela”.

Problema	F absoluta	F. relativa	T. percentual	Graus
Habitação	4	4/20	20%	
Segurança	10	10/20	50%	
Saúde	4	4/20	20%	
Educação	2	2/20	10%	
	20	1	100%	

HABITAÇÃO $\frac{4}{20} x\, 100 = \frac{400}{20} = 20\%$

SEGURANÇA $\frac{10}{20} x\, 100 = \frac{1000}{20} = 50\%$

SAÚDE $\frac{4}{20} x\, 100 = \frac{400}{20} = 20\%$

EDUCAÇÃO $\frac{2}{20} x\, 100 = \frac{200}{20} = 10\%$

Exemplo 4

Uma loja de produtos de informática resolveu fazer uma pesquisa com seus 200 clientes adolescentes, entre 11 e 17 anos, para saber a idade da maioria deles. Para isso, selecionou, aleatoriamente, uma amostra de 25 clientes. As idades dos componentes da amostra eram: 12, 13, 14, 13, 12, 13, 12, 13, 14, 14, 14, 15, 13, 14, 15, 15, 16, 12, 13, 14, 14, 16, 13, 14, 12.

a) Qual a idade mais frequente, segundo a amostra?
Analisando a tabela, observamos que a maioria dos entrevistados tem 14 anos.

Idade	Nº de clientes
12	5
13	7
14	8
15	3
16	2
Total	25

b) Construa um gráfico em setores para representar a frequência relativa das idades.
Para construir o gráfico em setores, precisamos calcular as frequências relativas.

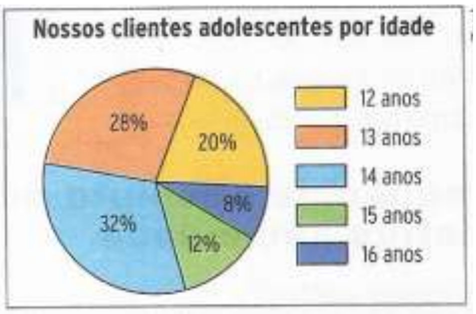
Idade	f	fr (%)
12	5	20
13	7	28
14	8	32
15	3	12
16	2	8
Total	25	100

Construímos o gráfico calculando os ângulos correspondentes a cada frequência através da regra de três:

12 anos	**13 anos**	**14 anos**
360° ________ 100%	360° _______ 100%	360° _________ 100%
X ________ 20%	x _______ 28%	x _________ 32%
X = 72°	**x = 101°**	**x = 115°**

---

15 anos	**16 anos**
360° ________100%	360° ________ 100%
X ________ 12%	x ________ 8%
X = 43°	**x = 29°**



c) Quantos clientes têm idade inferior a 15 anos?

Para responder a essa pergunta, devemos calcular a frequência absoluta acumulada somando as frequências absolutas dos dados anteriores à idade de 15 anos.

fa = 5 + 7 + 8 = 20

Portanto, 20 clientes têm idade inferior a 15 anos.

d) Qual a porcentagem de clientes que têm idade igual ou inferior a 15 anos?

Para encontrar essa resposta calculamos a frequência relativa acumulada.

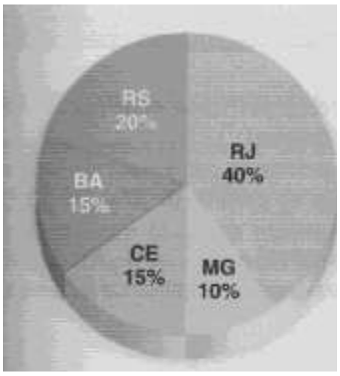
$$fra = \frac{5+7+8+3}{25} = 0{,}92 \ \ ou\ 92\%$$

Portanto, 92% dos clientes da amostra têm idade igual ou inferior a 15 anos.

EXERCÍCIOS

01) Com o objetivo de divulgar um de seus produtos, determinada indústria entrevistou 600 pessoas para saber qual o veículo de informação (jornal, rádio, computador e televisão) era mais utilizado por elas. Dentre os entrevistados, 72 preferiram jornal, 42 rádio, 210 computador e 276 televisões. Construa uma tabela relacionando os quatro veículos de informação, a frequência, a porcentagem e o gráfico de setores.

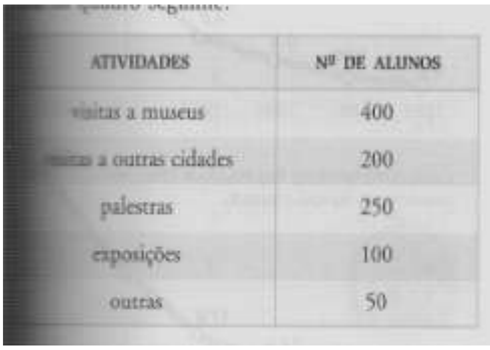
02) O gráfico a seguir mostra em quais estados brasileiros os alunos de uma escola de São Paulo, que viajaram, passaram suas férias.



a) Que estado recebeu o maior número de alunos?

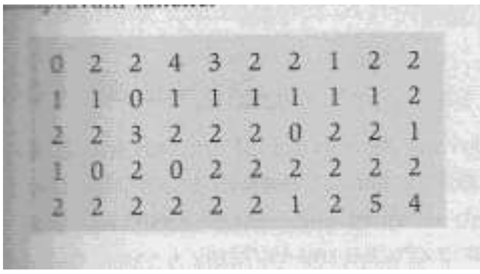
b) Se 120 alunos foram para o Rio de Janeiro, quantos alunos passaram férias em Minas Gerais?

03) Uma pesquisa sobre atividades culturais extraclasse foi feita entre 1000 alunos de uma escola. O resultado está no quadro seguinte:
Complete a tabela com a porcentagem e faça o gráfico de setores.



ATIVIDADES	Nº DE ALUNOS
visitas a museus	400
visitas a outras cidades	200
palestras	250
exposições	100
outras	50

04) A cantina da escola selecionou 50 alunos ao acaso e verificou o número de vezes por semana que eles compravam lanche.



0	2	2	4	3	2	2	1	2	2
1	1	0	1	1	1	1	1	1	2
2	2	3	2	2	2	0	2	2	1
1	0	2	0	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	1	2	5	4

a) Construa uma tabela de distribuição de frequências com esses dados.

b) Quantos alunos compram pelo menos 1 lanche por semana?

MEDIDA DE TENDÊNCIA CENTRAL

A moda e a mediana são, assim como a média, *medidas de tendência central* de um conjunto de dados. São chamadas também de *medidas de posição*, pois servem para "resumir", em apenas uma informação, a característica desse conjunto de dados.

MÉDIA ARITMÉTICA(simples) : é a medida de tendência central mais simples e conhecida. Mostra a soma de todas as observações (dados) dividida pelo número de observações.

Por exemplo, se uma empresa vende por dia 10, 14, 13, 15, 16, 18 e 12 kg, qual a venda média diária na semana:

$$x = \frac{(10 + 14 + 13 + 15 + 16 + 18 + 12)}{7} = 14kg$$

MÉDIA ARITMÉTICA (PONDERADA) :

Consideremos que um professor informe a classe de que haverá dois exames parciais, valendo cada um 30% da nota e um exame final valendo 40%, portanto, 3 notas. Um aluno obtém 7 na primeira avaliação, 6,5 na segunda e 8,0 no exame final. Qual a média final do aluno?

$$\text{Média ponderada final} = \frac{7{,}0 \times 0{,}30 + 6{,}5 \times 0{,}30 + 8{,}0 \times 0{,}40}{0{,}30 + 0{,}30 + 0{,}40\ (=1)} = 7{,}25$$

ou

$$\text{Média ponderada final} = \frac{7{,}0 \times 3 + 6{,}5 \times 3 + 8{,}0 \times 4}{3 + 3 + 4\ (=10)} = 72{,}5$$

ou

$$\text{Média ponderada final} = \frac{7{,}0 \times 30 + 6{,}5 \times 30 + 8{,}0 \times 40}{30 + 30 + 40\ (=100)} = 725{,}0$$

MODA

É a medida de tendência central que consiste no valor observado com mais frequência em um conjunto de dados. Exemplos:

a) Se um determinado time fez, em dez partidas, a seguinte quantidade de gols: 3, 2, 0, 3, 0, 4, 3, 2, 1, 3, 1; a moda desse conjunto é de 3 gols.

b) Se uma linha de ônibus registra, em quinze ocasiões, os tempos de viagens, em minutos: 52, 50, 55, 53, 61, 52, 52, 59, 55, 54, 53, 52, 50, 51, 60; a moda desse conjunto é de 52 minutos.

c) As alturas de um grupo de pessoas são: 1,82 m; 1,75 m; 1,65 m; 1,58 m; 1,70 m. Nesse caso, não há moda, porque nenhum valor se repete.

d) Em alguns casos pode haver dois ou mais valores. Dizemos, então, que a série tem dois ou mais valores modais.

Ex: (2 , 3 , <u>4</u> , <u>4</u> , <u>4</u> , 5 , 6 , <u>7</u> , <u>7</u> , <u>7</u> , 8 , 9) apresenta duas modas: 4 e 7. A série é bimodal.

MEDIANA

É uma medida de tendência central que indica exatamente o valor central de uma amostra de dados. Exemplos:

a) As notas de um aluno em um semestre da faculdade, colocadas em ordem crescente, foram: 4,0; 4,0; 5,0; 7,0; 7,0. São cinco notas. A mediana é o valor que está no centro da amostra, ou seja, 5,0.

b) A quantidade de hotéis 3 estrelas espalhados pelas cidades do litoral de um determinado Estado é: 1, 2, 3, 3, 5, 7, 8, 10, 10, 10. Como a amostra possui dez valores e, portanto, não há um valor central, calculamos a mediana tirando a média dos dois valores centrais: $\frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} = 6$ (mediana)

Assim, há exatamente 50% das cidades com mais de 6 hotéis três estrelas e 50% das cidades com menos de 6 hotéis três estrelas.

Dessa forma, podemos resumir o cálculo da mediana da seguinte forma:

- os valores da amostra devem ser colocados em ordem crescente ou decrescente;
- se a quantidade de valores da amostra for ímpar, a mediana é o valor central da amostra. Nesse caso, há a mesma quantidade de valores acima e abaixo desse valor;
- se a quantidade de valores da amostra for par, é preciso tirar a média dos valores centrais para calcular a mediana. Nesse caso, 50% dos valores da amostra estão abaixo e 50% dos valores da amostra estão acima desse valor.

c) Dada uma série de dados não agrupado (5, 2, 6, 13, 9, 15, 10), de acordo com a definição de mediana, o primeiro passo a ser dado é o da ordenação (crescente ou decrescente) dos valores (2, 5, 6, 9, 10, 13, 15). O valor que divide a série acima em duas partes iguais, mediana, é igual a 9.

Ex: Calcule a mediana da série (3, 5, 5, 6, 7, 8, 9, 9)

A mediana no exemplo será a média aritmética do 4º e 5º termos da série, ou seja, (6+7)/2 = 6,5.

EXERCÍCIOS

01) Os dados referem-se a uma pesquisa em um determinado grupo de pessoas. Eles estão apresentados na tabelas e no gráfico a seguir.

Tipo sanguíneo	Número de indivíduos
O	805
A	479
B	198
AB	70

Olhando a tabela e o gráfico de colunas percebemos que há maior frequência nas pessoas que representam determinado tipo de sangue. Portanto, a **moda** dessa amostra é o sangue tipo:

a) O b) A c) B d) AB

02) Comprei **5** doces a **R$ 1,80** cada um, **3** doces a **R$ 1,50** e **2** doces a **R$ 2,00** cada. O preço médio, por doce, foi:
a) R$ 1,75 b) R$ 1,85 c) R$ 1,93 d) R$ 2,00 e) R$ 2,40

03) (FUVEST) Sabe-se que a média aritmética de **5** números inteiros distintos, estritamente positivos, é **16.** O maior valor que um desses inteiros pode assumir é:

a) 16 b) 20 c) 50 d) 70 e) 100

04) Um comerciante pretende misturar 30 kg de um produto A, que custa R$ 6,80/kg com um produto B que custa R$ 4,00/kg para obter um produto de qualidade intermediária que custe

R$ 6,00/kg. Quantos quilogramas do produto B serão utilizados nesta mistura?

a) 15 .b) 12 c) 10 d) 8 e) 7

05) Os números abaixo referem-se aos gols marcados nas 11 partidas da primeira rodada do campeonato brasileiro de futebol:

0 - 5 - 2 - 1 - 1 - 0 - 1 - 0 - 0 - 2 - 3

Calcule a mediana e a moda dos números de gols.

06) Uma companhia aérea, a pedido de um engenheiro da aeronáutica, registrou os tempos de dez voos entre São Paulo de Rio de Janeiro. Os tempos registrados (em minutos) são dados a seguir:

48 - 51 - 49 - 51 - 50 - 50 - 53 - 52 - 48 - 50

Calcule a mediana e a moda desses números.

07) Se um aluno já fez dois trabalhos e obteve 8,0 e 5,0, qual deve ser a nota do terceiro trabalho para que a média aritmética dos três seja 7,0 ?

08) Numa prova de matemática da turma de João os resultados foram os seguintes:

Nº de alunos	Notas
6	10,0
4	5,0
4	3,0
8	5,0

Determine a média das notas dessa turma.

09) O salário-dia de cinco funcionários de uma companhia, por hora, são:

R$ 45,00; R$55,00; R$ 38,00; R$ 50,00 e R$42,00

Determine a média dos salários-hora.

Medidas de Dispersão - Variância e Desvio Padrão

A **variância (*Var*)** e o **Desvio Padrão (*S*)** são medidas que nos dão informações complementares às de tendência central, são chamadas *medidas de dispersão*. Há situações em que as medidas de tendência central, como a média, a moda e a mediana, não são as mais adequadas para a análise de uma amostra de valores. Nesses casos, é necessário utilizar as medidas de dispersão.
A variância e o desvio padrão são descritos, respectivamente, por:

$$Var = \frac{\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n}$$

$$S = \sqrt{Var}$$

Vejamos:

Considere uma escola que deseja ajudar alunos de uma turma com dificuldade em uma determinada matéria, por meio de um projeto específico de acompanhamento desses alunos. Sabendo somente que a média dos alunos dessa turma na referida matéria foi por volta de 6,0, ela não terá informações suficientes para fazer um projeto que atenda adequadamente os alunos com dificuldades. Nesse caso, interessa saber mais sobre os alunos que ficaram abaixo dessa média.
Para situações como essa, as medidas de dispersão são muito úteis. Vamos ver como se calcula a variância e o desvio-padrão.

Exemplo 1

Considere que um grupo de alunos tenha tirado as seguintes notas em uma determinada matéria:

2,0; 3,0; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0; 8,0; 9,0; 10,0.

Para calcular essas medidas de dispersão, é útil conhecer a média desses valores:

$$Média = \frac{2+3+3+4+5+6+7+8+9+10}{10} = 5{,}7$$

Agora, calculamos os desvios de todas essas notas em relação à média:

Nota	Desvio
2	(2 – 5,7) = -3,7
3	(3 – 5,7) = -2,7
3	(3 – 5,7) = -2,7
4	(4 – 5,7) = -1,7
5	(5 – 5,7) = -0,7
6	(6 – 5,7) = 0,3
7	(7 – 5,7) = 1,3
8	(8 – 5,7) = 2,3
9	(9 – 5,7) = 3,3
10	(10 – 5,7) = 4,3

Elevamos ao quadrado esses desvios e, aí sim, tiramos a média dos resultados. É a variância.

Nota	Desvio	Quadrado do desvio
2	(2 – 5,7) = -3,7	$(-3{,}7)^2 = 13{,}69$
3	(3 – 5,7) = -2,7	$(-2{,}7)^2 = 7{,}29$
3	(3 – 5,7) = -2,7	$(-2{,}7)^2 = 7{,}29$
4	(4 – 5,7) = -1,7	$(-1{,}7)^2 = 2{,}89$
5	(5 – 5,7) = -0,7	$(-0{,}7)^2 = 0{,}49$
6	(6 – 5,7) = 0,3	$0{,}3^2 = 0{,}09$
7	(7 – 5,7) = 1,3	$1{,}3^2 = 1{,}69$
8	(8 – 5,7) = 2,3	$2{,}3^2 = 5{,}29$
9	(9 – 5,7) = 3,3	$3{,}3^2 = 10{,}89$
10	(10 – 5,7) = 4,3	$4{,}3^2 = 18{,}49$

$$Variância = \frac{13{,}69+7{,}29+7{,}29+2{,}89+0{,}49+0{,}09+1{,}69+5{,}29+10{,}89+18{,}49}{10} = 6{,}81$$

Podemos concluir que a dispersão das notas em relação à média é de 6,81.

No entanto, a variância não está na mesma unidade que as nossas notas, pois os desvios foram elevados ao quadrado. Para conservarmos as unidades do desvio e dos dados, calculamos o desvio-padrão, o qual nada mais é do que extrair a raiz quadrada da variância.

$$Desvio\text{-}padrão = \sqrt{6{,}81} = 2{,}61 \text{ (aproximadamente)}$$

Logo, o desvio das notas em relação à média é de 2,61 pontos.

Exemplo 2

Observe as notas de três competidores em uma prova de manobras radicais com skates.

Competidor A: 7,0 – 5,0 – 3,0

Competidor B: 5,0 – 4,0 – 6,0

Competidor C: 4,0 – 4,0 – 7,0

Ao calcular a média das notas dos três competidores iremos obter média cinco para todos, impossibilitando a nossa análise sobre a regularidade dos competidores.
Partindo dessa ideia, precisamos adotar uma medida que apresente a variação dessas notas no intuito de não comprometer a análise.
Calculamos então a variância e o desvio padrão de cada competidor.
Observe os cálculos da variância:
Competidor A

$$V_A = \frac{(7-5)^2+(5-5)^2+(3-5)^2}{3} = \frac{4+0+4}{3} = 2,667$$

Competidor B

$$V_B = \frac{(5-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2}{3} = \frac{0+1+1}{3} = 0,667$$

Competidor C

$$V_C = \frac{(4-5)^2+(4-5)^2+(7-5)^2}{3} = \frac{1+1+4}{3} = 2$$

Desvio Padrão

É calculado extraindo a raiz quadrada da variância.

Competidor A - $\sqrt{2,667} = 1,633$

Competidor B - $\sqrt{0,667} = 0,81$

Competidor C - $\sqrt{2} = 1,414$

Podemos notar que o competidor B possui uma melhor regularidade nas notas.

Exemplo 3

Calcular a variância e o desvio padrão das notas de determinado aluno (em três unidades), considerando que ele obteve: 5,8 (na 1ª unidade), 5,0 (na 2ª unidade) e 7,2 (na 3ª unidade).

1º Passo: Calcular a nota média do aluno:

$$\overline{X} = \frac{5{,}8 + 5{,}0 + 7{,}2}{3} = \frac{18}{3} = 6{,}0$$

2º Passo: Calcular os desvios quadráticos da média, conforme o quadro abaixo:

Tabulação para o cálculo dos Desvios Quadráticos.

Valores X_i	Média $\overline{X}$	Desvios $X_i - \overline{X}$	Desvios quadráticos $(X_i - \overline{X})^2$
5,8		-0,2	0,04
5,0	6,0	-1,0	1,00
7,2		1,2	1,44
$n = 3$	**Soma**	**0**	**2,48**

3º Passo: Calcular a variância e o desvio padrão com base no esquema acima:

$$Var = \frac{\sum(X_i - \overline{X})^2}{n} = \frac{2{,}48}{3} = 0{,}83$$

$$S = \sqrt{0{,}83} = 0{,}91$$

Até agora, estudamos as medidas de tendência central e as medidas de dispersão para conjuntos de dados não agrupados. Agora vamos estudá-las aplicadas a dados agrupados em classes.

Para algumas variáveis, é possível perceber que seus valores estão distribuídos em intervalos, não havendo, praticamente, repetição de valores.

Vejamos o exemplo :

A variável “renda mensal”, está distribuída no intervalo de 470 a 2700 reais. Nesse caso, vamos construir tabelas de frequência agrupando os dados em classes ou intervalo de valores.

Vamos agrupar os valores correspondentes à renda mensal em intervalos de 500 em 500 reais, a partir do valor R$ 400,00.

Renda mensal (em reais)	Frequência absoluta (Fa)	Frequência relativa (Fr)	Porcentagem (%)
400 ⊢ 900	10	$\frac{10}{25} = 0{,}40$	40
900 ⊢ 1400	7	$\frac{7}{25} = 0{,}28$	28
1400 ⊢ 1900	4	$\frac{4}{25} = 0{,}16$	16
1900 ⊢ 2400	3	$\frac{3}{25} = 0{,}12$	12
2400 ⊢ 2900	1	$\frac{1}{25} = 0{,}04$	4
Total	25	1,00	100

Observações

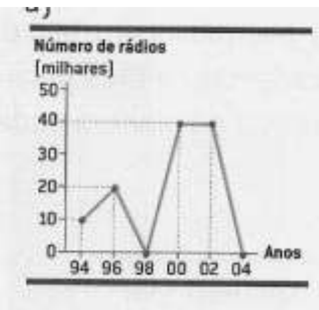
- A amplitude da classe a b é dada pela diferença **b – a**.

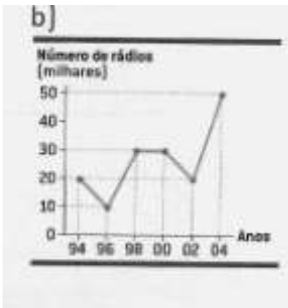
EXERCÍCIOS

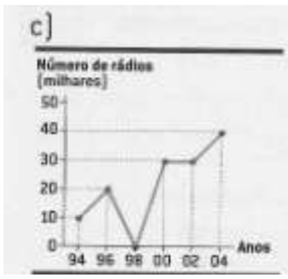
01) Ao longo de 10 anos, a produção de rádios de pilha de uma determinada indústria apresentou os seguintes resultados:

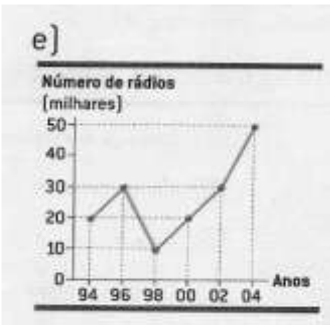
Ano	Número de rádios produzidos
1994	20000
1996	30000
1998	10000
2000	30000
2002	30000
2004	50000

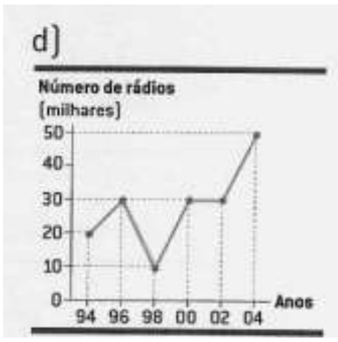
O gráfico que melhor representa esses dados e:











02) (ENEM - 2009 - fraudada) Segundo a Associação Brasileira de Alumínio (ABAL), o Brasil foi o campeão mundial, pelo sétimo ano seguido, na reciclagem de latas de alumínio. Foi reciclado 96,5% do que foi utilizado no mercado interno em 2007, o equivalente a 11,9 bilhões de latinhas. Este número significa, em média, um movimento de 1,8 bilhão de reais anuais em função da reutilização de latas no Brasil, sendo 523 milhões referentes à etapa da coleta, gerando, assim, "emprego" e renda para cerca de 180 mil trabalhadores. Essa renda, em muitos casos, serve como complementação do orçamento familiar e, em outros casos, como única renda da família.

Revista Conhecimento Prático Geografia, nº 22. (adaptado)

Com base nas informações apresentadas, a renda média mensal dos trabalhadores envolvidos nesse tipo de coleta gira em torno de

a) R$ 173,00 b) R$ 242,00 c) R$ 43,00 d) R$ 504,00 e) R$ 841,00

03) (ENEM - 2009) A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3.
Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação
entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é
a)inferior a 0,18.
b) superior a 0,18 e inferior a 0,50.
c)superior a 0,50 e inferior a 1,50.
d) superior a 1,50 e inferior a 2,80..
e) superior a 2,80.

04) (ENEM - 2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

a) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
b) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
c) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
d) Paulo, pois obteve maior mediana.
e) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

05) O gráfico representa o número de biquínis vendidos numa loja em Santos durante o primeiro semestre do ano.

a) Em que mês foi vendido mais biquínis?

b) Em que meses houve a maior queda de vendas?

c) Qual foi a média mensal do número de biquínis vendidos?

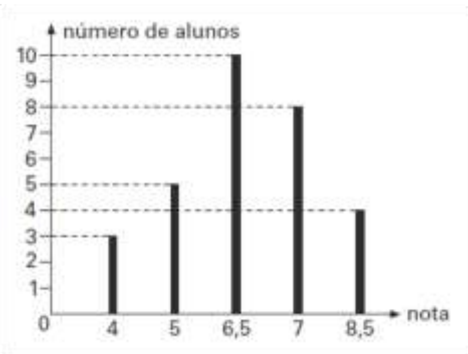
06) Depois de jogar um dado em forma de cubo e de faces numeradas de 1 a 6, por 10 vezes consecutivas, e anotar o número obtido em cada jogada, construiu-se a seguinte tabela de distribuição de frequências.

NÚMERO OBTIDO	FREQUÊNCIA
1	4
2	1
4	2
5	2
6	1

A média, mediana e moda dessa distribuição de frequências são, respectivamente

a) 3, 2 e 1
b) 3, 3 e 1
c) 3, 4 e 2
d) 5, 4 e 2
e) 6, 2 e 4

07) De certa série de uma escola de Ensino Médio, retirou-se uma amostra de alunos, e foi anotada a nota de Química de cada um, relativa a um determinado bimestre, obtendo-se o seguinte diagrama de barras.



A média das notas dessa amostra é:

a) 5,8 b) 6,2 c) 6,4 d) 6,8 e) 7,0

08) Uma empresa distribui os salários de seus funcionários da seguinte maneira:

SALÁRIO	Nº FUNCIONÁRIOS
R$ 350,00	75
R$ 600,00	20
R$ 900,00	15
R$ 2.000,00	5

Responda:

a) Qual o salário médio dessa empresa?

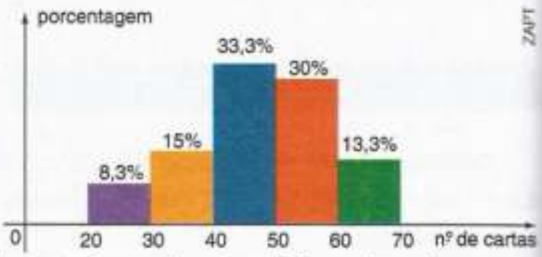
b) Quantos funcionários dessa empresa recebem um salário abaixo da média?

c) Quantos recebem um salário acima da média?

09)

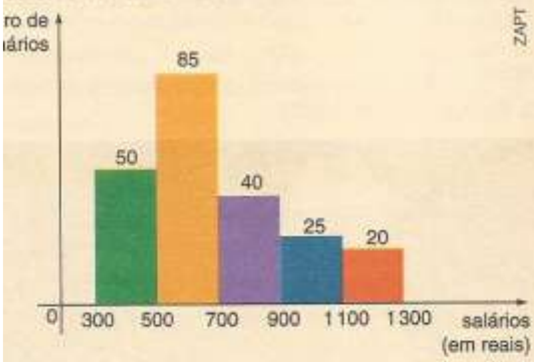
Durante 60 dias, anotou-se o número de cartas entregues, diariamente, em um edifício residencial. Os resultados são mostrados na tabela e no histograma seguintes.

Cartas entregues por dia	Frequência absoluta	Porcentagem (%)
20 ⊢ 30	5	8,3
30 ⊢ 40	9	15
40 ⊢ 50	20	33,3
50 ⊢ 60	18	30
60 ⊢ 70	8	13,3



Determinar as três medidas de centralidade correspondentes ao número de cartas diariamente entregues no edifício.

No gráfico seguinte está representada a distribuição de salários em um estabelecimento comercial.



a) Qual é o número de funcionários do estabelecimento?

b) Qual é o valor médio dos salários?

c) Qual é a classe modal dos salários?

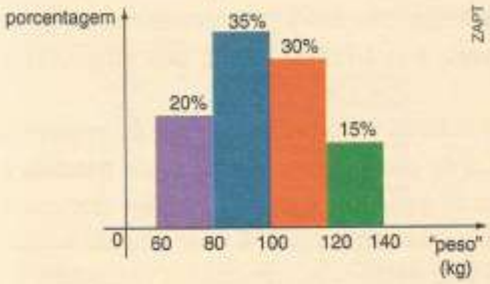
. Na tabela seguinte constam os valores doados em um dia, na arrecadação de uma campanha beneficente:

Doações (em reais)	Número de doações
5 a 15	1 250
16 a 26	1 083
27 a 37	762
38 a 48	541
49 a 59	509
60 a 70	321

a) Qual é a menor quantia que pôde ter sido arrecadada nesse dia?

b) Qual é a maior quantia que pôde ter sido arrecadada nesse dia?

No histograma seguinte estão representados os "pesos" de 200 clientes que se hospedaram durante uma semana em um spa:



a) Quantos hóspedes tinham menos de 120 kg?

b) Qual o "peso" médio de um hóspede?

c) Qual o "peso" mediano de um hóspede?

d) Qual o desvio padrão dos "pesos" dessa distribuição?

As temperaturas máximas diárias registradas no mês de janeiro em uma cidade estão dadas na tabela seguinte:

LUCIANA WHITAKER/PULSAR

Temperatura máxima	Número de dias
25°C ⊢ 28°C	9
28°C ⊢ 31°C	11
31°C ⊢ 34°C	7
34°C ⊢ 37°C	4
Total	**31**

Determine:

a) a média, a mediana e a classe modal das temperaturas;

b) a variância e o desvio padrão das temperaturas.

Avaliação

A avaliação pode ser realizada durante todo o desenvolvimento das atividades, por meio de questionamentos e também aproveitando as respostas dos alunos para fazer as intervenções que julgar necessárias. Conforme as atividades foram sendo aplicadas, é válido considerar a capacidade de raciocínio, a participação, interesse e a criatividade do aluno.

Provas, testes e trabalhos também são instrumentos de avaliação e devem ser encarados como oportunidades para perceber os avanços ou dificuldades dos alunos em relação ao conteúdo em questão, além de uma boa conversa para avaliar se os alunos estão aprendendo ou não, fazendo assim, que a avaliação seja parte integrante do processo de ensino.

As atividades realizadas com a informática possibilitam uma interação qualitativa entre aluno, conhecimento e software. Algumas dessas atividades estimulam os alunos a repensar sobre as ações realizadas, favorecendo a construção do conhecimento e a visualização concreta do referido conteúdo.

CONCLUSÃO

O trabalho foi realizado em pequenos grupos, tendo em vista que os alunos devem ter em mente que diferenças individuais sempre ocorrerão e, por isso mesmo, a colaboração de todos é necessária para a compreensão do conteúdo estudado.

Em todas as atividades houve um espaço inicial para a explicação do professor e um tempo para que fossem realizadas pelos grupos.

Por meio das análises feitas a partir de dados organizados, podemos, em muitos casos, prever determinadas tendências, as quais nos auxiliarão na tomada de decisões, permitindo elaborar um planejamento mais adequado.

Enfim, a Estatística foi tratada como conjunto de métodos utilizados para a obtenção de dados, sua organização em tabelas e gráficos e a análise desses dados.

As dificuldades encontradas pelos estudantes quanto à aprendizagem da estatística foram motivadas com a contextualização, novas maneiras de trabalhar com os problemas encontrados no dia-a-dia citadas na Plataforma, vídeo, jogos, etc.

Não podemos analisar a dificuldade de aprendizagem da Matemática sem nos perguntarmos, ao mesmo tempo, o que é, em que consiste e para que serve fazer matemática. A presença da Matemática na escola é uma consequência de sua presença na sociedade e, portanto, as necessidades matemáticas que surgem na escola deveriam estar subordinadas às necessidades matemáticas da vida em sociedade.

FONTE DE PESQUISA

-MATEMÁTICA PAIVA, 2º ANO/Manoel PAIVA – 1ª Edição – São Paulo: Moderna, 2009

-MATEMÁTICA ensino médio, 2º ANO/Katia Stocco SMOLE – São Paulo - Ed SARAIVA

-MATEMÁTICA ciência, linguagem e Tecnologia, 2º ANO/ Jackson RIBEIRO – Ed. Scipione

-IEZZI, G. et al. Matemática: volume único. São Paulo: Atual, 2011.