PLANO DE TRABALHO

Apresentado ao Curso de Capacitação para Professores da Rede Estadual do Rio de Janeiro

Matemática n0 3º ano do ensino médio

Probabilidade

Por: Jerônimo Pereira Vilela

Tutor: Edeson dos Anjos Silva

INTRODUÇÃO

Ensinar matemática atualmente é uma tarefa muito árdua. Os alunos estão cada vez mais desmotivados e desinteressados em aprender, e se distanciam deste conhecimento que é fundamental para sua formação cultural e profissional uma vez que a matemática faz parte da formação plena do cidadão.

Recai sobre os ombros dos professores a cobrança por um ensino onde a relação Ensino X Aprendizagem seja cada vez mais prazerosa, tornando a aproximação do educando com a matemática, possível.

Com este olhar trago uma proposta de abordagem de Probabilidade e aproximando estes conceitos ao cotidiano. Utilizando jogos, dados, cartas, moedas, filmes e outros objetos e fenômenos que forem possíveis.

Vale lembrar que nem sempre isto é possível, pois, nem toda a matemática surgiu da necessidade humana, e sim de necessidades de elaboração da própria matemática.

Apresento este trabalho como um meio e não como um fim, de acordo com a realidade e disponibilidade tecnológica da minha escola.

Atividade 1

Probabilidade

Duração: 300 minutos

Assunto: Probabilidade

Objetivos: introduzir o conceito de probabilidade com situações problemas e com experimentos equiprováveis. *Resolver problemas por meio da probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares, bem como problemas envolvendo probabilidade condicional.*

Pré requisitos: leitura, escrita e operações básicas da matemática.

Material necessário: quadro branco, caneta para quadro branco, copias de planilhas, tabelas e folha de atividades, lápis e borracha.

Organização da turma: os alunos estarão organizados em duplas.

Desenvolvimento

1) **PROBABILIDADE**

Conceito e História

Ramo da Matemática que visa à formulação de modelos teóricos, abstratos, para o tratamento matemático da ocorrência (ou não ocorrência) de fenômenos aleatórios; em termos sucintos, pode caracterizar-se como a Matemática do acaso, da incerteza.

O importante e fascinante assunto das probabilidades teve as suas origens no século XVII através de esforços de matemáticos como Fermat e Pascal. É certo que o italiano Jerónimo Cardano (1501-1576) escreveu um trabalho notável sobre probabilidades -"*Libar de ludo aleal* ", isto é, «*Livros sobre jogos de azar*»- mas que só apareceu impresso em 1663. O arranque definitivo ia dar-se, de fato com Fermat e Pascal. Laplace (1749-1827) enunciou pela primeira vez a definição clássica de probabilidade. Foi, porém, com Gauss (1777-1855) que as aplicações do cálculo de probabilidade são voltadas decisivamente para a ciência: Gauss cria, para o efeito, a teoria dos erros de observação (*Theoria combinationis observatorium erroriluns minimis obnoxia, 1809*), estabelecendo o método dos menores enquadrados e justificando o emprego na teoria dos erros da lei que designou por "normal" hoje conhecida também por lei de Gauss ou lei de Laplace-Gauss.

Não foi, entretanto, senão no século XX que se desenvolveu uma teoria matemática rigorosa, baseada em axiomas, definições e teoremas. Kolmogorov propôs uma axiomática completa e consistente do cálculo de probabilidades.

Laplace Gauss Cardano Pascal Fermat Kolmogorov

Curiosidade histórica - *Quis o acaso que o Cavaleiro de Méré e Pascal se encontrassem durante uma viagem à cidade de Poitou. Procurando assunto de conversa para a viagem, De Méré apresentou a Pascal um problema que fascinara os jogadores desde a Idade Média: "***como dividir a aposta num jogo de dados que necessite ser interrompido?***"*
A propósito do problema colocado pelo jogador De Méré a Pascal, iniciou-se uma troca de correspondência entre Pascal e o matemático Pierre Fermat, que se tornou histórica. As suas cartas contendo as reflexões de ambos sobre a resolução de certos problemas de jogos de azar, são considerados os documentos fundadores da Teoria das Probabilidades.

I) Experimento Aleatório

É aquele experimento que quando repetido em iguais condições, podem fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso. Quando se fala de tempo e possibilidades de ganho na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório.

II) Espaço Amostral

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. A letra que representa o espaço amostral, é S.

Exemplos:

Lançando uma moeda e um dado, simultaneamente, sendo S o espaço amostral, constituído pelos 12 elementos, onde K(cara) e C(coroa) e um dado com seis faces numeradas de 1 até 6:

S = {K1, K2, K3, K4, K5, K6, C1, C2, C3, C4, C5, C6}

1) Escreva explicitamente os seguintes eventos:

a) A = { caras e m número par aparece },

b) B = { um número primo aparece },

c) C = { coroas e um número ímpar aparecem }.

2) Idem, o evento em que:

a) A ou B ocorrem;

b) B e C ocorrem;

c) Somente B ocorre.

3) Quais dos eventos A,B e C são mutuamente exclusivos

Resolução:

1)

a) Para obter A, escolhemos os elementos de S constituídos de um K e um número par:

A = { K2, K4, K6 };

b) Para obter B, escolhemos os pontos de S constituídos de números primos:

B = { K2, K3, K5, R2, R3, R5}

c) Para obter C, escolhemos os pontos de S constituídos de um R e um número ímpar:

C = {R1, R3, R5 }.

2) a) A ou B = AUB = { K2, K4, K6, K3, K5, R2, R3, R5

b) B e C = B □ C = { R3, R5 }

c) Escolhemos os elementos de B que não estão em A ou C;

$B \cap A^c \cap C^c$ = { K3, K5, R2 }

3) A e C são mutuamente exclusivos, porque $A \cap C = \varnothing$

III) Conceito de probabilidade

Se em um fenômeno aleatório as possibilidades são igualmente prováveis, então a probabilidade de ocorrer um evento A é:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Exemplo:

4) No lançamento de um dado, um número ímpar pode ocorrer de 3 maneiras diferentes dentre 6 igualmente prováveis, portanto,

P = 3/6 = 1/2 = 50%

Dizemos que um espaço amostral S (finito) é equiprovável quando seus eventos elementares têm probabilidades iguais de ocorrência.

Num espaço amostral equiprovável S (finito), a probabilidade de ocorrência de um evento A é sempre:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de A}}{\text{número de elementos de S}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

IV) Propriedades Importantes:

1. Se A e A’ são eventos complementares, então: $P(A) + P(A') = 1$

2. A probabilidade de um evento é sempre um número entre Æ (probabilidade de evento impossível) e 1 (probabilidade do evento certo). $0 \leq P(S) \leq 1$

V) Probabilidade Condicional

Antes da realização de um experimento, é necessário que já tenha alguma informação sobre o evento que se deseja observar. Nesse caso, o espaço amostral se modifica e o evento tem a sua probabilidade de ocorrência alterada.

Fórmula de Probabilidade Condicional

$\boldsymbol{P(E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } E_3 \text{ e } \ldots \text{e } E_{n-1} \text{ e } E_n)}$ é igual a $P(E_1).P(E_2/E_1).P(E_3/E_1 \text{ e } E_2)\ldots P(E_n/E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } \ldots E_n\text{-}1)$. Onde $P(E_2/E_1)$ é a probabilidade de ocorrer E_2, condicionada pelo fato de já ter ocorrido E_1; $P(E_3/E_1$ e $E_2)$ é a probabilidade ocorrer E_3, condicionada pelo fato de já terem ocorrido E_1 e E_2; $P(Pn/E_1$ e E_2 e $...E_n-1)$ é a probabilidade de ocorrer E_n, condicionada ao fato de já ter ocorrido E_1 e $E_2...E_n-1$.

Exemplo:

5) Uma urna tem 30 bolas, sendo 10 vermelhas e 20 azuis. Se ocorrer um sorteio de 2 bolas, uma de cada vez e sem reposição, qual será a probabilidade de a primeira ser vermelha e a segunda ser azul?

Resolução:
Seja o espaço amostral S=30 bolas, e considerarmos os seguintes eventos:

A: vermelha na primeira retirada e P(A) = 10/30

B: azul na segunda retirada e P(B) = 20/29

Assim:

P(A e B) = P(A).(B/A) = 10/30.20/29 = 20/87

VI) Eventos independentes

Dizemos que E_1 e E_2 e $...E_{n-1}$, E_n são eventos independentes quando a probabilidade de ocorrer um deles não depende do fato de os outros terem ou não terem ocorrido.

Fórmula da probabilidade dos eventos independentes:

$P(E_1$ e E_2 e E_3 e ...e E_n-1 e $E_n) = P(E_1).P(E_2).p(E_3)...P(E_n)$

Exemplo:
6) Uma urna tem 30 bolas, sendo 10 vermelhas e 20 azuis. Se sortearmos 2 bolas, 1 de cada vez e repondo a sorteada na urna, qual será a probabilidade de a primeira ser vermelha e a segunda ser azul?
Resolução:

Como os eventos são independentes, a probabilidade de sair vermelha na primeira retirada e azul na segunda retirada é igual ao produto das probabilidades de cada condição, ou seja, P(A e B) = P(A).P(B). Ora, a probabilidade de sair vermelha na primeira retirada é 10/30 e a de sair azul na segunda retirada 20/30. Daí, usando a regra do produto, temos: 10/30.20/30=2/9.

Observe que na segunda retirada forma consideradas todas as bolas, pois houve reposição. Assim, P(B/A) =P(B), porque o fato de sair bola vermelha na primeira retirada não influenciou a segunda retirada, já que ela foi reposta na urna.

VII) Probabilidade de ocorrer a união de eventos

Fórmula da probabilidade de ocorrer a união de eventos:

$P(E_1 \text{ ou } E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \text{ e } E_2)$

De fato, se existirem elementos comuns a E_1 e E_2, estes eventos estarão computados no cálculo de $P(E_1)$ e $P(E_2)$. Para que sejam considerados uma vez só, subtraímos $P(E_1 \text{ e } E_2)$. Fórmula de probabilidade de ocorrer a união de eventos mutuamente exclusivos:

$P(E1 \text{ ou } E_2 \text{ ou } E_3 \text{ ou ... ou } E_n) = P(E_1) + P(E_2) + ... + P(E_n)$

Exemplo:

7) Se dois dados, azul e branco, forem lançados, qual a probabilidade de sair 5 no azul e 3 no branco?

Considerando os eventos:

A: Tirar 5 no dado azul e P(A) = 1/6

B: Tirar 3 no dado branco e P(B) = 1/6

Sendo S o espaço amostral de todos os possíveis resultados, temos: n(S) = 6.6 = 36 possibilidades. Daí, temos:P(A ou B) = 1/6 + 1/6 – 1/36 = 11/36

Exemplo:

8) Se retirarmos aleatoriamente uma carta de baralho com 52 cartas, qual a probabilidade de ser um 8 ou um Rei?
Sendo S o espaço amostral de todos os resultados possíveis, temos: n(S) = 52 cartas. Considere os eventos:

A: sair 8 e P(A) = 4/52

B: sair um rei e P(B) = 4/52

Assim, P(A ou B) = 4/52 + 4/52 – 0 = 8/52 = 2/13. Note que P(A e B) = 0, pois uma carta não pode ser 8 e rei ao mesmo tempo. Quando isso ocorre dizemos que os eventos A e B são mutuamente exclusivos.

Ambulante deixa de registrar aposta na Mega Sena da virada e perde milhões

Mulher perde o dinheiro da aposta do bolão. Ao conferir o resultado, passa mal e é internada.

Em nosso país, a Mega Sena é o jogo de loteria que desperta o maior interesse na população. Isso se deve ao fato das quantias oferecidas como prêmio serem bastante altas. Além disso, vemos a grande divulgação feita pela mídia sobre o jogo, apresentando as possíveis chances de alguém ganhar, o que fazer com o dinheiro ganho etc ...

Como já foi estudado anteriormente, esse jogo consiste em realizar uma aposta, contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}. Cada aposta simples de 6 dezenas custa, atualmente, R$ 2,00 e o preço das apostas varia de acordo com o número de dezenas escolhidas.

Questão 1

Com base nas informações apresentadas, qual é o número máximo de jogos simples, distintos entre si, no jogo da mega sena?

Como a Mega Sena disponibiliza um total de 60 dezenas para a realização dos jogos, o número de dezenas simples, formadas a partir dessas 60 dezenas, é obtido por . Esse número é da ordem de 50 milhões

Questão 2

Um determinado apostador fez um jogo com 8 dezenas. Qual é a probabilidade desse jogador ganhar a sena?

Explique aos alunos que como esse apostador escolheu 8 dezenas para jogar na Mega Sena, o número de sequências simples de 6 dezenas é calculado por uma combinação das 8 dezenas tomadas 2 a 2. Assim teremos:
8,6 8! 28 6! 2! C □ □ □ Logo, temos 28 jogos simples. Portanto, a chance dele acertar na Mega Sena é de: % 00005593,0860 .063.5028) 8

Além da Sena, as 6 dezenas distintas sorteadas pela Caixa Econômica Federal, que administra o jogo, servem para premiar as apostas que contêm 4 (quadra) e 5 (quina) dezenas sorteadas. Isso significa, por exemplo que, para um apostador que fez um jogo com 8 dezenas ganhe a quadra, é necessário que quatro das seis dezenas apostadas estejam entre as 8 dezenas apostadas por ele e duas estejam entre as outras 52.

Questão 3

Quantos resultados possíveis dariam o prêmio da quadra para o apostador da questão 2?

Para o apostador ganhar uma quadra, é necessário que quatro das seis dezenas sorteadas estejam entre as 8 nas quais ele apostou, e duas estejam entre as outras 52. As quatro podem ser escolhidas de maneiras e as outras duas de maneiras. Logo, existemresultados que dariam o prêmio da quadra para o apostador. 70 4 ,8□ C 326 .12 ,52□ C 820 .92326 .170□ □

Questão 4

Qual é a probabilidade desse mesmo apostador ganhar o prêmio da quadra?

.

-

Questão 5

Qual a chance dele ganhar a sena?

Atividade 2

Atividade de fixação

Duração: 200 minutos

Assunto: Probabilidade

Objetivos: fixar os conteúdos propostos através de atividades.

Pré requisitos: conhecimentos básicos de operações com probabilidade, análise combinatória e porcentagem.

Material necessário: quadro branco, caneta para quadro branco, cópias das atividades a serem propostas, lápis e borracha.

Organização da turma: os alunos estarão organizados em duplas.

Desenvolvimento

Será distribuído as duplas uma cópia com as atividades a serem realizadas. Essas atividades estão relacionadas abaixo.

01. O número de chapa de um carro é par. A probabilidade de o algarismo das unidades ser zero é:

02. Na experiência de jogar, aleatoriamente, um dado "honesto" de seis faces numeradas de 1 a 6, verificar se os eventos "número dois" e "número par" são independentes.

03. Numa urna existem apenas 6 bolas vermelhas e 4 bolas azuis. As bolas vermelhas são numeradas de 1 a 6 e as azuis, se 1 a 4. Retirando, aleatoriamente, uma bola dessa urna, verificar se os eventos "bola vermelha" e "número par" são independentes.

04. (UNI- RIO) As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5, e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos errarem é igual a:

a)3% b)5% c)17% d)20% e)25%

05. Sabendo-se que a probabilidade de que um animal adquira certa enfermidade, no decurso de cada mês, é igual a 30%, a probabilidade de que um animal sadio venha a contrair a doença só no 3° mês é igual a:

a)21% b)49% c)6,3% d)14,7% e)26%

06. (VUNESP) A eficácia de um teste de laboratório para checar certa doença nas pessoas que comprovadamente têm essa doença é de 90%. Esse mesmo teste, porém, produz um falso-positivo (acusa positivo em quem não tem comprovadamente a doença) da ordem de 1%. Em um grupo populacional em que a incidência dessa doença é de 0,5%, seleciona-se uma pessoa ao acaso para fazer o teste. Qual a probabilidade de que o resultado desse teste venha a ser positivo?

07. A probabilidade de um atirador acertar um alvo em um único tiro é 0,2. Com apenas 4 tiros, qual a probabilidade de esse atirador acertar o alvo só duas vezes?

08. Uma urna contém 3 bolas numeradas de 1 a 3 e outra urna com 5 bolas numeradas de 1 a 5. Ao retirar-se aleatoriamente uma bola de cada uma, a probabilidade da soma dos pontos ser maior do que 4 é:

a)3/5 b)2;5 c)1/2 d)1/3 e)2/3

09. Um baralho comum de 52 cartas, das quais 12 são figuras (valete, dama e rei), é subdividido aleatoriamente em 3 partes. As partes são colocadas sobre uma mesa com as faces das cartas viradas para baixo. A carta de cima de cada das três partes é desvirada. Com base na situação descrita, julgue os itens abaixo:

(1) A chance de que as três cartas desviradas sejam figuras é maior do que 1%.
(2) A probabilidade de que exatamente duas das cartas desviradas sejam figuras está entre 0,08 e 0,13%.
03) A probabilidade de que pelo menos uma das três cartas desviradas seja uma figura é maior do que 0,5%.

Avaliação

O processo de avaliação será realizado através:

- Da observação do empenho e participação dos alunos na realização das atividades.
- Observar as dificuldades encontradas na realização das atividades propostas.
- Questionar como o aluno viu o trabalho proposto, o que mais lhe chamou a atenção e o que precisa melhorar.
- Pequenas avaliações escritas do conteúdo trabalhado, em dupla, com quatro questões.

Bibliografia:

Matemática: ciência e aplicações, volume 3 / Gelson Iezzi ... [et al.]. – São Paulo: Atual, 2001.

Novo olhar matemática, volume 3 / Joamir Roberto de Souza – 1ª Ed. – São Paulo: FTD, 2010.

Matemática, volume único / Luiz Roberto Dante – 1ª Ed. – São Paulo: ática, 2005.

Matemática, ensino médio ; volume 3 / Kátia Cristina Stocco Smole, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz – 6ª Ed. – São Paulo: Saraiva, 2010.

Avaliação

O processo de avaliação será realizado através:

- da observação do empenho e participação dos alunos na realização das atividades.

- Observar as dificuldades encontradas na realização das atividades propostas.

- Questionar como o aluno viu o trabalho proposto, o que mais lhe chamou a atenção e o que precisa melhorar.

- Pequenas avaliações escritas do conteúdo trabalhado, em dupla, com quatro questões.

Bibliografia:

Matemática: ciência e aplicações, volume 3 / Gelson Iezzi ... [et al.]. – São Paulo: Atual, 2001.

Novo olhar matemática, volume 3 / Joamir Roberto de Souza – 1ª Ed. – São Paulo: FTD, 2010.

Matemática, volume único / Luiz Roberto Dante – 1ª Ed. – São Paulo: ática, 2005.

Matemática, ensino médio ; volume 3 / Kátia Cristina Stocco Smole, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz – 6ª Ed. – São Paulo: Saraiva, 2010.