

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ**

**COLÉGIO:** Colégio Estadual Alberto Torres

**PROFESSOR (a):** Viviane Barcelos Barreto

**MATRÍCULA:** 914.580-6

**SÉRIE:** 3ª E.M.

**TUTOR (A):** Edeson dos Anjos Silva

**GRUPO :** 4

**PLANO DE TRABALHO 1**

**PROBABILIDADE**

Viviane Barcelos Barreto

vivi.b.barreto@hotmail.com

**1. Introdução:**

Para dar continuidade à aula de Probabilidade em relação ao 1º bimestre, será necessária a apresentação no Data show. Esta apresentação consiste em retornar à história da probabilidade com algumas reportagens envolvendo cálculos de porcentagem, usando o programa do Power Point.

Inicialmente, aproveitando ao que foi relatado nas sugestões de aulas como o do Revisitando a Probabilidade pode-se mostrar um pouco mais da Aplicação da Probabilidade nos textos abaixo.

Até recentemente, acreditava-se que decisão de qualquer evento estava incumbida aos deuses ou a alguma outra causa sobrenatural. Ou seja, não se relacionava ao acaso a ocorrência desses acontecimentos. Logo, é fácil perceber porque razão a abordagem matemática do acaso, do azar e do risco só se iniciou há pouco mais de 500 anos.

Pelo que é referido pelos registros da Antiguidade, as pessoas achavam que a Teoria das Probabilidades tinha como única serventia o estudo dos jogos de azar.

Já nos primórdios do seu desenvolvimento, nos séc. XVI e XVII, a probabilidade já se ocupava de assuntos sérios, tais como os problemas de seguros de vida e mercadorias, a perigosa vacinação contra a varíola, etc. No século XVIII, essencialmente devido aos trabalhos de Johann Gauss, a probabilidade deu um grande auxílio à Física, nomeadamente no embasamento da Teoria dos Erros Experimentais, na quantificação da física dos gases, na concepção da entropia como uma medida da agitação

molecular e no entendimento das limitações da conversão de calor em trabalho. O mundo em que vivemos hoje, embora nos passe despercebido, depende fundamentalmente da Matemática. Por exemplo, as ondas eletromagnéticas, que são responsáveis pela informação que chega ao nosso televisor, a informação telefônica que via satélite ligam pontos distantes do nosso planeta, etc., tiveram a sua existência primeiramente descoberta na Matemática. Após esta descoberta, tentou-se, e com sucesso, descobriu-se a sua existência física.

Atualmente, técnicas da Probabilidade e Estatística são encontradas no cotidiano de cada cidadão, nos meios de comunicação e especificações de muitos produtos que se consome.

No período que vai dos primeiros estudos matemáticos de probabilidades até a metade do século passado, surgiram varias aplicações da Teoria das Probabilidades.

As reportagens a seguir, mostram algumas curiosidades sobre a Teoria das probabilidades:

### **Matemática: Será que existem moedas e dados honestos?**

Nada mais intuitivo do que admitir como 50% a probabilidade de obter cara no lançamento de uma moeda, correto? Pois bem, em certa ocasião, o matemático inglês John Kerrich teve a paciência de lançar uma moeda 10 mil vezes e anotar todas as ocorrências.

Ao final do experimento, ele registrou um total de 5.067 caras e 4.933 coroas, ou seja, uma probabilidade de ocorrência de cara igual a 50,67%. Como a probabilidade era calculada a cada novo lançamento, Kerrich observou ainda que os registros indicaram exatamente 50% de caras apenas três vezes ao longo dos 10 mil lançamentos. Será que os resultados de Kerrich contrariam nossa expectativa inicial de 50%? Em estatística, dizemos que um fenômeno é randômico se sua ocorrência é incerta em casos individuais, mas segue um padrão para um número muito grande de registros. Um fenômeno randômico expressa, portanto, um certo tipo de ordem, que emerge de um número muito grande de observações. O lançamento de uma moeda é um exemplo de fenômeno randômico: não podemos dizer o que ocorrerá em um só lançamento, mas podemos detectar um padrão se fizermos um número muito grande de lançamentos. Analisando o experimento de Kerrich em um gráfico, é fácil observar que o aumento do número de registros aproxima a probabilidade de ocorrência de cara do valor apontado pela nossa intuição.

Essa aproximação poderia ser ainda melhor, não fosse o fato de uma moeda usual não constituir um objeto idealmente honesto (a massa de uma face não é idêntica à da outra). Quando nos referimos à moeda ou a um dado "honesto" em problemas de probabilidade, admitimos uma situação ideal para conduzir o estudo de um fenômeno randômico.

Os dados usados nos cassinos são um bom exemplo de refinamento na busca desse objeto "honesto". Nesses dados, os furos feitos para a marcação dos números são preenchidos com material da mesma densidade do dado (e cor diferente) para que não haja diferença de massa entre as seis faces. Enquanto em um modelo ideal de dado honesto a probabilidade de ocorrência de qualquer face é 16,6%, em um dado com furos, a face do número 1 (mais leve que a do número 6) tem probabilidade de 15,9% contra 17,5% do número 6, segundo dados experimentais. José Luiz Pastore Mello é licenciado em matemática e mestrando em educação pela USP. E-mail: [jlpmello@uol.com.br](mailto:jlpmello@uol.com.br). Folha de São Paulo, 01/05/2003 - 14h13. <http://www1.folha.uol.com.br/folha/educacao/ult305u12788.shtml>.

### Probabilidade de se tornar um milionário

Um ganhador da mega-sena é, acima de tudo, um sortudo, pois a probabilidade de se vencer um concurso destes é ínfima. Contudo, de vez em quando, alguém é sorteado, e por isso, as pessoas continuam apostando, sem medo de ser felizes.

Veja abaixo a tabela de probabilidades de ser um ganhador:

Números jogados	Valor da aposta	Probabilidade de acerto		
		Sena	Quina	Quadra
6	R\$ 2,00	50.063.860	154.518	2.332
7	R\$ 14,00	7.151.980	44.981	1.038
8	R\$ 56,00	1.787.995	17.192	539
9	R\$ 168,00	595.998	7.791	312
10	R\$ 420,00	238.399	3.973	195
11	R\$ 924,00	108.363	2.211	129
12	R\$ 1.848,00	54.182	1.317	90
13	R\$ 3.432,00	29.175	828	65

<b>14</b>	R\$ 6.006,00	16.671	544	48
<b>15</b>	R\$ 10.010,00	10.003	370	37

É fácil entender por que, segundo as estatísticas, é tão difícil vencer na mega-sena. Para isto, vamos fazer um pequeno raciocínio.

Considere que você tem 6 chances para escolher os números corretos, dentre 60 números. Portanto suas chances são de 6 para 60, o que dá uma probabilidade de acerto de 1 para 10 (10:1).

Considere agora que você já escolheu um número e que, portanto, lhe restam 5 opções dentre 59 números, agora sua chance está em 5 para 59, o que dá a probabilidade de acerto de 1 para 11,8 tentativas. (11,8:1).

Depois de já ter escolhido dois números, restam apenas quatro escolhas dentre 58 números possíveis, ou seja, sua chance é de 4 para 58. A a probabilidade de acerto de 1 para 14,5 (14,5:1). E assim sucessivamente até a escolha dos seis números.

Veja o resultado da equação da probabilidade de êxito na Mega-Sena:

$$(60/6) \times (59/5) \times (58/4) \times (57/3) \times (56/2) \times (55/1) = 50.063.860:1$$

Portanto, jogando seis números, a probabilidade de acertar em cheio na sena é de 1 para 50,063 milhões. E aí, se animou?

Além dessas reportagens também foi acrescentado uma reportagem sobre Seguros, mas como é um pouco extensa, foi feito um resumo no qual se fala da aplicação da Teoria das Probabilidades no ramo de seguros, como destaca o parágrafo:

“A teoria de probabilidade permite à seguradora lidar com as variações nos padrões de perdas existentes no mundo real. Essa lei da Estatística se chama “Lei dos Grandes Números” que, junto com o mecanismo de agregação e partilha dos riscos, torna o seguro possível e desejável.”

Enfim, o estudo da teoria das probabilidades é um instrumento que nos ajuda a estimar com o máximo de precisão possível o resultado de eventos, os quais, antecipadamente, não poderiam saber o resultado. Ela aplica-se a quase todos os campos da área do conhecimento humano.

O cálculo das probabilidades é utilizado em muitos ramos do conhecimento, mas principalmente na estatística, quando deseja se fazer interferências a respeito de uma população a partir de dados coletados numa amostra. Na Biologia, por exemplo,

quando queremos saber previsões de caráter genético, na política (previsões eleitorais) a probabilidade desempenha um papel importante.

## **2-Desenvolvimento:**

Após a introdução, fazer uma breve revisão sobre Experimento aleatório, Espaço Amostral e Evento. Conforme as sugestões dadas no texto “Repensando as probabilidades” um experimento aleatório é um experimento em que não conseguimos prever seu resultado antes de realizá-lo, mas que, no entanto, podemos listar as possibilidades dos seus resultados. Para que os alunos entendam melhor esse conceito, devemos dar oportunidades para que os alunos deem outros exemplos de situações que envolvem eventos aleatórios. Pode-se também introduzir, a partir das situações citadas pelos alunos a ideia de espaço amostral. Vejamos algumas situações que podemos usar como modelos de exemplo:

Ao lançarmos um **dado honesto** de seis faces regulares o espaço amostral é o conjunto  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Costumamos utilizar a letra grega ômega ( $\Omega$ ) para nos referirmos ao espaço amostral.

Pode-se utilizar outros exemplos como:

- ✓ Caixa ou urna com fichas numeradas de 1 a 10;
- ✓ Moeda;
- ✓ Baralho, etc.

### **Atividade 1 :**

#### **Experimento aleatório, espaço amostral e evento.**

#### **Habilidades relacionadas:**

- ✓ Calcular a probabilidade de um evento D(33);
- ✓ Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade (H28).

#### **Pré-requisitos:**

- ✓ Números e Operações;
- ✓ Tratamento da informação e contagem;
- ✓ Cálculo de Porcentagem;
- ✓ Conjuntos.

#### **Tempo de Duração:**

- ✓ 100 minutos

**Recursos Educacionais Utilizados:**

- ✓ Quadro e caderno;
- ✓ Materiais como: dado, baralho, moeda e caixa com fichas ou bolas numeradas.

**Organização da turma:**

- ✓ A tarefa será realizada em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo, com o auxílio do professor.

**Objetivos:**

- ✓ Desenvolver o conceito de incerteza: respostas não absolutas;
- ✓ Reconhecer fenômenos de natureza aleatória;
- ✓ Conceituar espaço amostral e evento de um experimento aleatório;
- ✓ Utilizar a frequência relativa para definir a probabilidade de ocorrência de um evento;

**Metodologia adotada:**

No lançamento de uma moeda, por exemplo, não é possível prever o resultado, ou seja, se a face voltada para cima será cara ou coroa. Situações como essa, em que não é possível prever o resultado de um evento, são chamadas de **experimento aleatório**. Nesse caso, mesmo repetindo várias vezes o lançamento dessa moeda, sob as mesmas condições, não podemos prever o resultado do próximo lançamento.



Dar e pedir aos alunos alguns exemplos de experimento aleatório.

- ✓ Sorteio de uma ficha de uma caixa com 6 fichas nas cores azul, preta, vermelha, verde, amarela e branca;

- ✓ Lançamento de um Dado (não viciado);
- ✓ Lançamento de uma moeda;
- ✓ Resultado de uma loteria;
- ✓ Sair uma carta de um baralho com 52 cartas;
- ✓ Sorteio de uma bola de uma urna numerada de 1 a 10.

No caso do lançamento de um dado comum, temos seis possíveis resultados, assim como a moeda que tem dois possíveis resultados e a caixa que possui seis possíveis resultados de cores.

A esse conjunto de resultados damos o nome de **espaço amostral**.

Exemplos:

- ✓ O espaço amostral do lançamento de uma moeda é dado pelo conjunto:  $\Omega = \{ \text{cara, coroa} \} = 2$  possíveis resultados.
- ✓ O espaço amostral do sorteio de uma ficha de uma caixa com 6 fichas nas cores azul, preta, vermelha, verde, amarela e branca:  $\Omega = \{ \text{azul, preta, vermelha, verde, amarela, branca} \} = 6$  possíveis resultados
- ✓ O espaço amostral do lançamento de um dado não viciado (Um dado para não ser viciado precisa ter o mesmo peso (massa) em todas as suas faces).  $\Omega = \{ \text{um, dois, três, quatro, cinco e seis} \} = 6$  possíveis resultados.
- ✓ No baralho com 52 cartas:  $\Omega = 52$  possíveis resultados;
- ✓ Urna com bolas numeradas de 1 a 10:  $\Omega = 10$  possíveis resultados.

Considere o sorteio ao acaso de uma ficha da caixa com as seis cores. Em relação a esse espaço amostral, destacam-se os seguintes **eventos**:

- ✓ Em um sorteio, ocorrer a saída de uma ficha com uma cor que começa com a letra V: Evento(E) = { vermelha, verde } = 2 possíveis resultados.
- ✓ Em um sorteio, ocorrer a saída de uma cor cuja inicial começa com a letra S: Evento (E) = { } = vazio. Neste caso, dizemos que o **evento é impossível**.

Em relação ao lançamento do dado, destacam-se os seguintes **eventos**:

- ✓ Ao lançar o dado, sair um número par: Evento (E) = { dois, quatro, seis } = 3 possíveis resultados.
- ✓ Ao lançar o dado, sair um número menor que 7: Evento(E) = { um, dois, três, quatro, cinco e seis } = 6 possíveis resultados. Neste caso quando o **evento** é o próprio espaço amostral ele é chamado de **certo**.

Em relação ao lançamento da moeda, destaca-se o seguinte **evento**:

- ✓ Ao lançar a moeda, a chance de sair cara: Evento  $(E) = \{\text{cara}\} = 1$  possível resultado. Neste caso o Evento é representado por um conjunto unitário, dizemos então que é um **evento simples ou unitário**.

Em relação a tirar uma carta do baralho, destacam-se os seguintes **eventos**:

- ✓ Retirar uma carta com naipe vermelho:  $n(E) = 26$ ;
- ✓ Retirar uma carta de paus:  $n(E) = 13$ .

Nesta etapa lembrar que: O baralho mais usado nos países de língua portuguesa possui 52 cartas, distribuídas em 4 naipes e em 13 valores diferentes. Os nomes dos naipes em português (mas não os símbolos) são inspirados nos do baralho espanhol (espadas(♠), paus(♣) (bastos em espanhol), copas(♥) e ouros(♦)), embora sejam usados os símbolos franceses. Cada naipe possui 13 cartas, sendo elas um Ás (representado pela letra A); todos os números de 2 a 10; e três figuras: o Valete, marcado com a letra J (do inglês jack), a Dama (também chamada de Rainha, letra Q (de queen) e o Rei, letra K (de king). Ao Ás geralmente é dado o valor 1 e às figuras são dados respectivamente os valores de 11, 12 e 13.

Em relação à urna com bolas numeradas de 1 a 10, destaca-se o seguinte evento:

- ✓ Sortear uma bola com número maior que 6:  $n(E) = 4$ .

Estas sugestões de atividades serão feitas no caderno, apenas como uma revisão de Experimento Aleatório, Espaço Amostral e Evento.

### Exercícios no caderno:

1) Considere o experimento aleatório: Um casal planeja ter 2 filhos. Determine:

a) Espaço Amostral  $(\Omega)$  : **R: { FF, MF, FM, MM }**

	F	M
F	<b>FF</b>	<b>FM</b>
M	<b>MF</b>	<b>MM</b>

\* F (feminino) \*M masculino

b) Evento  $E_1$  : os dois serem meninos **R: { MM }**

c) Evento  $E_2$  : o primeiro ser menina **R: { FF, FM }**

2) Considere o experimento aleatório: Lançamento de 2 dados, determine:

a) Espaço Amostral  $(\Omega)$ : **R:**

	1	2	3	4	5	6
--	---	---	---	---	---	---

1	1;1	1;2	1;3	1;4	1;5	1;6
2	2;1	2;2	2;3	2;4	2;5	2;6
3	3;1	3;2	3;3	3;4	3;5	3;6
4	4;1	4;2	4;3	4;4	4;5	4;6
5	5;1	5;2	5;3	5;4	5;5	5;6
6	6;1	6;2	6;3	6;4	6;5	6;6

- b)  $E_1$ : sair pares iguais  $R: \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (5;5), (6;6)\}$
- c)  $E_2$ : sair pares cuja soma dos números são maiores que 10  $R: \{(5;6), (6;5), (6;6)\}$
- d)  $E_3$ : Sair números cuja soma é 4  $R: \{(1;3), (3;1), (2;2)\}$
- e)  $E_4$ : sair o número 5 em pelo menos um dos dados  $R: \{(1;5), (5;1), (2;5), (5;2), (3;5), (5;3), (4;5), (5;4), (5;5), (5;6), (6;5)\}$
- f)  $E_5$ : sair um número par nos dois dados  $R: \{(2;2), (4;2), (6;2), (2;4), (2;6), (4;4), (6;6)\}$
- g)  $E_6$ : sair números divisores de 6 nos dois dados  $R: \{(1;1), (2;1), (1;2), (3;1), (1;3), (1;6), (6;1), (2;6), (6;2), (3;6), (6;3), (6;6)\}$

3) Considerando o experimento aleatório: No lançamento de 2 moedas, determinar:

a) Espaço Amostral ( $\Omega$ )  $R$ :

Sendo: C = cara K = coroa

	C	K
C	CC	CK
K	KC	KK

- b)  $E_1$ : Sair uma cara e uma coroa  $R: \{CK, KC\}$
- c)  $E_2$ : sair duas caras  $R: \{CC\}$
- d)  $E_3$ : sair pelo menos uma coroa  $R: \{CK, KC, KK\}$
- e)  $E_4$ : sair nenhuma cara  $R: \{KK\}$

### Atividade 2 :

Relembrando o cálculo de probabilidade

#### Habilidades relacionadas:

- ✓ Calcular a probabilidade de um evento D(33);
- ✓ Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade (H28).

- ✓ Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação (H29).

#### **Pré-requisitos:**

- ✓ Números e Operações;
- ✓ Tratamento da informação e contagem;
- ✓ Cálculo de Porcentagem;
- ✓ Frações equivalentes e simplificação de frações;
- ✓ Conjuntos.

#### **Tempo de Duração:**

- ✓ 100 minutos

#### **Recursos Educacionais Utilizados:**

- ✓ Quadro e caderno;
- ✓ Folha de atividades com questões de revisão de probabilidade;

#### **Organização da turma:**

- ✓ A tarefa será realizada em dupla, propiciando um trabalho organizado e colaborativo, com o auxílio do professor.

#### **Objetivos:**

- ✓ Desenvolver o conceito de incerteza respostas não absolutas;
- ✓ Reconhecer fenômenos de natureza aleatória;
- ✓ Utilizar a frequência relativa para definir a probabilidade de ocorrência de um evento;
- ✓ Calcular probabilidades em espaços amostrais finitos equiprováveis.

#### **Metodologia adotada:**

Utilizar uma folha com questões para revisar probabilidade e para isso deve-se lembrar que:

Considerando um evento E de um espaço amostral  $\Omega$  finito e equiprovável. A razão entre a quantidade de elementos de E ( indicado por  $n(E)$  ) e a quantidade de elementos de  $\Omega$  (indicado por  $n(\Omega)$ ) é a probabilidade  $P(E)$  de o evento E ocorrer.

$$P(E) = \frac{\text{número de elementos de E}}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

ou

$$P(E) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{Número de casos possíveis}}$$

A probabilidade de um evento ocorrer é um valor de 0 a 1, ou seja, de 0% a 100%.

✓ Se um evento é **impossível**, temos que  $P(E) = 0$ ;

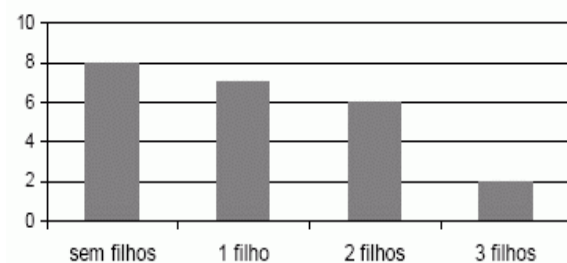
✓ Se um evento é **certo**, temos que  $P(E) = 1$ .

Para todo evento E, temos:

$$0 \leq P(E) \leq 1 \quad \text{ou} \quad 0\% \leq P(E) \leq 100\%$$

Exercícios na folha:

1)(ENEM) As 23 ex-alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico abaixo.



Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex-alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é (A)  $1/3$ . (B)  $1/4$ . (C)  $7/15$ . (D)  $7/23$ . (E)  $7/25$ .

R: E, pois  $n(\Omega) = 8.0 + 7.1 + 6.2 + 2.3 = 0 + 7 + 12 + 6 = 25$

$P(E) = 7/25$

2)

(M113275) Em uma revendedora há 40 carros de cor prata, 30 carros de duas portas e 10 carros de cor prata e de duas portas.

Ao comprar um desses carros, qual é a probabilidade de que seja um carro prata de duas portas?

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{4}$
- D)  $\frac{1}{6}$
- E)  $\frac{1}{8}$

R: D

3)

(M120513AB) Suzana comprou uma caixa de bombons que continha: 6 bombons de cereja, 9 de abacaxi e 15 de morango.

A probabilidade de Suzana retirar um bombom dessa caixa, sem olhar, e esse ser de morango é

A)  $\frac{1}{30}$

B)  $\frac{1}{15}$

C)  $\frac{1}{5}$

D)  $\frac{3}{10}$

E)  $\frac{1}{2}$

R: E

4)

(M110019AB) Bibi é apresentadora de um programa infantil. Em uma das brincadeiras, ela escolhe uma criança e pede que ela abra uma caixa. Bibi entrega um molho contendo 12 chaves idênticas para a criança, mas somente 4 delas abrem a caixa.

Qual é a probabilidade da criança escolhida abrir a caixa na primeira tentativa?

A)  $\frac{1}{12}$

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{2}{3}$

D)  $\frac{3}{4}$

E)  $\frac{1}{4}$

R: B

5)

(M120382A9) O time de vôlei de uma cidade vai fazer uma seleção para escolher um jogador que irá juntar-se à equipe para disputar um campeonato. No dia do teste, apareceram 24 meninos da própria cidade e 12 meninos de outras cidades vizinhas.

Qual é a probabilidade do escolhido ser das cidades vizinhas?

A)  $\frac{1}{36}$

B)  $\frac{1}{12}$

C)  $\frac{1}{3}$

D)  $\frac{1}{2}$

E)  $\frac{2}{3}$

R: C

6)

(M120447AB) Observe o resultado de uma pesquisa na classe de Júlia.

Computador	Nº de alunos
Possui computador	18
Não possui computador	12

Escolhendo um aluno dessa classe, ao acaso, qual é a probabilidade de que ele tenha computador?

- A)  $\frac{1}{5}$   
 B)  $\frac{2}{5}$   
 C)  $\frac{3}{5}$   
 D)  $\frac{2}{3}$   
 E)  $\frac{3}{2}$

**R: C**

7) Em um sorteio de uma cesta de café da manhã, estão participando 14 mulheres e 6 homens. Para participar desse sorteio, cada um desses participantes preencheu um cupom com seu nome e depositou-o na urna. Qual é a probabilidade de um homem ser sorteado para ganhar essa cesta de café da manhã?

- a)  $\frac{1}{20}$     b)  $\frac{1}{6}$     c)  $\frac{6}{20}$     d)  $\frac{6}{14}$     e)  $\frac{14}{20}$

**R: C**

8) Uma urna contém 100 bolinhas numeradas de 1 a 100. Uma bolinha é sorteada. A probabilidade de que o número sorteado seja múltiplo de 7 é: **R: c**

- a)  $\frac{1}{10}$     b)  $\frac{6}{50}$     c)  $\frac{7}{50}$     d)  $\frac{4}{25}$     e) n d a

9) O número da placa de um carro é ímpar. A probabilidade de o último algarismo ser 7 é: **R: b**

- a)  $\frac{1}{10}$     b)  $\frac{1}{5}$     c)  $\frac{1}{2}$     d)  $\frac{3}{5}$     e) n d a

10) Uma bola será retirada de uma sacola contendo 5 bolas verdes e 7 bolas amarelas. Qual a probabilidade desta bola ser verde?

**R: 5/12**

### Atividade 3 :

#### Probabilidade da união de Eventos e de Eventos Complementares

#### Habilidades relacionadas:

- ✓ Calcular a probabilidade de um evento D(33);

- ✓ Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade (H28).
- ✓ Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação (H29).

#### **Pré-requisitos:**

- ✓ Números e Operações;
- ✓ Tratamento da informação e contagem;
- ✓ Cálculo de Porcentagem;
- ✓ Frações equivalentes e simplificação de frações;
- ✓ Conjuntos.

#### **Tempo de Duração:**

- ✓ 100 minutos

#### **Recursos Educacionais Utilizados:**

- ✓ Quadro e caderno;
- ✓ Folha de atividades com questões de probabilidade;

#### **Organização da turma:**

- ✓ A tarefa será realizada inicialmente individual e após a explicação será em dupla, propiciando um trabalho organizado e colaborativo, com o auxílio do professor.

#### **Objetivos:**

- ✓ Desenvolver o conceito de incerteza respostas não absolutas;
- ✓ Reconhecer fenômenos de natureza aleatória;
- ✓ Utilizar a frequência relativa para definir a probabilidade de ocorrência de um evento;
- ✓ Calcular probabilidades em espaços amostrais finitos equiprováveis.
- ✓ Calcular probabilidade da união de eventos;
- ✓ Calcular probabilidade de eventos complementares.

#### **Metodologia adotada:**

Para explicar a **probabilidade de eventos complementares** podem-se utilizar exemplos como:

Considerando o sorteio de um número natural de 1 a 10, qual é a probabilidade de desse número não ser o 7?

Nesse caso temos um experimento aleatório cujo espaço amostral  $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$  e o evento simples “ o número sorteado ser 7”, dado por  $E = \{ 7 \}$ .

Pode-se notar que todos os elementos desse espaço amostral têm a mesma chance de serem sorteados, ou seja,  $\Omega$  é um **espaço amostral equiprovável** (como o exemplo do lançamento da moeda, pois a possibilidade de uma face ocorrer é igual à outra).

Como o 7 aparece uma única vez no espaço amostral, e este possui 10 elementos, então há uma chance em 10 de o número 7 ser sorteado.

Assim, a probabilidade (ou chance) de o número 7 ser sorteado é dada por:

$$1 \text{ em } 10 \text{ ou } 1/10 \text{ ou } 10\%$$

E a probabilidade do número sorteado não ser 7 é o que chamamos de evento complementar, pois acontece de ter 9 números diferentes de 7, portanto 9/10 de probabilidade de sair um número que não seja o 7.

$$9 \text{ em } 10 \text{ ou } 9/10 \text{ ou } 90\%$$

Já a **probabilidade da união de dois eventos** pode-se trabalhar com a questão:

Em uma caixa há 2 fichas amarelas, 5 fichas azuis e 7 fichas verdes. Se retirarmos uma única ficha, qual a probabilidade dela ser verde ou amarela?

Neste caso, temos que  $n(\Omega) = 2 + 5 + 7 = 14$  fichas no total, mas a quantidade de verde  $n(E)_{\text{verde}} = 7$  e  $n(E)_{\text{amarela}} = 2$ , como pede-se verde ou amarela tem-se a palavra **OU** que em matemática corresponde a soma, então temos que:

$$n(E)_{\text{verde ou amarela}} = 7 + 2 = 9$$

$$n(\Omega) = 14$$

$$\text{Portanto: } P(E) = 9/14$$

Utilizar uma folha com questões para trabalhar o conceito de probabilidade de eventos complementares e probabilidade da união de eventos:

1) Uma caixa contém 24 miniaturas de soldadinhos, todos de mesmo tamanho e formato. Desse total, 4 são dourados, 6 são vermelhos e o restante, prateados.

Tirando ao acaso um soldadinho dessa caixa, qual é a probabilidade de ser dourado ou prateado?

a)  $\frac{1}{24}$       b)  $\frac{1}{18}$       c)  $\frac{4}{24}$       d)  $\frac{14}{24}$       e)  $\frac{18}{24}$

**R: 14/24**

2) Num avião viajam 20 brasileiros, 10 japoneses, 8 italianos e 3 espanhóis. Escolhendo ao acaso um passageiro, determine a probabilidade dele:

a) ser espanhol? R: 3/41

b) não ser espanhol? R: 38/41

c) ser americano? R: 0/41 = 0 ou probabilidade nula

d) ser brasileiro ou espanhol? R: 23/41

3) Em uma empresa, o risco de alguém se acidentar é dado pela razão 1 em 30. Determine a probabilidade de ocorrer nessa empresa as seguintes situações relacionadas a 3 funcionários:

a) Todos se acidentarem.

R:

$$P = \frac{1}{30} * \frac{1}{30} * \frac{1}{30}$$

$$P = \frac{1}{27000}$$

$$P = 0,000037$$

$$P = 0,0037\%$$

b) Nenhum se acidentar.

R:

$$P = \frac{29}{30} * \frac{29}{30} * \frac{29}{30}$$

$$P = \frac{24389}{27000}$$

$$P = 0,9033$$

$$P = 90,33\%$$

4) (UFSCar-SP) Uma urna tem 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. Se retirarmos uma bola da urna, qual a probabilidade de não obtermos a bola número 7 ?

R: Espaço amostral:  $S = \{b1, b2, b3, b4, b5, b6, b7, b8, b9, b10\} \rightarrow n(S) = 10$

Evento não sair bola 7:  $E = \{b1, b2, b3, b4, b5, b6, b8, b9, b10\} \rightarrow n(E) = 9$

$P = 9/10$

5) Uma bola é retirada de um urna que contém bolas coloridas. Sabe-se que a probabilidade de ter sido retirada uma bola vermelha é 5/17. Calcule a probabilidade de ter sido retirada uma bola que não seja vermelha.

R: Espaço amostral:  $n(S) = 17$  ,

Evento bola vermelha:  $n(E) = 5$

Evento não bola vermelha:  $P = 12/17$

6) Uma urna contém 30 bolinhas numeradas de 1 a 30. Retirando-se ao acaso uma bolinha da urna, qual a probabilidade de essa bolinha ter um número múltiplo de 4 ou 3?

R: Espaço amostral:  $n(S) = 30$

Eventos múltiplos de 4:  $M4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\} \rightarrow n(M4) = 7$

Eventos múltiplos de 3:  $M3 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\} \rightarrow n(M3) = 10$

Eventos múltiplos de 4 e 3:  $M4 \cap M3 = \{12, 24\} \rightarrow n(M4 \cap M3) = 2$

Probabilidade da bolinha ter um número múltiplo de 4 ou 3:

$P = 15/30 = 1/2$

7) Um grupo de 50 moças é classificado de acordo com a cor dos cabelos, e dos olhos de cada moça, segundo a tabela:

	Azuis	Castanhos
Loira	17	9
Morena	4	14
Negra	3	3

a) Se você marca um encontro com uma dessas garotas, escolhida ao acaso, qual a probabilidade dela ser:

a) morena de olhos azuis? R:  $4/50 = 2/25$

b) morena ou ter olhos azuis? R:  $38/50 = 19/25$

8)

(M1146138) No lançamento de um dado numerado de 1 a 6, qual a probabilidade de que a face voltada para cima seja 2 ou 3?

A)  $\frac{1}{3}$

B)  $\frac{1}{5}$

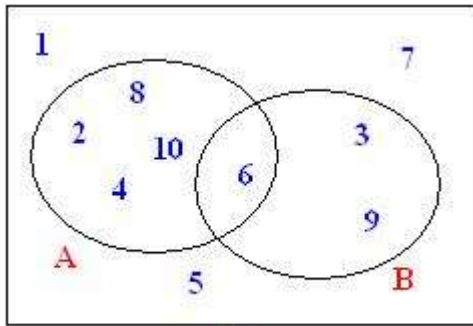
C)  $\frac{1}{6}$

D)  $\frac{1}{30}$

E)  $\frac{1}{36}$

R: A

9) Numa urna existem 10 bolas numeradas de 1 a 10. Retirando uma bola ao acaso, qual a probabilidade de ocorrer múltiplos de 2 ou múltiplos de 3?



R:

A é o evento "múltiplo de 2".

B é o evento "múltiplo de 3".

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} - \frac{1}{10} = \frac{7}{10} = 70\%$$

10) No lançamento simultâneo de dois dados, vamos determinar a probabilidade de não sair soma 4.

R: No lançamento de dois dados temos o espaço amostral de 36 elementos. Considerando os eventos em que a soma seja quatro, temos:  $\{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\}$ . Probabilidade de sair soma quatro é igual a: 3 em 36, que corresponde a  $3/36 = 1/12$ . Para determinarmos a probabilidade de não sair soma quatro realizamos o seguinte cálculo:

$$P = 1 - \frac{1}{12}$$

$$P = \frac{12-1}{12}$$

$$P = \frac{11}{12}$$

11) No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de não sair o número 6.

R: 5/6

## **Atividade 4 :** Probabilidade Condicional

### **Habilidades relacionadas:**

- ✓ Calcular a probabilidade de um evento D(33);
- ✓ Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade (H28).
- ✓ Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação (H29).

### **Pré-requisitos:**

- ✓ Números e Operações;
- ✓ Tratamento da informação e contagem;
- ✓ Cálculo de Porcentagem;
- ✓ Frações equivalentes e simplificação de frações;
- ✓ Conjuntos.

### **Tempo de Duração:**

- ✓ 100 minutos

### **Recursos Educacionais Utilizados:**

- ✓ Quadro e caderno;
- ✓ Folha de atividades com questões de probabilidade;

### **Organização da turma:**

- ✓ A tarefa será realizada inicialmente individual e após a explicação será em dupla, propiciando um trabalho organizado e colaborativo, com o auxílio do professor.

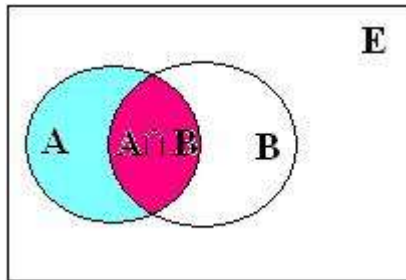
### **Objetivos:**

- ✓ Desenvolver o conceito de incerteza respostas não absolutas;
- ✓ Reconhecer fenômenos de natureza aleatória;
- ✓ Utilizar a frequência relativa para definir a probabilidade de ocorrência de um evento;
- ✓ Calcular probabilidades em espaços amostrais finitos equiprováveis.
- ✓ Calcular probabilidade condicional.

### **Metodologia adotada:**

Explicar que Probabilidade condicional é um segundo evento de um espaço amostral que ocorre em um evento depois que já tenha ocorrido o primeiro. Para melhor

compreensão do que seja probabilidade condicional, considere um espaço amostral  $S$  finito não vazio e um evento  $A$  de  $S$ , se quisermos outro evento  $B$  desse espaço amostral  $S$ , essa nova probabilidade é indicada por  $P(B | A)$  e dizemos que é a probabilidade condicional de  $B$  em relação a  $A$ . Essa probabilidade condicional irá formar um novo espaço amostral, pois agora o espaço amostral será  $A$  e os elementos do evento  $B$  irão pertencer a  $B \cap A$ .



Para calcular a probabilidade  $P(B|A)$  deve-se seguir o mesmo raciocínio da fórmula de probabilidade, portanto:

$$P(B|A) = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} \text{ ou } P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

E para calcular a probabilidade  $P(B \cap A)$  basta multiplicar as probabilidades de  $A$  e  $B$ :

$$P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B)$$

### Exemplos:

1) São lançados simultaneamente dois dados distintos e perfeitos. Qual a probabilidade da soma das faces obtidas ser igual a 8, sabendo que as faces obtidas são ímpares?

Resolução:

O espaço amostral passa a ser  $E = \{(1,1);(1,3);(1,5);(3,1);(3,3);(3,5);(5,1);(5,3);(5,5)\}$ ,

Logo  $n(E) = 9$ .

O evento obter a soma das faces igual a 6 é dado por  $A \cap E = \{(3,5);(5,3)\}$ .

A probabilidade procurada é dada por:  $n(A \cap E) / n(E) = 2/9 = 0,22222... \approx 22,23\%$

Portanto, a probabilidade de se obter soma 8, sabendo que os resultados das faces são ímpares, é de aproximadamente 22,23%.

2) Na sala de espera de um consultório estão sentadas 8 pessoas das quais 3 usam óculos e 5 são homens. Sabendo que apenas uma mulher usa óculos, qual a probabilidade da próxima pessoa a ser atendida não usar óculos, se a pessoa atendida é mulher?

Resolução:

O diagrama a seguir representa a situação:

8 pessoas: 5 homens	3 usam óculos	2 não usam óculos
8 pessoas: 3 mulheres	1 usa óculos	2 não usam óculos

O número de elementos do espaço amostral deixa de ser 8 (total de pessoas) e passa a ser 3 (a pessoa chamada é mulher), logo  $n(E) = 3$ .

O número de elementos de o evento ser atendida uma pessoa que não usa óculos é dado por  $n(A \cap E) = 2$ .

Portanto a probabilidade procurada é dada por:  $n(A \cap E) = 2/3 = 0,6666... \cong 66,67\%$

Após a explicação desses exemplos, fazer os exercícios:

### Folha de Atividades:

1)

(PAMA11177MS) Lançando-se uma moeda e um dado, qual é a probabilidade de ocorrerem coroa e um número menor que 4?

- A)  $\frac{1}{3}$
- B)  $\frac{2}{3}$
- C)  $\frac{1}{4}$
- D)  $\frac{3}{4}$
- E)  $\frac{5}{4}$

R:C

2)

(PAMA11178MS) Em cinco lançamentos de uma moeda, qual é a probabilidade de sair cinco vezes cara?

- A)  $\frac{1}{5}$
- B)  $\frac{1}{10}$
- C)  $\frac{1}{25}$
- D)  $\frac{1}{32}$
- E)  $\frac{1}{125}$

R: D

3)

(M11368S) Uma urna contém duas bolas amarelas, três bolas brancas e cinco bolas cinzas. Marina vai retirar dessa urna, simultaneamente, duas dessas bolas. Qual é a probabilidade de Marina retirar duas bolas brancas?

- A)  $\frac{1}{15}$
- B)  $\frac{1}{6}$
- C)  $\frac{1}{5}$
- D)  $\frac{1}{3}$
- E)  $\frac{47}{90}$

R: A

4)

(M11328S) Numa caixa estão 3 bolas amarelas e 5 bolas verdes. Retirando-se duas bolas ao acaso, qual é a probabilidade de ser uma de cada cor?

- A)  $\frac{1}{15}$
- B)  $\frac{3}{3}$
- C)  $\frac{15}{56}$
- D)  $\frac{15}{64}$
- E)  $\frac{14}{37}$

R: C

5) Numa urna há 9 bolas: 3 vermelhas, 4 amarelas e 2 azuis. Retira-se a primeira bola, que não é amarela. Ao retirar uma segunda bola ao acaso, qual é a probabilidade dela ser amarela?

R: 5/18

6) As probabilidades de três jogadores acertarem um pênalti são respectivamente  $\frac{2}{3}$ ,

$\frac{4}{6}$  e  $\frac{7}{10}$ . Se cada um chutar uma única vez, qual a probabilidade de que todos

acertem:

R:  $P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C) = \frac{2}{3} \times \frac{4}{6} \times \frac{7}{10} = \frac{56}{180} \equiv \frac{14}{45}$

7) A probabilidade de uma mulher estar viva daqui a 30 anos é  $\frac{3}{4}$  e de seu marido é

$\frac{3}{5}$ . Calcular a probabilidade de:

a) apenas o homem estar vivo

Solução. Pela informação do problema, já sabemos que o complementar de cada probabilidade é a da situação onde há o falecimento de uma das partes.

R:  $P(H_V \cap M_M) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$

b) somente a mulher estar viva

R:  $P(H_M \cap M_V) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} \equiv \frac{3}{10}$

8) De uma urna que contém 5 bolas pretas, 3 verdes e 4 amarelas, retiram-se ao acaso e sem reposição, duas bolas; qual a probabilidade de elas serem pretas?

R: Probabilidade Primeira bola preta=5/12

Segunda bola. Como uma preta foi retirada restaram 4 pretas, 3 verdes e 4 amarelas.

Total 11 bolas =4/11

“Regra do E” Multiplica-se  $5/12 \times 4/11 = 20/132 \Rightarrow$  Simplificando 5/33

9) Uma urna contém duas bolas brancas (B) e três vermelhas (V). Suponha que são sorteadas duas bolas ao acaso, sem reposição. Qual a probabilidade da primeira bola sorteada ser branca e da segunda bola ser vermelha?

R:  $6/20 = 3/10$

10) Uma urna contém duas bolas brancas (B) e três vermelhas (V). Suponha que são sorteadas duas bolas ao acaso, com reposição. Qual a probabilidade da primeira bola sorteada ser branca e da segunda bola ser vermelha?

R: 6/25

Complementando o conteúdo de probabilidade condicional, aplicar a atividade 4:

### **Atividade 5:**

#### Aplicação do Roteiro de Ação 5 : Porta dos Desesperados

#### **Habilidades relacionadas:**

- ✓ Calcular a probabilidade de um evento D(33);
- ✓ Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade (H28).

#### **Pré-requisitos:**

- ✓ Nenhum

#### **Tempo de Duração:**

- ✓ 100 minutos

#### **Recursos Educacionais Utilizados:**

- ✓ Folha de atividades, lápis e borracha

### **Organização da turma:**

- ✓ A tarefa será realizada em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo, com o auxílio do professor.

### **Objetivos:**

- ✓ Resolver problemas por meio da probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares, bem como, problemas envolvendo probabilidade condicional.

### **Metodologia adotada:**

Este roteiro está interligado ao conceito de probabilidade condicional, contendo atividades importantes para aplicação no dia a dia do conceito de probabilidade condicional, então uma atividade será aplicada aos alunos, em duplas, para testar os conhecimentos deles em probabilidade condicional.

Introdução: Antigamente era comum alguns programas de televisão apresentarem como atração um quadro em que o participante deveria escolher abrir uma dentre três portas, a fim de ganhar um determinado prêmio. Em um desses programas, o quadro era chamado “Porta dos Desesperados”. Apenas uma das portas abria para o prêmio e as outras duas apresentavam dois monstros que assustavam aquele que abrisse a porta errada.



**Figura 1:** No quadro a Porta dos Desesperados, existem 3 portas e o jogador precisa adivinhar atrás de qual delas está o prêmio para poder levá-lo.

**Fonte porta:** <http://www.sxc.hu/photo/1134391> - Roberto Ribeiro

**Fonte estrela:** <http://www.sxc.hu/photo/1377410> - webcomplex's

**Fonte homem:** <http://www.sxc.hu/photo/734189> - Maarten Uilenbroed

O participante escolhe uma das portas e em seguida o apresentador, que sabe o que as portas escondem, escolhe uma das duas portas restante, mostrando, geralmente um monstro. Após liberada essa porta, o apresentador pergunta ao participante: Você quer trocar de porta?

**Questão 1:**

Suponhamos que todas as 3 portas tenham a mesma probabilidade de apresentar o prêmio. Pelas regras do programa, o participante precisa escolher uma das portas. Qual é a probabilidade dele ganhar o prêmio? E a chance dele perder o prêmio?

R: Considerando que as portas têm a mesma chance de conterem o prêmio, temos que a probabilidade de ganhar é  $1/3$  e de perder é  $1 - 1/3 = 2/3$ . Após a escolha do participante, o apresentador deverá abrir uma das portas que contém um monstro. A partir desta informação, responda às questões 2 e 3.

**Questão 2:**

Qual é a probabilidade do apresentador escolher a porta que um monstro?

R: Supondo que o participante escolheu uma porta com um monstro, o apresentador, que sabe o que está por trás das 3 portas, deverá escolher a outra porta que contém um monstro. Logo a probabilidade do apresentador escolher essa porta é ou 100%.  $P=1$  ou 100%.

**Questão 3:**

E se a porta do participante contiver um prêmio, qual é a probabilidade do apresentador escolher a porta com o monstro?

R: Como o apresentador sabe que o participante escolheu uma porta que contém um prêmio, ele terá duas opções de portas com monstro para abrir. Logo, sua probabilidade de abrir uma porta com um monstro é ou 50% ou  $P=1/2$ .

**Atividade 6:**

Uso de recursos educacionais para estimular o aprendizado de probabilidade

**Habilidades relacionadas:**

- ✓ Calcular a probabilidade de um evento D(33);
- ✓ Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade (H28).

**Pré-requisitos:**

- ✓ Números e Operações;

- ✓ Tratamento da informação e contagem;
- ✓ Cálculo de Porcentagem;
- ✓ Frações equivalentes e simplificação de frações;
- ✓ Conjuntos.

**Tempo de Duração:**

- ✓ 200 minutos

**Recursos Educacionais Utilizados:**

- ✓ Data show e notebook na sala ou Laboratório de informática;
- ✓ Softwares educacionais.

**Organização da turma:**

- ✓ A tarefa será realizada em trios, propiciando um trabalho organizado e colaborativo, com o auxílio do professor.

**Objetivos:**

- ✓ Desenvolver o conceito de incerteza respostas não absolutas;
- ✓ Reconhecer fenômenos de natureza aleatória;
- ✓ Utilizar a frequência relativa para definir a probabilidade de ocorrência de um evento;
- ✓ Calcular probabilidades em espaços amostrais finitos equiprováveis.
- ✓ Compreender o conceito fundamental para o cálculo de Probabilidades.
- ✓ Desenvolver o cálculo mental aproximado na resolução de problemas probabilísticos.
- ✓ Conhecer fatos históricos sobre o surgimento da Teoria das Probabilidades;
- ✓ Compreender o processo histórico do cálculo de probabilidades e algumas de suas características.

**Metodologia adotada:**

Agora vamos realizar atividades no laboratório de informática, os alunos devem ser orientados antes de se encaminharem para este espaço, explicar quais os objetivos da atividade que realizarão em tal espaço e estabelecer regras para o uso, bem como, os critérios que serão utilizados para avaliação das atividades realizadas no laboratório, previamente. Se possível estabelecer os critérios para realização de toda a aula com os alunos, já desde o início, independente de ser ou não no laboratório de informática.

No laboratório de informática, apresente a proposta do Recurso Educacional "Probabilidade", e solicite que realizem os jogos "Sorteio na Caixa" e "Roleta/Roda Mágica":



Solicite aos alunos no Jogo "Sorteio na Caixa" que leiam atentamente a história sobre as probabilidades.

Com base no texto apresentado no jogo e nos sítios sugeridos a seguir, solicitar que aos alunos que apresentem, em forma de dissertação, novos fatos históricos que apresentem a história do surgimento das probabilidades e ao menos duas atividades de probabilidade que utilizem cartas de um baralho.

Obs.: Caso os alunos nunca tenham realizado uma produção textual nas aulas de matemática como a proposta nesta, elaborar um roteiro.

Veja na sala de aula: **Convidar a moçada para uma aposta em que todos ganham.**

Deixar claro que os jogos de azar foram úteis na construção da Teoria das Probabilidades.



Os Jogadores de Cartas, de

Paul Cézanne: confronto no baralho serviu de inspiração para artistas.

**Cenário 1:** França, século XVII. Um matemático e filósofo mostra-se preocupado com um jogo fictício entre duas pessoas igualmente imaginárias. A disputa havia chegado a um ponto em que um dos participantes aparentemente tinha mais chance de ganhar do que o adversário. O francês em questão se pergunta: como dividir com

justiça as apostas? Ele é Blaise Pascal, que começou a estruturar a Teoria das Probabilidades em correspondências trocadas com outro matemático e colega seu, Pierre de Fermat. Portanto, logo na origem, probabilidade era sinônimo de jogo de azar.

**Cenário 2:** Alemanha, século XX. Um físico alemão – Werner Karl Heisenberg – complica ainda mais a crença clássica do determinismo quando afirma que é impossível especificar e determinar simultaneamente a posição e a velocidade de uma partícula subatômica com precisão absoluta. À medida que a determinação de uma dessas grandezas fica mais precisa, avalia Heisenberg, mais incerta se torna a outra. Esse é, basicamente, o enunciado do Princípio da Incerteza. E incerteza é quase o mesmo que probabilidade.

Se no início o cálculo de probabilidades era destinado a prever resultados de jogos de azar, hoje em dia é muito mais do que isso. Trata-se de uma ferramenta fundamental para os cálculos estatísticos, as estimativas, as previsões econômicas, meteorológicas, políticas e muito mais. Apresentar esses conceitos matemáticos para os adolescentes, recuperando o caminho histórico iniciado nos jogos de azar, é uma opção produtiva – reforçada pelo estímulo da reportagem de VEJA.



Cena do filme *Maverick*: jogo de pôquer foi o motivo de intrigas e disputas em inúmeras fitas de faroeste.

### **Exercícios e outras atividades**

Após a leitura do texto, lembrar que o jogo de pôquer já foi tema de diversos filmes inspirou artistas e escritores. Um bom exemplo é o texto humorístico *Pôquer*

*Interminável*, de Luis Fernando Veríssimo, que faz parte do livro *O Analista de Bagé*. Após esse breve relato, passe para as questões matemáticas, começando com um evento simples. Mostrar aos alunos quais são as 52 peças (sem os curingas) que compõem um baralho comum e proponha que indiquem a probabilidade de retirar dali uma determinada carta. Depois, ampliar o exercício para que todos calculem a probabilidade de retirada de duas, três, quatro e, finalmente, cinco cartas. Quando as operações básicas estiverem compreendidas, diminuir o conjunto, deixando de lado as peças inferiores ao sete, para que a turma se concentre no cálculo das probabilidades dos lances feitos no pôquer.

Se ninguém perguntar de imediato, levantar a questão: quais podem ser os motivos matemáticos que justifiquem um determinado conjunto de cartas valerem mais do que outro? Por que, por exemplo, um jogo com cinco cartas do mesmo naipe leva vantagem sobre outro com uma trinca e um par – o full hand? Por que um jogo com cinco cartas seguidas de naipes diferentes vale menos que um full hand? A resposta deve vir dos próprios alunos: o valor do jogo é inversamente proporcional à probabilidade de que ele seja sorteado. Quer dizer, quanto mais difícil de acontecer, mais valor ele tem.

Depois, usar o quadro abaixo como orientação e sugira como tarefa a listagem de todos os tipos de combinações possíveis de ser sorteadas numa partida de pôquer e o cálculo da probabilidade de ocorrência de cada uma delas.

Discutir os resultados obtidos. Em seguida, apresentar um novo desafio. Contar que determinada loteria veiculada pela televisão premiava quem não fizesse ponto nenhum numa rodada. Isso porque era pouco provável que tal fato ocorresse. E no jogo de pôquer, qual é a probabilidade de sortearmos cinco cartas e sair um “nada” – isto é, não formar nenhuma das combinações mencionadas? Essa probabilidade é ou não maior que a de conseguir um jogo com um único par?



Para saber mais

Há ainda diversas situações diferentes – envolvendo o cálculo de probabilidades – que podem servir de exercício para a classe. No entanto, o aspecto mais importante de toda essa questão não é matemático, e sim ético. O homem sempre jogou, por lazer ou por necessidade. Prazer e sobrevivência são motivos fáceis de entender e aceitar. O que a televisão mostra nos programas citados por VEJA são pessoas jogando por outros motivos – em especial, a cobiça e o vício. Não são essas, certamente, as razões para realizar o jogo com a classe. Ao contrário, a idéia é fornecer elementos para que todos compreendam, matematicamente, que quem banca um jogo nunca sai no prejuízo. E que aqueles que jogam (e sempre perdem) alimentam a indústria da ilusão do lucro fácil. Em resumo, nenhum aluno nem ninguém vai ganhar no pôquer ou em qualquer outro jogo porque aprendeu a calcular as probabilidades envolvidas. No máximo, será esperto o suficiente para não se arriscar a perder.

### **Trabalhando com Jogos:**

É interessante propor um jogo que, além de utilizar os conceitos relacionados ao conteúdo, possua regras simples. Por isso, deve-se sugerir iniciar com um jogo de apostas utilizando dois dados.

#### **Como o jogo funciona?**

Em cada rodada, os alunos do grupo devem apostar em um número entre 1 e 12. Isso mesmo, o número **um** entra nas apostas! Apesar de ser impossível chegar a esse valor na soma dos números obtidos no lançamento de dois dados, é importante que os alunos cheguem a essa conclusão sozinhos.

Dois alunos não devem apostar em um mesmo número. Por isso, sugira uma ordem para que eles apostem, alternando o primeiro aluno a falar sua aposta. Você pode propor que o aluno mais novo diga a primeira aposta, e a cada nova rodada, o aluno a esquerda inicie.

Em seguida, um dos alunos lança os dois dados (sugira que o lançamento também seja alternado entre os alunos). O valor obtido é o resultado da soma dos números obtidos nos dois dados.

Ganha o jogador que acertar a soma obtida nos dados.

Divida os alunos em grupos com cinco integrantes, entregue dois dados e uma folha onde eles devem registrar os valores que saírem e as apostas que cada aluno fizer.

Veja o exemplo abaixo.

	Números para a aposta												Qual o número sorteado?
Rodada	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1ª													
2ª													
3ª													
4ª													
5ª													
...													

Deve-se começar a aula explicando o jogo aos alunos. É interessante fazer uma simulação. Você pode escolher quatro alunos, além de você, e pedir para que escolha um número para a aposta. Escreva os nomes (ou as iniciais dos nomes) dos apostadores na tabela. Se o aluno A escolher 3, o aluno B escolher 7, o aluno C escolher 10, o aluno D escolher 4 e o professor escolher 12, a tabela ficará assim:

	Números para a aposta												Qual o número sorteado?
Rodada	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1ª			A	D			B			C		P	
...													

Em seguida, um dos jogadores lança os dois dados soma os valores obtidos.



Neste exemplo, obtemos soma 7. Logo o aluno B ganhou a aposta. Instrua os alunos a anotarem o valor sorteado na tabela, veja abaixo.

	Números para a aposta												Qual o número sorteado?
Rodada	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1ª			A	D			E			C		P	7
...													

Perguntar aos alunos **“qual é o melhor número para se apostar nesse jogo”** e deixá-los jogar. Pedir que joguem ao menos 10 rodadas. Em geral, os alunos se envolvem na atividade e acabam jogando muito mais, por isso, deixe espaço na folha para que registrem outras rodadas.

### **Avaliação:**

A matemática é a área do conhecimento fértil para o desenvolvimento de atividades em grupo. Desde exercícios trabalhados em sala de aula até atividades propostas para casa, que podem se concretizar sob a forma de pesquisa tem-se a oportunidade de promover um exercício de cidadania, que tem um papel importante na formação dos estudantes.

É necessário haver uma diversidade de instrumentos a serem utilizados durante todo o processo ensino-aprendizagem. E os instrumentos usados neste Plano de Trabalho correspondem a todo material utilizado, a fim de observar a aprendizagem dos alunos. Este material contém aspectos que foram abordados durante as aulas, para propiciar aos alunos a verificação de sua aprendizagem e, além disso, permitir ao professor verificar quais foram os conceitos pouco compreendidos pelo aluno, percebendo, conseqüentemente, possíveis lacunas no processo ensino-aprendizagem.

Os alunos são avaliados todos os dias de aula. Qualquer atividade ou manifestação feita pelos alunos valem ponto. Seu comportamento, atitude, interesse são levados em conta. As atividades são conferidas e avaliadas pelo professor e explicadas na hora da devolução dos resultados. Algumas atividades foram tiradas de revistas ou internet para motivar o aluno.

Uma boa forma de avaliar a aprendizagem dos alunos é acompanhar a solução dos desafios e atividades disponíveis nos objetos de aprendizagem utilizados durante a aula. Para finalizar a avaliação, pode-se pedir aos alunos que preparem uma apresentação dos seus trabalhos e discutam os resultados com os colegas. Todo

conteúdo proposto neste plano de trabalho foi embasado no currículo mínimo e nas habilidades mínimas exigidas:

- ✓ Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade (**H28**);
- ✓ Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação (**H29**);
- ✓ Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados (**H50**);
- ✓ Resolver problemas que envolvam porcentagem (**H68**);
- ✓ Ler informações e dados representados em tabelas (**H69**);
- ✓ Resolver problemas que envolvam probabilidade (**H67**);

Além dessas habilidades, também surgiram a necessidade de utilizar outras habilidades ou descritores como:

- ✓ Calcular a probabilidade de um evento **D(33)**.

Espera-se que o interesse e o entendimento dos alunos sejam maiores que o esperado. Pois, foram quatro etapas, bem formuladas para o entendimento dos alunos na medida certa.

### **Referências:**

SOUZA, Joamir. **Coleção Novo Olhar**. 1. Ed. São Paulo: FTD. v. 2.

PORTAL DO PROFESSOR, **Objetos de aprendizagem**. Disponível em:<  
<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/917/probabilidades/index.htm>>.

Acesso em 21 fev. 2013.

PORTAL. **Tudo sobre seguros**. Disponível em<  
<http://www.tudosobreseguros.org.br/sws/portal/pagina.php?l=266>>. Acesso em 21 fev. 2013.

UNIVERSIDADE DE LISBOA. **História da Probabilidade**. Disponível em<  
<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm98/icm42/historia.htm>>. Acesso em 21 fev. 2013.

GOOGLE. **Imagem moeda**. Disponível em <  
<http://www.google.com.br/imgres?hl=pt&sa=X&biw=1920&bih=979&tbn=isch&tbnid=5XPLqUDrYqWuM:&imgrefurl=http://www.girafamania.com.br/americano/brasilmoedas.htm&docid=YwvgEIgDcwt5EM&imgurl=http://www.girafamania.com.br/nascimento/moeda1real.jpg&w=500&h=285&ei=G1cmUbrYDOF0QGQ5oDQDA&zoo m=1>>. Acesso em 21 fev. 2013.

REVISTA VEJA. **Edição 1874, 6 de outubro de 2004.** Disponível em: <[http://veja.abril.com.br/idade/saladeaula/conteudo\\_aberto/poquer.html](http://veja.abril.com.br/idade/saladeaula/conteudo_aberto/poquer.html)>. Acesso em: 21 fev. de 2013.

NET EDUCAÇÃO. **Probabilidade.** <<http://www.neteducacao.com.br/sala-de-aula/ensino-medio/matematica/probabilidade>>. Acesso em: 21 fev. 2013.

UOL FOLHA DE SÃO PAULO. **João Luiz Pastore Mello.** Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/folha/educacao/ult305u12788.shtml>>. Acesso em: 03 maio de 2013.

PROFESSOR WALTER TADEU. **Probabilidade.** Disponível em: <[professorwalmartadeu.mat.br/GABlistgeralcpobabilidade2009.doc](http://professorwalmartadeu.mat.br/GABlistgeralcpobabilidade2009.doc)>. Acesso em: 03 maio de 2013.

BRASIL ESCOLA. **Probabilidade Condicional.** Disponível em: <<http://www.brasilecola.com/matematica/probabilidade-condicional.htm>>. Acesso em 03 maio de 2013.

RODRIGO GARCIA EUSTÁQUIO. **Probabilidade Básica.** Disponível em: <<http://pessoal.utfpr.edu.br/eustaquio/arquivos/geralaula3.pdf>>. Acesso em 03 maio de 2013.

UOL. **Mega Sena.** Disponível em: <<http://lazer.hsw.uol.com.br/mega-sena4.htm>>. Acesso em 03 maio de 2013.

CONEXÃO PROFESSOR. **Questões Saerj/Saerjinho.** Disponível em: <[www.conexaoprofessor.rj.gov.br/saerj.asp](http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/saerj.asp)>. Acesso em 21 fev. 2013.