

PLANO DE TRABALHO SOBRE

Probabilidade

Ana Claudia Corrêa Leal Gardengui
anaclaudiaclg@gmail.com

1- Introdução

Este Plano de trabalho foi previamente incitado no bimestre anterior durante o estudo da iniciação da probabilidade. Os conceitos como espaço amostral, experimentos aleatórios, eventos são pré-requisitos para as atividades propostas por este plano.

Provando mais uma vez a função de continuidade que a Matemática apresenta, os exercícios aqui propostos englobam o princípio multiplicativo aprendido este ano, além simplificação de fração por cancelamento, operações com números decimais.

O interesse por este conteúdo já foi trabalhado, em muitos momentos do 1º bimestre foi necessário lembrar que estávamos estudando apenas a iniciação da probabilidade, mas que teríamos mais oportunidades de retomar o assunto. Este fato já pode ser computado como um ponto positivo e favorável para a realização deste Plano de Trabalho.

Em resumo este Plano pode ser considerado como uma resposta as curiosidades já apresentadas pelos alunos, e conta com a continuação de um Roteiro realizado, O jogo da Mega Sena.

2- Desenvolvimento

Atividade 1- Probabilidade

Habilidade relacionada: Os alunos deverão interpretar e resolver problemas expostos. Compreendendo a importância do cálculo das probabilidades e percebendo através de exercícios contextualizados a sua aplicação em diferentes áreas. Demonstrando assim, a habilidade descrita na matriz do Saerjinho H67- C3 – Resolver problemas utilizando a probabilidade de eventos complementares, e na matriz do Saerj D 33- Cálculo da Probabilidade de um evento..

- **Pré- requisito:** Interpretar problemas, utilizar a fórmula de cálculo de probabilidade.
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos Educacionais utilizados:** Quadro branco, computador com internet, Power Point, data show para projeção, ficha resumo, caderno e lápis.
- **Organização da turma:** Individual no momento da apresentação e introdução, podendo ser em grupo para a realização dos exercícios propostos.

Metodologia adotada:

A introdução é feita em sala de aula, uma conversa informal é iniciada com o objetivo de colher dos alunos exemplos da utilização, aplicação e importância da

probabilidade. Alguns exemplos são citados e outros são estimulados a serem citados pelos próprios alunos.

Seguindo a conversa sobre Probabilidade, os seguintes slides são exibidos

Probabilidade

É MUITO COMUM NO TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO, APARECEREM FRASES QUE INDIQUEM A CHANCE OU A PROBABILIDADE DE ALGO OCORRER, COMO:

QUEM POSSUI PELO MENOS TRÊS AMIGOS NO TRABALHO TEM 46% MAIS CHANCE DE ESTAR EXTREMAMENTE SATISFEITO COM SEU EMPREGO.

A PROBABILIDADE DE UMA MULHER TER UM FILHO COM SÍNDROME DE DAWM AUMENTA CONFORME A IDADE.

A POSSIBILIDADE DE SOBREVIVER A UMA QUEDA LIVRE DE UM AVIÃO A 5 MIL METROS É A MESMA QUE CAIR DO QUINQUAGÉSIMO ANDAR DE UM EDIFÍCIO DE 150 M DE ALTURA

A POSSIBILIDADE DE UMA PESSOA ULTRAPASSAR 115 ANOS DE IDADE É DE 1 EM 2 BILHÕES

Fonte: WWW.SabiasK.com/Sabiasque/ciência/probabilidade-sobreviver-caida

Uma vez que o interesse pelo assunto está instigado, o seguinte vídeo é exibido <http://www.youtube.com/watch?v=rLnE023-988>. Este vídeo mostra a probabilidade de acerto e erro de um teste de gravidez. Explica o método utilizado.

O livro do 3º ano, não apresenta este conteúdo. Visto este desencontro, se faz necessário apresentar em slide, a seguinte definição.

Os alunos são convidados a copiar a definição exposta.

Professora: Ana Claudia C.L. Gardengui

Probabilidade Condicional

Considerando os eventos A e B de um espaço amostral S, define-se como probabilidade condicional do evento A, tendo ocorrido o evento B e indicado por

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Exemplo

No lançamento de dois dados, observando as faces de cima, para calcular a probabilidade de sair o número 5 no primeiro dado, sabendo que a soma dos dois números é maior que 7, fazemos:

S= {(1,1);(1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6);(2,1);(2,2);(2,3);(2,4);(2,5);(2,6);
(3,1);(3,2);(3,3);(3,4);(3,5);(3,6);(4,1);(4,2);(4,3);(4,4);(4,5);(4,6);
(5,1);(5,2);(5,3);(5,4);(5,5);(5,6); (6,1);(6,2);(6,3);(6,4);(6,5);(6,6)}

Evento A: O número 5 no primeiro dado

A= {(5,1);(5,2);(5,3);(5,4);(5,5);(5,6)} n(A)= 6

Evento B; a soma dos dois números é maior que 7

B= {(2,6);(3,5);(4,4);(4,5);(4,6);(5,3);(5,4);(5,5);(5,6);(6,2);(6,3);(6,4); (6,5);(6,6)}

n(B)= 15

$A \cap B = \{(5,3);(5,4);(5,5);(5,6)\}$ $n(A \cap B) = 4$

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{4}{15} : \frac{15}{36} = \frac{4}{15}$$

Terminada a apresentação da **Ficha resumo**, e feitos os devidos esclarecimentos os seguintes exercícios são propostos.

Os alunos são instruídos a formar duplas, para consulta e debate sendo que cada aluno deve ter os seus próprios cálculos.

Exercícios

1- Jogam-se dois dados. Qual a probabilidade de se obter o 4 no primeiro dado se a soma dos resultados é 9?

2- Um grupo de pessoas está classificado da seguinte maneira:

	Professor	Advogado	Dentista
Homens	60	80	50
Mulheres	90	40	30

Escreva em palavras cada uma das expressões, supondo que cada pessoa tenha uma única profissão.

a) $P(A/H)=$

c) $p(D/H)$

b) $P(P/M)$

d) $p(A/M)$

3- Uma família planeja ter 3 filhos. Qual a probabilidade de que a família tenha exatamente 2 meninas, dado que a primeira criança que nasceu é menina?

4- Numa cidade 20% da população são mulheres que não podem votar (menores que 16 anos). Se 60% da população, são mulheres qual a probabilidade de que uma mulher selecionada ao acaso não possa votar?

5- Se A e B são eventos com $p(A)= 0,4$; $p(B)=0,2$ e $p(A \cap B)= 0,1$, calcule:

$P(A/B)=$

c) $p(B/A)$

Depois de ser dado o devido tempo para a realização dos exercícios, a leitura e interpretação de cada questão e resolução são feitas no quadro.

Resolução

1- $\frac{1}{4}$

2- a) probabilidade de ser advogado dado que é homem

b) probabilidade de ser professor dado que é mulher

c) probabilidade de ser advogado dado que é mulher

d) probabilidade de ser advogado dado que é mulher

3- $\frac{1}{2}$

4- $\frac{1}{3}$ 33,3 %

5- a) $\frac{0,1}{0,2}$ 50% b) $\frac{0,1}{0,4} = 25\%$

Visando formar um elo com aula seguinte e atendendo a expectativa de alguns alunos, os seguintes exercícios são oferecidos para serem realizados em casa.

A correção é feita na aula seguinte, antes da introdução da atividade 2.

Exercícios

Uma moeda é lançada três vezes. Determine a probabilidade de se obter:

- a) 3 caras
- b) 3 caras dado que a primeira foi cara
- c) Exatamente duas caras

Solução

- a) $1/8$
- b) $1/4$
- c) $3/8$

Atividade 2- Probabilidade problemas que envolvem os
Conceitos de união de eventos e de eventos complementares.

- **Habilidade relacionada:** Estendendo as habilidades relacionadas com o bimestre anterior e dando sequência do conteúdo do bimestre , problemas envolvendo probabilidade que utilizam também cálculos de agrupamentos: (combinação) o aluno deverá interpretar problemas, realizar cálculos fazendo uso dos elementos e fórmulas aprendidas. Demonstrando assim a habilidade descrita na matriz do Saerjinho - H60 – Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de combinação; H67-Resolver problemas envolvendo probabilidade.
- **Pré- requisito:** Interpretação de problemas, cálculo de combinação, efetuar produtos e simplificações de frações pelo cancelamento.
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos Educacionais utilizados:** Data-show, computador com o programa, PowerPoint, caneta, lápis RESUMO/EXPLICAÇÕES, quadro.
- **Organização da turma:** Individual no momento da apresentação de conteúdos, podendo ser em duplas para a realização dos exercícios de fixação.

- **Metodologia adotada:**

Em sala de aula um vídeo já citado e previamente estimulado é apresentado. http://www.youtube.com/watch?v=aF5Vv_jB9V4 Reportagem exibida pelo Fantástico- Brasil o país dos raios.

A exibição deste vídeo tem o objetivo de mostrar que é possível calcular a probabilidade de um acontecimento e que o cálculo dessa probabilidade pode ser útil. Também porque os alunos de uma certa forma já esperam um vídeo na introdução da aula.

Neste momento os alunos são convidados a formar grupos de até cinco alunos, para a participação da atividade proposta.

O seguinte slide é projetado

Ambulante deixa de registrar aposta na Mega Sena da virada e perde milhões

Mulher perde o dinheiro da aposta do bolão. Ao conferir o resultado, passa mal e é internada.

Marlinda Gerbara é do Rio de Janeiro e junto com outros colegas ambulantes resolveu apostar na Mega Sena da virada que, nesta versão, pagaria um prêmio recorde. Ela ficou encarregada de registrar as apostas na lotérica Mil Maravilhas que fica no centro do Rio, próxima ao camelódromo da cidade. No entanto, Marlinda não conseguiu achar o dinheiro que foi arrecadado e não fez a aposta, embora tenha dito aos colegas que havia feito.

Hoje, ao encontrar um dos colegas apostadores que a informou que estavam milionários, a ambulante teve uma parada cardíaca e teve de ser levada às pressas para o Hospital público mais próximo. O estado de Marlinda ainda é instável.

As dezenas sorteadas pela Caixa Econômica Federal ainda tiveram mais dois acertadores.

Nesse momento recordamos que como já foi estudado anteriormente, esse jogo consiste em realizar uma aposta, contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto $\{01, 02, 03, \dots, 59, 60\}$. Cada aposta simples é composta de 6 dezenas

Os alunos dispostos em grupo recebem a folha para exercícios.

[folha de exercícios]

Colégio Estadual Nilo Peçanha - Probabilidade - 2º bimestre - 3º Ano
Professora: Ana Claudia C. L. Gardengui

Questão 1 : Com base nas informações apresentadas, qual é o número máximo de jogos que é possível realizar?

Questão 2 : Um determinado apostador fez um jogo com 8 dezenas. Qual é a probabilidade desse jogador ganhar a sena?

Questão 3: Quantos resultados possíveis dariam o prêmio da quadra para o apostador da questão 2?

Questão 4 ; Qual é a probabilidade desse mesmo apostador ganhar o prêmio da quadra?

Questão 5: Certo apostador resolveu jogar na Mega Sena, fazendo um jogo com 10 dezenas. Qual a chance dele ganhar a sena?

Questão 6 :Qual é a chance dele ganhar a quina?

Questão 7 : Qual é a chance dele ganhar a quadra?

Questão 8 : Um certo apostador separou R\$ 14,00 para jogar na Mega Sena. Ele tem duas opções de realizar seu jogo: ou faz um jogo com 7 dezenas ou faz 7 jogos de seis dezenas simples. Qual é a chance deste apostador acertar as seis dezenas da Mega Sena em cada opção de jogo?

Questão 9: Qual é a vantagem de se fazer 7 jogos simples ao invés de um jogo com 7 dezenas?

Questão 10: A chance de ele acertar a quina em cada uma das opções de jogo é a mesma? Justifique?

A proposta é que os alunos se agrupem em no mínimo três e no máximo cinco, e que durante a realização dos exercícios a professora transite nos grupos. Eles realizaram no bimestre anterior o roteiro do jogo da Mega Sena.

Esta será uma atividade dirigida.

Orientação para a realização das atividades (Correção no quadro)

1ª Questão: o número jogos de 6 dezenas simples formadas a partir de 60 dezenas distinta, é obtido por $.C_{60,6} = 50\ 063\ 860$

2ª Questão: o número jogos de 6 dezenas simples formadas a partir de 8 dezenas distinta, é obtido por $.C_{8,6} = 28$

A probabilidade é obtida por $P = \frac{28}{50\ 063\ 860}$

3ª Questão: Para o apostador ganhar uma quadra, é necessário que quatro das seis dezenas sorteadas estejam entre as 8 nas quais ele apostou, e duas estejam entre as outras 52. As quatro podem ser escolhidas de $.C_{8,4} = 70$ maneiras e as outras duas de $C_{52,2} = 1326$ maneiras. Logo, existem $70 \times 1326 = 92\ 820$ resultados que dariam o prêmio da quadra para o apostador.

4ª Questão: Sendo o evento $A = \{\text{resultados possíveis de ganhar na quadra, jogando 8 dezenas}\}$ e S o espaço amostral $\{\text{total de jogos possíveis na mega sena}\}$

A probabilidade do apostador ganhar a quadra é calculada

da seguinte maneira: $P(A) = \frac{92\ 820}{50\ 063\ 860} = 0,185\%$

Questões 5, 6 e 7: Como esse apostador escolheu 10 dezenas para jogar na Mega Sena, pela análise combinatória, temos que ele realizará um total de:

Sena: $C_{10,6} = 210$

Quina: $C_{10,5} \times C_{50,1} = 252 \times 50 = 12\ 600$

Quadra: $C_{10,4} \times C_{50,2} = 210 \times 1225 = 257\ 250$

Portanto, a chance dele acertar na sena, quina e quadra é obtida da seguinte maneira:

5ª Questão: Sena: $P(A) = \frac{210}{50\,063\,860} = 0,000042\%$

6ª Questão: Quina: $P(B) = \frac{12\,600}{50\,063\,860} = 0,0252\%$

7ª Questão: Quadra: $P(C) = \frac{257\,250}{50\,063\,860} = 0,514\%$

8ª Questão: A chance para cada uma das opções é a mesma, ou seja, cerca de 0,0000014% $P(A) = \frac{7}{50\,063\,860}$ pois em ambos os casos teremos 7 jogos diferentes e, portanto, a mesma probabilidade. Uma diferença seria o fato do jogador, escolhendo a 2ª opção, ter mais flexibilidade para escolher outras dezenas que acredite serem sorteadas. Neste caso, apesar da probabilidade ser a mesma, as opções de dezenas diferentes são maiores.

9ª Questão: No caso do apostador optar por um jogo de 7 dezenas, ele terá 7 combinações de 6 dezenas, envolvendo as dezenas escolhidas. Caso ele deseje aumentar a possibilidade de dezenas a serem escolhida, é mais vantajoso ele realizar 7 jogos simples, pois ele pode escolher, inclusive, dezenas que ele repetiu em jogos anteriores.

10ª Questão: Embora as duas formas de jogar sejam equivalentes no que diz respeito à sena, isso não é verdade com relação à quina. De fato, com um único jogo de 7 dezenas existirão $C_{7,5} \times C_{53,1} = 21 \times 57 = 1\,197$ resultados possíveis desse apostador ganhar na quina. Com um único jogo de 6 dezenas, teremos $C_{6,5} \times C_{54,1} = 6 \times 54 = 324$ resultados contendo uma quina. Logo, se esse apostador optar pelos 7 jogos com nenhuma quina em comum, o total de resultados favoráveis será igual a $7 \times 324 = 2\,268$. Veja que probabilidade desse apostador acertar uma quina com o segundo sistema é aproximadamente duas vezes maior do que com o primeiro.

Avaliação:

As observações feitas durante o desenvolvimento das atividades propostas neste plano servirão para medir o grau de interesse, de integração e também as dificuldades apresentadas. E contribuirão para uma prévia elaboração da avaliação quantitativa.

A Seeduc determina a aplicação de no mínimo três instrumentos de avaliação durante cada bimestre. O planejado é realizar as três seguintes avaliações que abordam os seguintes descritores presentes no currículo mínimo H60-C4- Noções de combinações simples; H67-Resolver problemas envolvendo probabilidade - C2- Resolver problemas que envolvem probabilidade da União de eventos. C4-- Resolver problemas de probabilidade condicional.

Também é uma orientação da Seeduc, que a prova do Saerjinho seja um dos instrumentos de avaliação.

1ª ETAPA DE AVALIAÇÃO: Trabalho individual

- **Valor atribuído:** 2 pontos
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos Educacionais utilizados:** todo material utilizado em aulas, fichas resumo, anotações no caderno.
- **Organização da turma:** Os alunos formam grupos de no máximo 5 alunos,
- **Metodologia adotada:** todos podem pesquisar dentro do limite do grupo, mas fica esclarecido que o trabalho era individual, o grupo serve apenas para ampliar a

consulta. Cada um deve entregar sua própria folha com desenvolvimentos e resultados e a nota também é individual.

2ª ETAPA DE AVALIAÇÃO: Prova individual

- Aborda os mesmos itens citados nas avaliações anteriores além de : H67-C3- Resolver problemas que envolvem probabilidade de eventos complementares não citados neste plano de trabalho mas que serão trabalhados de forma comprometida com os alunos.
- **Valor atribuído:** 5 pontos
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos Educacionais utilizados:** Realização das questões propostas sem qualquer fonte de consulta . Excepcionalmente neste bimestre a calculadora foi liberada.
- **Organização da turma:** individualmente

3ª ETAPA DE AVALIAÇÃO: Prova do Saerjinho

Além dos conteúdos do bimestre, aborda também itens de séries anteriores, possíveis de serem pontuadas pois existe a matriz do Saerjinho.

- **Valor atribuído:** 3 pontos
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos Educacionais utilizados:** Sem nenhuma consulta

- **Organização da turma:** individualmente

A recuperação bimestral, que é um direito para os alunos que não alcançam nota bimestral igual ou maior que cinco, e como deve ser aplicada paralelamente as aulas, os demais alunos realizam uma atividade (não avaliativa).

Avaliação do Plano de Tarefa.

Este plano de trabalho conta com recursos tecnológicos buscando enriquecer as demonstrações e despertar o interesse do aluno.

Foi necessária uma revisão de combinação, e explicações de regra de três para cálculo de porcentagem.

O uso da calculadora foi permitido.

As aulas foram articuladas de um modo que se encaixava com a aula anterior, um ponto que posso citar como negativo é o fato do aluno receber o livro do 3ª série, sendo que deverá deixá-lo em casa durante todo bimestre, já que este conteúdo está presente no livro da 2ª série, e os mesmos foram devolvidos a escola no final do ano passado.

Embora tenha estas considerações defino este trabalho positivo e com os objetivos possíveis de serem alcançados.

Distribuição do tempo

As aulas de pré requisitos realizadas no início do ano letivo contribuíram com o saldo de tempo para realizar o planejamento deste plano.

Os alunos mostraram interesse na correção da prova do Saerjinho, e para tal reservei dois dias (4 aulas de 50 minutos) para a realização desta correção.

Tendo como base as aulas dadas nos anos anteriores e considerando que o planejamento com folhas impressas para os alunos e slide projetados compensam a ausência de livro, considero este tempo reservado como suficiente.

O tempo para cada atividade e cada avaliação foi de 2 aulas de 50 minutos .

Observações Importantes sobre este plano de trabalho

- Este plano de trabalho foi elaborado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas 3003, 3004, 3005, 3006, 3007,3008 do Colégio Estadual Nilo Peçanha-Metropolitana II no ano letivo de 2013 e o grau de conhecimento dos alunos por mim observado nos anos anteriores.

4-FONTES DE PESQUISA.

Curso de Aperfeiçoamento oferecido por Cecierj referente ao 3º série do Ensino Médio
Roteiros de ação – *Probabilidade* –Roteiro 3

Barreto, Benigno; Silva,Claudio Xavier,(2003) “Matemática Aula por Aula”
volume 2, Ensino Médio, São Paulo, FTD, p. 224 -230.

<http://www.youtube.com/watch?v=rLnE023-988> dia 07/05/2013

http://www.youtube.com/watch?v=aF5Vv_jB9V4 dia 08/05/2013

Resolução