

Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

MATEMÁTICA – 3ª SÉRIE – 2º

BIMESTRE/2013 – 1º CAMPO CONCEITUAL

PLANO DE TRABALHO

PROBABILIDADE

CURSISTA: ELIANA CRUZ WERMELINGER

TUTORA: SUSI CRISTIANE BRITTO FERREIRA

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	3
2. DESENVOLVIMENTO	4
3. AVALIAÇÃO	19
4. REFERÊNCIAS	20

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho destina-se a duas turmas do 3º ano do Ensino Médio (3001 e 3002) e, a uma turma do Curso Normal (CN 3001), do Colégio Estadual Professor Aurélio Duarte, em Carmo/ RJ.

Ele visa estimular e desenvolver no aluno o gosto pelo estudo das probabilidades.

Visa também trabalhar os conceitos de probabilidade condicional, da união e intersecção de eventos e de eventos complementares.

Espera-se que ao fim deste plano de trabalho os alunos, em sua maioria, estejam aptos a resolverem questões que envolvam tais conceitos.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1

Vamos jogar “Roda a Roda”?

HABILIDADE RELACIONADA: Calcular a probabilidade de um evento

PRÉ-REQUISITOS: Nenhum

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades, lápis e borracha.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em duplas.

OBJETIVOS: Resolver problemas por meio da probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares, bem como problemas envolvendo probabilidade condicional.

METODOLOGIA ADOTADA: Estudo dirigido.

ROTEIRO DE AÇÃO: Pedir aos alunos que realizem as atividades das folhas de atividades à medida que discutam sobre as mesmas.



Matemática – 3ºAno E.M. – Probabilidade

Vamos jogar “Roda a Roda”?

Quem conhece ou já brincou com o jogo roda da fortuna? Pois é, embora alguns nunca tenham jogado esse jogo, com certeza já viram alguma versão dele na televisão, no vídeo game ou no computador, etc.

Recentemente uma emissora de televisão brasileira exibia em sua grade de atrações o programa “Roda a Roda”, que distribuía muitos prêmios em dinheiros, casas, automóveis, etc. Esse programa é uma versão do jogo Roda da fortuna.

O objetivo dessa versão televisiva do jogo da fortuna é adivinhar uma palavra oculta por meio de uma dica e de alguns palpites. Para isso o jogador deve girar a roleta contendo 24 setores, na qual uma seta faz a marcação do setor selecionado que contém um prêmio financeiro (de R\$ 100,00 a R\$ 1.000,00), ou “Perde Tudo”, ou “Passou a Vez”.



Figura 1 – Versão televisiva do jogo Roda da Fortuna. Fonte: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wheel_of_Fortune_maio_2013.jpg

Aproveitando o sucesso da versão televisiva, do jogo da fortuna, inúmeros sites da internet apresentam uma versão online, desenvolvida por

uma empresa, que pode ser executada gratuitamente direto do computador ligado a internet.

Questão 1) Você sabia que na maioria das versões do jogo Roda da Fortuna, o setor destinado ao maior prêmio é menor que os outros setores? Será que o tamanho do setor interfere na chance da seta parar nesse setor? Justifique.

Elizeu resolveu testar suas habilidades e jogar sozinho a versão online do jogo “Roda a Roda”. Ele deverá adivinhar uma palavra de 8 letras, cuja dica é PROFISSÃO. Para isso ele deverá rodar uma roleta circular dividida em 24 setores congruentes, (contendo valores de R\$ 100,00 a R\$ 1.000,00, o “Perde tudo” e “Passou a vez”), sempre dois setores de cada um. Uma seta indica qual é o valor do setor da roleta que o participante receberá como prêmio para cada letra que acertar.

A figura 1 apresenta a situação vista por Elizeu ao iniciar o seu jogo.



Figura 1 -apresenta a situação vista por Elizeu ao iniciar o seu jogo.



Figura 2 -Página do jogo Roda da Fortuna.

Questão 2) Elizeu começa o jogo girando a roleta. Qual é a chance da seta cair no setor “PERDE TUDO”?

Questão 3) Numa determinada rodada, para que Elizeu não tenha direito a escolha de uma letra, basta que a seta termine apontando para os setores “Passou a Vez” ou “Perde tudo”. Nessa rodada, qual a chance de isso acontecer com Elizeu?

Após várias rodadas, Elizeu não pode errar mais nenhuma letra. Ele rodou a roleta e a seta parou no setor que marca R\$ 800,00. O programa pede para ele dizer uma letra. Veja na figura 3, a seguir, como ficou a situação do painel nesse momento do jogo:



Figura 3 – Situação do jogo após algumas rodadas.

Questão 4) Elizeu desconfia que a profissão no painel é uma das seguintes palavras: Contador, Montador, Cobrador, Boxeador. Considerando que um dos palpites de Elizeu é a palavra oculta no jogo do Roda a Roda, qual letra ele deverá escolher a fim de não errar a palavra e aumentar suas chances de acertar? Justifique.

Questão 5) Qual é a chance dele acertar a palavra nessa etapa do jogo?

Elizeu, então, escolheu a letra “R” e o painel registrou o seguinte resultado.



Figura 4 —Jogo após a escolha da letra "R".

Questão 6) Qual é a probabilidade de Elizeu responder corretamente a palavra oculta, sem ter que girar novamente roleta?

A fim de aumentar suas chances de acertar a palavra oculta Elizeu resolveu girar a roleta mais uma vez. Após essa rodada, resolveu arriscar, escolhendo a letra X.

Questão 7) Sabendo que Elizeu acertou a letra X, qual é a chance de Elizeu acertar a palavra oculta, nessa rodada?

ATIVIDADE 2

Probabilidade Condicional.

HABILIDADE RELACIONADA: União e intersecção de conjuntos.

Cálculo da probabilidade de um evento.

PRÉ-REQUISITOS: Teoria dos conjuntos e Probabilidade.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha impressa com as atividades, lápis, borracha e calculadora (opcional).

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em duplas.

OBJETIVOS: Trabalhar probabilidade condicional através de exemplo simples.

METODOLOGIA ADOTADA: Estudo dirigido.

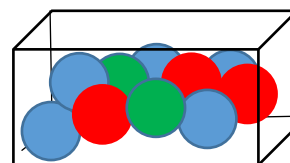
ROTEIRO DE AÇÃO: Os alunos deverão estar em duplas e deverá ser entregue a eles uma folha constando as seguintes atividades:



Lucca e Leone são irmãos e estão cursando o 3º ano de Ensino Médio. A professora da turma ao explicar sobre Probabilidade Condicional, passou o seguinte problema:

Uma caixa, como a representada abaixo, contém 5 bolas azuis, 3 vermelhas e 2 verdes. Extraindo sucessivamente e sem reposição duas bolas da caixa, qual a probabilidade de se retirar.

- a) duas bolas azuis?*
- b) duas bolas da mesma cor?*
- c) uma bola vermelha na 2ª extração?*
- d) nenhuma bola vermelha nas duas extrações?*



Como Lucca e Leone sentavam-se juntos, começaram a trocar ideias para resolver o problema.

Lucca pensou em enumerar cada um dos eventos antes de começar a resolver a questão.

Ajude-o a fazer isso.

Evento A_1 : tirar bola azul na 1ª extração.

Evento ____: tirar bola azul na 2ª extração.

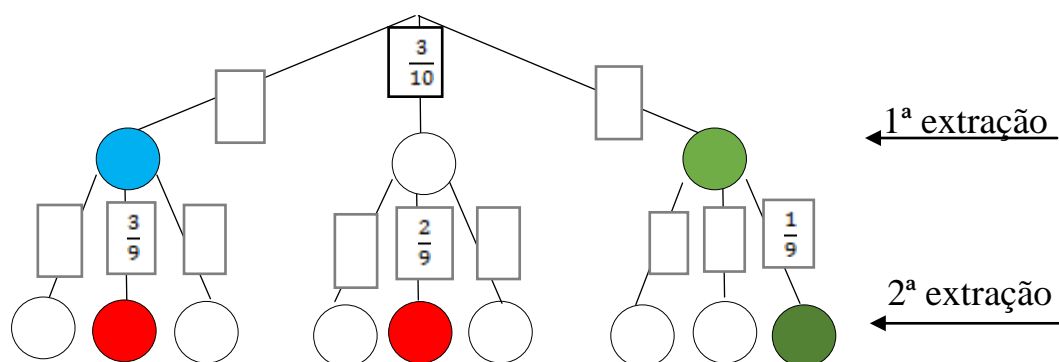
Evento V_1 : _____.

Evento V_2 : tirar bola vermelha na 2ª extração.

Evento M_1 : _____.

Evento ____: tirar bola verde na 2ª extração.

Leone, por sua vez, resolver construir a árvore das possibilidades. Ajude-o completando a árvore. Pinte com as respectivas cores os círculos que representam as possibilidades de retirada das bolas na 1ª e 2ª extração, e os retângulos com as probabilidades de retirada de cada bola.



Após observarem as probabilidades encontradas, eles puderam responder as questões.

Veja se você consegue entender o raciocínio dos dois:

Lucca: - Leone, extraindo sucessivamente e sem reposição duas bolas dessa caixa, a probabilidade de se retirar duas bolas azuis é igual a:

$$P(A_2 \cap A_1) = P(A_2/A_1) \cdot P(A_1)$$

$$P(A_2 \cap A_1) = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

$$P(A_2 \cap A_1) = 2/9$$

Leone: - Sim Lucca, mas essa probabilidade também pode ser obtida por meio da árvore das possibilidades fazendo a multiplicação, veja:

$$P(A_2 \cap A_1) = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{10} = \boxed{}$$

$$P(A_2 \cap A_1) = \boxed{}$$

O que você acha de como cada um resolveu essa questão? Troque ideia com seu colega e registre abaixo.

Na segunda questão os dois pensaram igual.

Lucca e Leone: - Como as duas bolas devem ser da mesma cor, temos os casos: duas azuis ou duas vermelhas ou duas verdes. Observando a árvore das possibilidades podemos fazer as multiplicações e somá-las:

$$P = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + - \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot - =$$

$$P = \frac{\quad}{90} =$$

$$P = \frac{\quad}{45}$$

Você concorda com o raciocínio dos dois? Você resolveria de forma diferente? Troque ideia com o colega e não esqueça de fazer o registro.

Ao resolver a 3ª questão, Leone teve dúvidas. Lucca explicou-lhe então:

- Observando a árvore das possibilidades e sabendo que a 2ª bola é vermelha, fica fácil Leone. É só fazer as multiplicações das probabilidades onde temos bolas vermelhas na 2ª extração e somá-las.

Seguindo a orientação do irmão, Leone assim o fez:

$$P = \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{9} + - \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot - =$$

$$P = \frac{\quad}{90} =$$

$$P = \frac{\quad}{10}$$

E, bem na hora em que iam resolver a última questão, determinar a probabilidade de nenhuma bola vermelha nas duas extrações, o sino tocou, era hora do intervalo e os dois saíram para merendar. Como você e seu colega resolveriam essa última questão?

Colocando em prática

Tente resolver agora, mais essas questões:

1. Numa classe com 60 alunos, 40 estudam só Matemática, 10 estudam só Física e 5 estudam Matemática e Física. Determinar a probabilidade de um aluno que estuda Matemática estudar também Física.

2. Numa caixa há os cartões:

① ② ③ ④ ⑤

Retirando-se dois cartões, sucessivamente, sem reposição do primeiro, determine a probabilidade de que os dois números retirados sejam ímpares.

3. (PUCC-SP) Lança-se um par de dados não viciados. Se a soma nos dois dados é 8, calcule a probabilidade de ocorrer a face 5 em um deles.

4. Jogando-se um dado e sabendo-se que ocorreu um número maior que 4, qual a probabilidade de ser um número par?

5. Dois jogadores, Kleber e Arnaldo, lançam um dado, uma única vez cada um. Vence o jogo quem tirar o maior número. Sabendo que Kleber tirou 4, qual a probabilidade de:

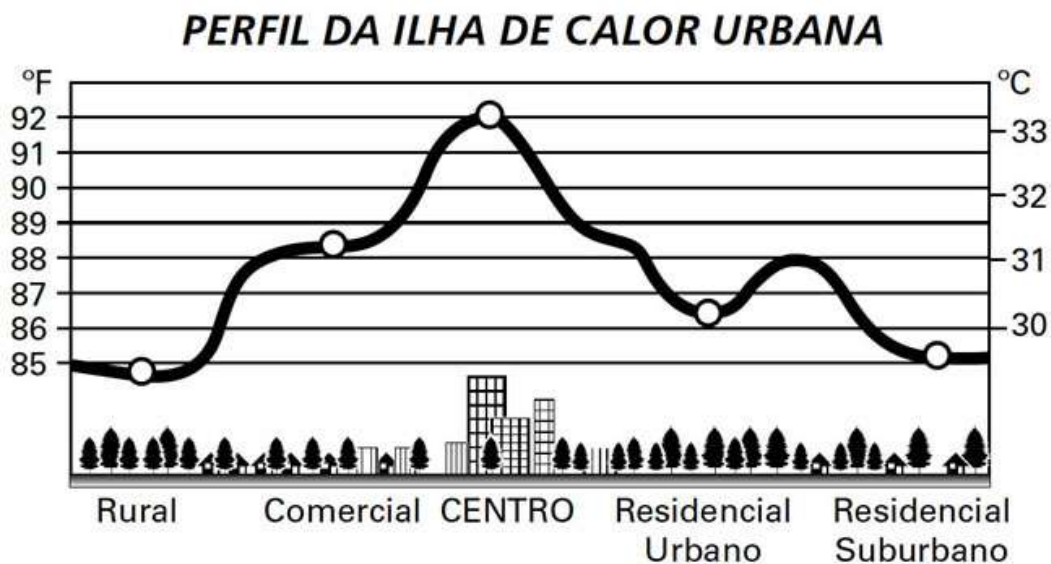
a) Kleber vencer o jogo?

b) haver empate?

c) Arnaldo vencer o jogo?

6. ENEM-2011

Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das “ilhas de calor” da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



FONTE: EPA.

Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

- a) $1/5$
- b) $1/4$
- c) $2/5$
- d) $3/5$
- e) $3/4$

ATIVIDADE 3

Eventos Independentes.

HABILIDADE RELACIONADA: Cálculo da probabilidade de um evento.
Eventos complementares.

PRÉ-REQUISITOS: Noções de Probabilidade.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha com as atividades impressas, lápis, borracha e calculadora (opcional).

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em duplas.

OBJETIVOS: Resolver situações-problema que envolvam eventos independentes.

METODOLOGIA ADOTADA: Estudo dirigido.

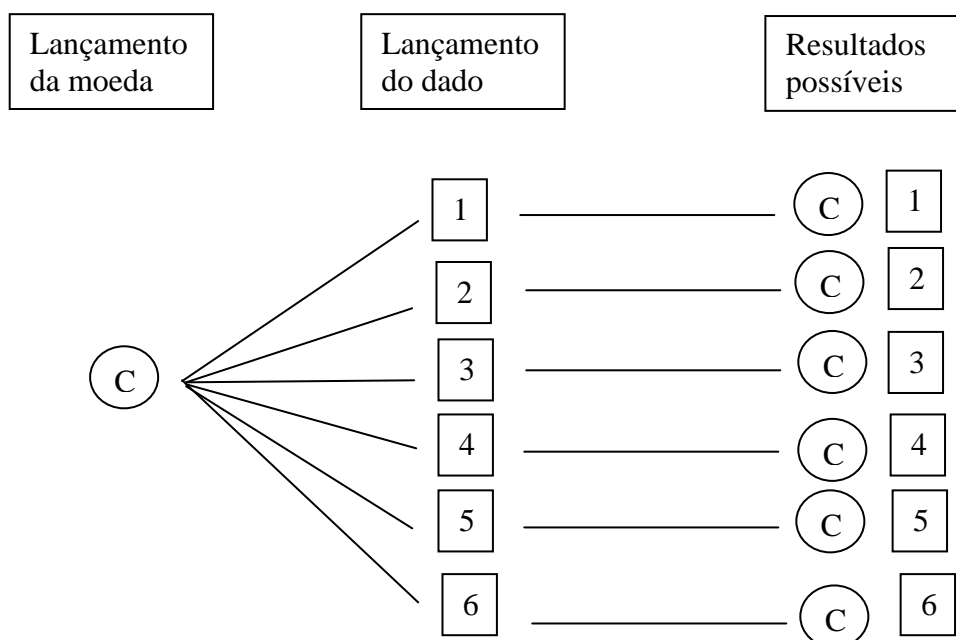
ROTEIRO DE AÇÃO: Os alunos deverão estar em duplas e deverá ser entregue a eles uma folha contendo as seguintes atividades.



Considere o seguinte experimento:

Lançando sucessivamente uma moeda e um dado, qual a probabilidade de se obter o resultado (cara, 5)? E a probabilidade de se obter (coroa, número par)?

Fazendo C = cara e K = coroa, vamos completar a árvore das possibilidades construindo o segundo ramo.



Agora responda:

1) A probabilidade de ocorrer cada um desses eventos simples é igual a:

$$P[(C,5)] =$$

$$P[(K,2), (K,4), (K,6)] =$$

Realizando esta atividade podemos ver que dos doze resultados possíveis de se obter, metade ($1/2$) apresenta “cara”. Dessa metade, apenas a sexta parte ($1/6$) apresenta “5”. Portanto, temos a metade da parte apresentando “cara e 5”, ou seja, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$.

Como você indicaria isso?

Do mesmo modo, metade dos resultados possíveis apresenta “coroa” e, dessa metade, somente três sextos ($3/6 = 1/2$) apresentam número par. Temos, nesse caso, a metade da metade apresentando “coroa e número par”, ou seja, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Como você indicaria isso?

Concluindo, temos que:

Dois eventos, A e B, são ditos independentes quando $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Agora é sua vez:

1. Retirando-se duas cartas ao acaso, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, qual a probabilidade do naipe da primeira ser de paus e o da segunda ser de copas?
2. Uma moeda é lançada 4 vezes. Qual a probabilidade de sair pelo menos uma cara?
3. Considere duas caixas, I e II. Na caixa I há 4 bolas pretas e 6 azuis e na caixa II há 8 bolas pretas e 2 azuis. Escolhi ao acaso uma caixa e, em seguida, tirei uma bola. Qual a probabilidade desta bola ser:
 - a) preta?
 - b) azul?
4. Qual é a probabilidade de um casal ter 4 filhos e todos do sexo feminino?
5. Qual a probabilidade de se obter 3 vezes o número 1 no lançamento de três dados?
6. Um dado comum é lançado duas vezes. Qual a probabilidade de saírem números menores que 3 nos dois lançamentos?
7. Retiram-se duas cartas de um baralho de 52 cartas. Qual a probabilidade de que pelo menos uma seja de ouros? Sugestão: use o evento complementar.

AVALIAÇÃO

Como avaliação será observado a participação e o interesse de cada aluno da dupla em realizar as atividades propostas neste plano de trabalho.

Cada aluno poderá receber até um total de 1,5 pontos (sendo 0,5 pontos por cada atividade realizada).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LIVRO DIDÁTICO UTILIZADO PARA PESQUISA E ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES:

- GIOVANNI, J. R. ; BONJORNIO, J. R. *Matemática completa* . 2 ed. renovada – São Paulo : FTD, 2005, v. 2.

ROTEIRO DE AÇÃO:

- Roteiro de ação 1 – Vamos jogar “Roda a Roda”?
(Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013
<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>)