

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Cursista: *Sílvia Regina Guedes da Silva*

Série: 3º ano do Ensino Médio - 2º Bimestre/2013

Grupo: 1

Tutor: Susi Cristine Britto Ferreira



SUMÁRIO

INTRODUÇÃO..... 03

DESENVOLVIMENTO..... 04

AVALIAÇÃO.....16

CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 17

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 18



INTRODUÇÃO

A história da Teoria das Probabilidades, teve início com os jogos de cartas, dados e de roleta. Esse é o motivo da grande existência de exemplos de jogos de azar no estudo da Probabilidade. Deve ser mostrado ao aluno, que essa fascinante parte da Matemática também tem aplicações notáveis em outras ciências, como em biologia (principalmente em genética), finanças, marketing e econometria (conjunto de técnicas matemáticas usadas para quantificar fenômenos econômicos).

Os alunos se deparam com o conteúdo básico da Probabilidade (aliado ao tema razão e porcentagem), pela primeira vez no ensino fundamental, de uma forma mais simples.

É preciso que o aluno tenha domínio das operações básicas, razão e porcentagem e, se houver necessidade, será destinado um tempo de aula (50 minutos) para uma revisão sobre esse assunto. É de extrema importância que o aluno seja amparado de forma que seja transmitida segurança, para prosseguirmos o assunto aliado ao seu cotidiano, quando possível.

DESENVOLVIMENTO

- **Atividades do 1º dia:**

a) Habilidades relacionadas a aula:

- Identificar e resolver problema que envolvam Probabilidade Simples e Condicional;
- Organizar dados em tabelas, fazendo as devidas interpretações.

b) Duração das atividades: 2 aulas de 50 minutos cada.

c) Pré-requisitos:

- Comparação entre grandezas;
- Porcentagem.

d) Organização da turma: Em grupos de três ou quatro alunos.

e) Objetivos: Apresentar todos os assuntos dentro do tema de maneira clara e conceitual, conciliando com o que já foi aprendido até o momento e, se possível relacionar com o cotidiano.

f) Metodologia Adotada:

- Trabalhar com os textos explicativos;
- Utilização da sala de informática.

g) Recursos educacionais utilizados:

- Leitura de textos como parte da explicação aos alunos sobre o tema sugerido;
- Utilização do recurso educacional “**Probabilidade: a matemática ao acaso**”, na sala de informática;
- Utilização de lápis e borracha.

h) Descritor associado:

- **D33 – Calcular a probabilidade de um evento.**

Iniciar a apresentação da Probabilidade Condicional aos seus alunos comentando sobre os Jogos de Azar.

O Surgimento dos Jogos de Azar

Os jogos de azar são, provavelmente, tão velhos quanto a humanidade: temos provas arqueológicas da prática do jogo do osso há 40.000 anos. Ademais, jogava-se e joga-se praticamente pelo mundo inteiro, sendo raras as sociedades que não o faziam (polinésios, siberianos, e algumas outras).

Historicamente, os jogos mais praticados foram o do osso (conhecido pelo mundo inteiro) e o de dados (surgiu na Índia e Mesopotâmia 3 000 a.C, como evolução do jogo do osso, e daí se difundiu para o mundo grego, romano e cristão).

É também importante lembrar que antigamente jogava-se em apostas bem como para prever o futuro, decidir disputas, dividir heranças, etc.

Resumem-se na mera enumeração das possibilidades de se obter um dado resultado no jogo, não havendo preocupação probabilista explícita.

Curiosamente, o mais antigo desses registros ocorre num contexto nada profano: em 950 d.C. um bispo belga, Wibold, inventou um jogo religioso que, a cada um dos 56 possíveis resultados do lance de 3 dados, atribuía uma penitência ou a prática de uma virtude correspondente.

Em várias obras literárias medievais (inclusive na Divina Comédia de Dante) encontramos enumeração das possibilidades de se obter o resultado 2, 3,..., 12 ao jogar dois dados, idem de se obter 3, 4,..., 18 ao jogar três dados, etc.

Fonte: www.mat.ufrgs.br/~portosil/histo2c.html (acessado em 06/05/2013)

Dica: Professor, peça aos seus alunos para pesquisarem sobre os jogos de azar no sítio acima citado e, assim verificar a enorme participação dos matemáticos Blaise, Pascal e Pierre de Fermat no estudo das Probabilidades.

UTILIZANDO UMA FORMA MAIS DINÂMICA:

Aula na sala de informática:

Professor, agora é hora de realizar atividades no laboratório de informática, oriente-os antes de se encaminharem para este espaço, explique quais os objetivos da atividade que realizarão em tal espaço e estabeleça regras para o uso, bem como, os critérios que serão utilizados para avaliação das atividades realizadas no laboratório, previamente.

No laboratório de informática, apresente a proposta do Recurso Educacional "*Probabilidade, a Matemática ao acaso*", e solicite que realizem os jogos "Sorteio na Caixa" e "Roleta/Roda Mágica":

ATIVIDADE:



Probabilidade: a matemática ao acaso

Se tiver offline, clique no link acima após baixar a aula, se estiver online clique na imagem e acesse o jogo.



Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/917/probabilidades/index.htm>
(acessado em 06/05/2013)

Professor, peça aos alunos (já divididos em grupos) que acessem esse recurso educacional e leiam atentamente a resumida história sobre as probabilidades. Solicite que elaborem uma pequena produção textual sobre o assunto. Em seguida, peça para seus alunos acessarem a primeira atividade "*Sorteio na Caixa*", onde deve-se escolher entre as peças com forma de figuras geométricas (triângulo, círculo e quadrado) de cores variadas (azul,

verde e amarelo) quantas peças com cada característica estarão dentro da caixa totalizando 80 peças, como por exemplo: 20 peças triangulares azuis, 10 peças quadrangulares verdes... Logo após começa a atividade, então o aluno escolhe a peça em que vai apostar, calcula a chance de essa ser sorteada e realiza o sorteio. Ele procede dessa forma por seis vezes e no fim verifica seus acertos e sua sorte.

	AZUL	AMARELO	VERDE	TOTAL
●	10	10	10	30
▲	10	20	20	50
TOTAL	20	30	30	80

escolhas possíveis

●	●	●	●
▲	▲	▲	▲
■	■	■	■

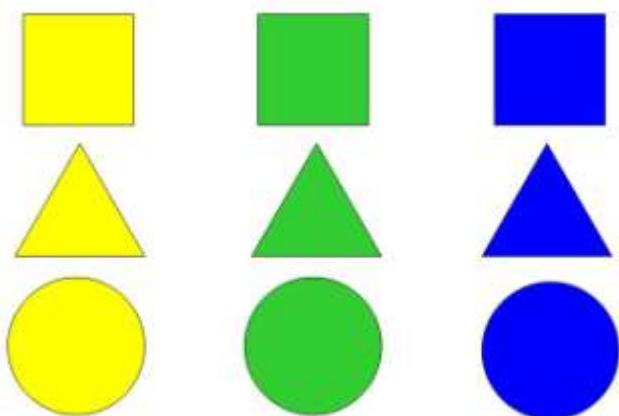
Faça sua escolha clicando sobre alguma casa da tabela "Escolhas possíveis". Calcule a porcentagem de chance de sua escolha ser sorteada e escreva na coluna "chance".

calculadora

Jogadas	Escolha	Chance(%)	Resultado	Pontuação
1				0
2				0
3				0
4				0
5				0
6				0
TOTAL				0

Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/917/probabilidades/index.htm> (acessado em 06/05/2013)

Dica: Professor, esse trabalho também pode ser desenvolvido com material confeccionado pelos próprios alunos, caso não seja possível acessar à internet. Então, peça que eles confeccionem as fichas como no exemplo abaixo, utilizando cartolina, papel cartão ou papel sulfite.



Durante essa primeira parte da atividade, o professor poderá trabalhar os conceitos de Probabilidade Simples, onde essa poderá ser apresentada como sendo a razão entre a parte e o todo, ou seja, entre o número de elementos do evento, isto é, a frequência do mesmo e o número de elementos do espaço amostral. Além da explicação teórica pode-se ainda apresentar a equação:

$$P(E) = n(E)/n(S)$$

A segunda parte dessa atividade é a “*Roleta Matemática*”, onde o aluno tem a sua disposição as possibilidades de escolha de aposta. Primeiro ele escolhe sua opção de aposta, em seguida identifica em uma tabela de frações quais as suas chances de acerto, conforme o resultado obtido o aluno deve calcular sua pontuação conquistada ou perdida.

1/20	2/20	3/20	4/20	5/20
6/20	7/20	8/20	9/20	10/20
11/20	12/20	13/20	14/20	15/20
16/20	17/20	18/20	19/20	20/20

quadro de escolhas

	coluna1	coluna2	coluna3	coluna4	P	A	R	
linha1	1	6	11	16				primos
linha2	2	7	12	17				Múltiplos de 4
linha3	3	8	13	18				Divisores de 10
linha4	4	9	14	19				Divisores de 12
linha5	5	10	15	20				Múltiplos de 3
								Menores que 9

Rodada	Escolha	Probabilidade	Resultado	Débito/Crédito
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

saldo:

10

c

calculadora

f


tabela de frações

Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/917/probabilidades/index.htm> (acessado em 06/05/2013)

quadro de escolhas

	coluna1	coluna2	coluna3	coluna4	coluna5
linha1	1	6			
linha2	2	7			
linha3	3	8			
linha4	4	9			
linha5	5	10			

atenção: Se você não acertou, digite -1.
Se acertou, digite o resultado de 20/m, onde m é o número de resultados possíveis dentro de sua escolha.

Rodada	Escolha	Probabilidade	Resultado	Débito/Crédito
1		9/20	vermelho - 20	
2				

checar

Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/917/probabilidades/index.htm>
(acessado em 06/05/2013)

Nessa etapa o aluno terá ainda a chance de escolher sua aposta com base em uma dada condição, tendo assim casos de Probabilidade Condicional. Após a dica, ele procede da mesma forma, escolhendo sua aposta, identificando a fração que a representa e calculando sua pontuação.

O professor poderá exemplificar e contextualizar os conceitos envolvidos no trabalho com situações em que haja probabilidades de reunião ou de intersecção de eventos. Com base no que será trabalhado na atividade e na discussão sobre os resultados obtidos será possível chegar às equações:

a) $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ para casos de *eventos independentes*.
b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ para *reunião de dois eventos*.

Sugestão de sítios:

- ♦ <<http://www.ime.unicamp.br/~samuel/Extensao/TeiaSaber/TextoDidaticoApoio2007/raphael-material-teia-1Rev1.pdf>> (acessado em 06/05/2013)
- ♦ Probabilidade - disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/emedio/probabilidade.php>> (acessado em 06/05/2013)
- ♦ O universo das probabilidades - <http://super.abril.com.br/superarquivo/1989/conteudo_111623.shtml> (acessado em 06/05/2013)
- ♦ Blog saber pensar (exercícios) – disponível em: <<http://saberpensar.blogs.sapo.pt/5851.html>> (acessado em 06/05/2013)

Obs.: As listas de exercícios serão aplicadas nas aulas do 2º dia, para aprofundamento do conteúdo.

• **Atividades do 2º dia:**

a) Habilidades relacionadas a aula:

- Calcular a probabilidade de um evento ocorrer por meio da probabilidade condicional;
- Reconhecer eventos independentes;
- Calcular a probabilidade de intersecção de dois eventos.

b) Duração das atividades: 2 aulas de 50 minutos cada.

c) Pré-requisitos:

- Conceitos iniciais trabalhados em Probabilidade.

d) Organização da turma: Em duplas.

e) Objetivos: Apresentar todos os assuntos dentro do tema de maneira clara e conceitual, conciliando com o que já foi aprendido até o momento e, se possível relacionar com o cotidiano.

f) Metodologia Adotada:

- Trabalhar com textos explicativos;
- Desafio entre as duplas (nos exercícios propostos), com o objetivo de estimular o trabalho coletivo, a solidariedade, o respeito pela opinião dos outros e o convívio social.

g) Recursos educacionais utilizados:

- Utilização de lápis e borracha;
- Listas de exercícios, para aprofundamento do conteúdo;
- Livro didático.

h) Descritor associado: **D33 - Calcular a probabilidade de um evento.**

Dica: Professor, comece a aula do dia com uma pequena reflexão, para que os alunos pensem e expressem as suas opiniões acerca do assunto exposto.

Momento de reflexão com os alunos:

Jogos e brincadeiras como estas são inocentes e possibilitam o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Mas que olhar devemos lançar sobre o jogo quando ele mexe com o imaginário de milhões de pessoas e envolve milhões em dinheiro como é o caso das chamadas loterias? Ao utilizar slogans do tipo: “acredite na sorte”, o que eles estão vendendo? Possibilidade ou ilusão? Será que as pessoas que apostam têm consciência do grau de dificuldade que está por traz destes jogos?

Dentre todas as loterias existentes no Brasil, a Mega-Sena é, ao menos em certas ocasiões, a que desperta o maior interesse na população. O jogo consiste em acertar 6 números dentre os 60 (1 a 60) disponíveis no volante (quem acerta 4 ou 5 também ganha), sendo possível marcar de 6 a 15 números na aposta.

Professor, comente com seus alunos que:

- ♦ A população do Brasil é de quase quatro vezes o número de resultados possíveis do sorteio. Se fosse realizado um sorteio de quatro prêmios entre toda a população brasileira, a sua chance de ganhar um deles seria igual à de ganhar o prêmio máximo da Mega-Sena com um jogo de seis números.
- ♦ No *Você sabia?* da RPM 41 (*Revista do Professor de Matemática*), página 29, foi observado que é mais fácil obter 25 caras em 25 lançamentos de uma moeda do que ganhar na Mega-Sena com uma aposta de 6 números.

Proponha agora o cálculo e construção de outras comparações.

Utilizando uma definição mais formal:

PROBABILIDADE CONDICIONAL

Considere que desejamos calcular a probabilidade da ocorrência de um evento A, sabendo-se antecipadamente que ocorreu um certo evento B, então pela definição de probabilidade vista anteriormente, sabemos que a probabilidade de A deverá ser calculada, dividindo-se o número de elementos de A que também pertencem a B, pelo número de elementos de B. A probabilidade de ocorrer A, sabendo-se que já ocorreu B, é denominada **Probabilidade Condicional** e é indicada por $P(A/B)$ – probabilidade de ocorrer A sabendo-se que já ocorreu B.

Teremos então:

$$P(A/B) = P(A \cap B) / P(B)$$

Se a ocorrência do evento B, não mudar a probabilidade da ocorrência do evento A, então $P(A/B) = P(A)$ e, neste caso, os eventos são ditos **independentes**, e a fórmula acima fica:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Exemplo:

Uma urna possui cinco bolas vermelhas e duas bolas brancas. Calcule as probabilidades de:

a) em duas retiradas, sem reposição da primeira bola retirada, sair uma bola vermelha (V) e depois uma bola branca (B).

Solução:

$$p(V \cap B) = p(V) \cdot p(B/V)$$

$$p(V) = 5/7$$

Supondo que saiu bola vermelha na primeira retirada, ficaram 6 bolas na urna. Logo:

$$p(B/V) = 2/6 = 1/3$$

Logo:

$$P(V \cap B) = 5/7 \cdot 1/3 = 5/21 = 0,2380 = 23,8\%$$

b) em duas retiradas, com reposição da primeira bola retirada, sair uma bola vermelha e depois uma bola branca.

Solução:

Com a reposição da primeira bola retirada, os eventos ficam independentes. Neste caso, teremos:

$$P(V \cap B) = p(V) \cdot p(B) = 5/7 \cdot 2/7 = 10/49 = 0,2041 = 20,41\%$$

Observe atentamente a diferença entre as soluções dos itens (a) e (b) acima, para um entendimento perfeito daquilo que procuramos transmitir.

ATIVIDADES PARA EXERCITAR

Associadas ao descritor D33 - Calcular a probabilidade de um evento.

Obs.: Serão propostos desafios entre as duplas.

- 1) (UFF–RJ) Em um jogo de bingo são sorteadas, sem reposição, bolas numeradas de 1 a 75, e um participante concorre com a cartela reproduzida abaixo. Qual é a probabilidade de que os três primeiros números sorteados estejam nessa cartela?

B I N G O				
5	18	33	48	64
12	21	31	51	68
14	30		60	71
13	16	44	46	61
11	27	41	49	73

- 2) (UFSCar) Dois dados usuais e não viciados são lançados. Sabe-se que os números observados são ímpares. Então, a probabilidade de que a soma deles seja 8 é:

- a) $2/36$
- b) $1/6$
- c) $2/9$
- d) $1/4$
- e) $2/18$

- 3) Em uma empresa, o risco de alguém se acidentar é dado pela razão 1 em 30. Determine a probabilidade de ocorrer nessa empresa as seguintes situações relacionadas a 3 funcionários:

- Todos se acidentarem.
- Nenhum se acidentar.

- 4) Ao lançarmos dois dados não viciados, qual a probabilidade de obtermos faces voltadas para cima onde a soma entre elas seja 6?
- 5) No lançamento de uma moeda e um dado, determine a probabilidade de obtermos o resultado dado por (coroa, 1).
- 6) Em uma pesquisa realizada com 10.000 consumidores sobre a preferência da marca de sabão em pó, verificou-se que: 6500 utilizam a marca X; 5500 utilizam a marca Y; 2000 utilizam as duas marcas. Foi sorteada uma pessoa desse grupo e verificou-se que ela utiliza a marca X. Qual a probabilidade dessa pessoa ser também usuária da marca Y?

Obs.: Proponha aos alunos que façam os exercícios de fixação do livro didático, para ampliar o seu conhecimento e superar suas dificuldades.

AVALIAÇÃO

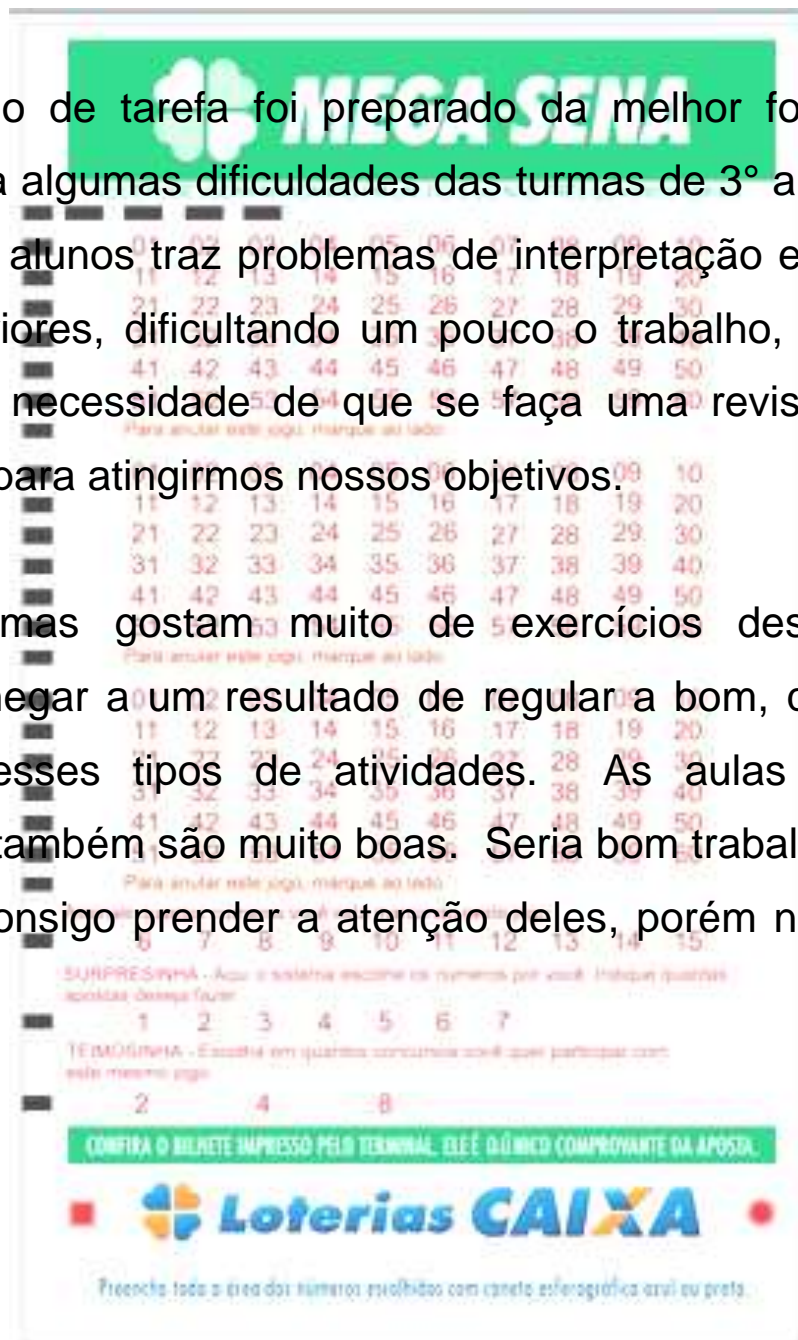
A avaliação é um instrumento fundamental para se fornecer informações sobre como se está realizando o processo ensino-aprendizagem como um todo tanto para o professor e a equipe escolar conhecerem e analisarem os resultados do seu trabalho como para o aluno verificar o seu desempenho. E não simplesmente focalizar o aluno, seu desempenho cognitivo e o acúmulo de conteúdos para classificá-lo em “aprovado” ou “reprovado”.

Os alunos serão avaliados no transcorrer das aulas, primeiramente observando a formação de conceitos pelos mesmos, analisando seus questionamentos e intervenções, procurando, por meio do diálogo, perceber se houve assimilação dos conteúdos propostos. Pela leitura das produções dos alunos, o professor avaliará sugerindo as mudanças e adequações necessárias, estimulando as leituras. O trabalho organizado em dupla também é bem proveitoso, pois faz com que um aluno ajude ao outro a tirar as suas dúvidas, mas sempre com a observação do professor. Este tipo de avaliação é muito importante, pois atinge objetivos surpreendentes. As aulas na sala de informática também são bem proveitosas, pois os alunos participam muito das atividades. Depois disso feito, pode-se incluir um trabalho-teste individual e com consulta (1 tempo de aula de 50 minutos), para aprofundamento do conteúdo com questões do Saerjinho/Saerj, para verificar todo o conteúdo desse assunto.

Considerações Finais

O plano de tarefa foi preparado da melhor forma possível atendendo à algumas dificuldades das turmas de 3º ano. Porém, a maioria dos alunos traz problemas de interpretação e cálculos das séries anteriores, dificultando um pouco o trabalho, fazendo com que haja a necessidade de que se faça uma revisão de certos conteúdos, para atingirmos nossos objetivos.

As turmas gostam muito de exercícios desafios. Então consegui chegar a um resultado de regular a bom, quando foram propostos esses tipos de atividades. As aulas na sala de informática também são muito boas. Seria bom trabalhar mais com isso, pois consigo prender a atenção deles, porém nem sempre é possível.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- + Roteiros de Ação – Probabilidade – Curso de Aperfeiçoamento – CECIERJ - 3º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013 – <http://projetoceeduc.cecierj.edu.br/>
- + PAIVA, Manoel. MATEMÁTICA PAIVA. São Paulo: Editora Moderna, 2009. Volume 2.
- + Dante, Luiz Roberto. MATEMÁTICA Contexto & Aplicações. São Paulo: Editora Ática, 2011. Volume 2.
- + Endereços eletrônicos citados/utilizados ao longo do trabalho:
 - ❖ <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/> (acessado de 06/05/2013 à 09/05/2013)
 - ❖ <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm98/icm25/pag4.htm> (acessado em 06/05/2013)
 - ❖ www.mat.ufrgs.br/~portosil/histo2c.html (acessado em 06/05/2013)
 - ❖ <http://www.algosobre.com.br/matematica/nocoes-de-probabilidade.html> (acessado em 10/05/2013)