FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

COLÉGIO ESTADUAL DOM JOÃO VI
Professora: ANA PAULA LIMA
Matrículas: 09463027/09720475
Série: 2º ANO – ENSINO MÉDIO
Tutora: KARINA CAMPOS DE SOUZA

INTRODUÇÃO

Muitas vezes, para designar com clareza certas situações, é necessário formar um grupo ordenado de números que se apresentam dispostos em linhas e colunas numa tabela. Essas tabelas são chamadas na Matemática de Matriz.

As tabelas são uma forma de organizar várias informações em pequenos espaços proporcionando uma consulta rápida, dada a simplicidade de sua apresentação em linhas e colunas. Seu uso é largamente difundido em diversos ramos de conhecimento.

Para melhor explicitar essa linguagem matricial muitas vezes há a necessidade de abrir mão de recursos lúdicos para que os alunos consigam contextualizar e visualizar o conceito matricial.

Esse Plano de Trabalho tem por objetivo mostrar como o conceito de matriz pode ser inserido de forma lúdica e objetiva aos alunos. Terá a duração de 6 tempos de aula para desenvolvimento e 2 tempos para avaliação.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1: O Conceito de Matriz

· **HABILIDADE RELACIONADA**: Representar graficamente e construir uma matriz ; identificar os tipos de matrizes existentes.

· **PRÉ-REQUISITO**: Identificar dados em uma tabela.

· **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos.

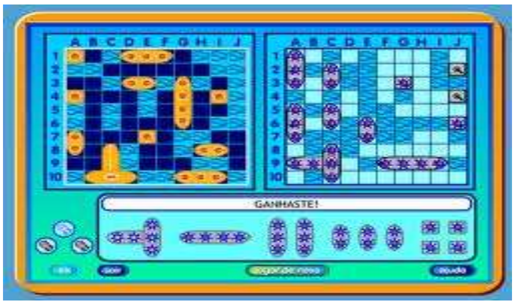
· **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Vídeo aula sobre matrizes, livro didático e jogo "Batalha Naval".

· **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Duplas.

· **OBJETIVOS:** Apresentar aos alunos os conceitos básicos de matriz para que eles possam identificar nas tabelas o que são linhas e colunas e as coordenadas geradas por elas na formação dos elementos de uma matriz. Mostrar os tipos especiais de matrizes.

· **METODOLOGIA ADOTADA:**

- Apresentar um vídeo para os alunos com a definição inicial do que é uma Matriz. Após isso, definir uma matriz como sendo uma tabela de linhas e colunas, utilizando o jogo batalha naval para ajuda-los a melhor identificar os elementos.



$$\begin{array}{l c}
\text{1ª linha} \rightarrow & \\
\text{2ª linha} \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & \sqrt{3} & -3 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
\text{3ª linha} \rightarrow & \\
 & \begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{1ª coluna} & \text{2ª coluna} & \text{3ª coluna} \end{array}
\end{array}$$

- Tabelas com **m** linhas e **n** colunas são denominadas matrizes m x n. Na tabela anterior temos, portanto, uma matriz 3 x 3.

- Representar genericamente uma matriz onde costuma-se representar as matrizes por *letras maiúsculas* e seus elementos por *letras minúsculas*, acompanhadas por *dois índices* que indicam, respectivamente, a linha e a coluna que o elemento ocupa.

Assim, uma matriz **A** do tipo m x n é representada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{n3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ou, abreviadamente, $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, em que **i** e **j** representam, respectivamente, a linha e a coluna que o elemento ocupa. Por exemplo, na matriz anterior, $\mathbf{a_{23}}$ é o elemento da 2ª linha e da 3ª coluna.

- Identificar alguns tipos especiais de matrizes:

Matriz nula: matriz em que todos os elementos são nulos; é representada por $0_{m \times n}$.

Por exemplo, $0_{2x3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Matriz identidade: matriz quadrada em que todos os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e os demais são nulos; é representada por $\mathbf{I_n}$, sendo **n** a ordem da matriz. Por exemplo:

$$a)\ I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b)\ I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz transposta: matriz A^t obtida a partir da matriz A trocando-se ordenadamente as linhas por colunas ou as colunas por linhas. Por exemplo:

$$Se\ A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, então\ A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercícios de Fixação Extras

01. Obter a matriz A = (aij)2x2 definida por aij = 3 i - j

02. (PUC) Se A, B e C são matrizes quadradas e A^T , B^T, C^T são suas matrizes transpostas, e igualdade falsa entre essas matrizes é:

a) (A = B) . C = A . C + B . C

b) $(A + B)^t = A^t + B^t$

c) $(A \,.\, B)^t = A^t \,.\, B^t$

d) (A - B)C = AC - BC

e) $(A^t)^t = A$

03.. (MACK) Sejam as matrizes $\begin{cases} A = (a_{ij})_{4\times 3}, a_{ij} = j^i \\ e \\ B = (b_{ij})_{3\times 4}, b_{ij} = j^i \end{cases}$. Se C = A . B, então c22 vale:

a) 3

b) 14

c) 39

d) 84

e) 258

04. Se uma matriz quadrada A é tal que $A^t = -A$, ela é chamada matriz anti-simétrica. Sabe-se que M é anti-simétrica e:

$$M = \begin{bmatrix} 4+a & a_{12} & a_{13} \\ a & b+2 & a_{23} \\ b & c & 2c-8 \end{bmatrix}$$

Os termos a12, a13 e a23 de M, valem respectivamente:

a) -4, -2 e 4

b) 4, 2 e -4

c) 4, -2 e -4

d) 2, -4 e 2

e) 2, 2 e 4

Os demais exercícios de fixação estão no livro didático presentes no livro adotado pela escola "Matemática Paiva – 2º Ano".

ATIVIDADE 2: Operações com matrizes

· **HABILIDADE RELACIONADA**: H33 – efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

· **PRÉ-REQUISITO**: Conceitos de Matriz.

· **TEMPO DE DURAÇÃO**: 200 minutos.

· **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Vídeo aula sobre matrizes, livro didático.

· **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Duplas.

· **OBJETIVOS:** Adicionar, subtrair e multiplicar matrizes a partir de identificação da localização os elementos das matrizes.

· **METODOLOGIA ADOTADA:**

- Mostrar que a soma de duas matrizes do mesmo tipo, A e B, é a matriz em que cada elemento é a soma de seus correspondentes em A e em B.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 & 4+(-1) \\ 0+0 & 7+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

- Identificar que a diferença entre duas matrizes do mesmo tipo A e B é a soma de A com a oposta de B.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}}_{B} = \begin{bmatrix} 3+(-1) & 0+(-2) \\ 4+0 & -7+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

- Visualizar que o produto de um número k por uma matriz é a matriz em que cada elemento é o produto correspondente em A pelo número k.

$$3.\begin{bmatrix}2 & 7\\ -1 & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3.2 & 3.7\\ 3.(-1) & 3.0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6 & 21\\ -3 & 0\end{bmatrix}$$

- Identificar que o produto da matriz A = (a_{ij}) $_{m \times p}$ pela matriz B = (b_{ij}) $_{p \times n}$ é a matriz C = (c_{ij}) $_{m \times n}$ tal que cada elemento $\mathbf{c_{ij}}$ é o produto da linha i da matriz A pela coluna j de B.

- ***1ª linha e 1ª coluna***

$$A = \begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}-1 & 3\\ 4 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\overset{c_{11}}{\boxed{1 . (-1) + 2.4}} & \\ & \end{bmatrix}$$

- ***1ª linha e 2ª coluna***

$$A = \begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}-1 & 3\\ 4 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 . (-1) + 2.4 & \overset{c_{12}}{\boxed{1.3 + 2.2}}\\ & \end{bmatrix}$$

- ***2ª linha e 1ª coluna***

$$A = \begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}-1 & 3\\ 4 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 . (-1) + 2.4 & 1.3 + 2.2\\ \underset{c_{21}}{\boxed{3.(-1) + 4.4}} & \end{bmatrix}$$

- ***2ª linha e 2ª coluna***

$$A = \begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}-1 & 3\\ 4 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 . (-1) + 2.4 & 1.3 + 2.2\\ 3.(-1) + 4.4 & \underset{c_{22}}{\boxed{3.3 + 4.2}}\end{bmatrix}$$

Assim, $A.B = \begin{bmatrix}7 & 7\\ 13 & 17\end{bmatrix}$.

Exercícios de fixação extras

1 - Para que valores de x e de y as matrizes A e B são iguais?

$$A = \begin{bmatrix} x+y & 5 \\ 1 & x-y \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

2 - Considere as matrizes A, B e C. Calcule se possível:

1. $A^T + B$
2. $(C - A^T)^T$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 7 & -1 \\ 3 & -8 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

3 - Considere as matrizes A e B. Calcule o produto:

a. AB
b. BA

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}^T$$

4 - Calcule todos os produtos possíveis (com 2 factores) com as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

3

$$D = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3/5 \end{bmatrix} \qquad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5 - Na confecção de três modelos de camisas (A, B e C) são usados botões grandes (G) e pequenos (p). O número de botões por modelos é dado pela tabela:

	Camisa A	Camisa B	Camisa C
Botões p	3	1	3
Botões G	6	5	5

O número de camisas fabricadas, de cada modelo, nos meses de maio e junho, é dado pela tabela:

	Maio	Junho
Camisa A	100	50
Camisa B	50	100
Camisa C	50	50

Nestas condições, obter a tabela que dá o total de botões usados em maio e junho.

Os demais exercícios de fixação estão no livro didático presentes no livro adotado pela escola "Matemática Paiva – 2º Ano".

AVALIAÇÃO

Avaliação como processo continuo de aprendizagem no qual deve manter a interação entre professor e aluno. A avaliação será vista como promoção do conhecimento participativo, coletivo e construtivo entre ambos levando em consideração o conteúdo visto durante as aulas.

A avaliação será escrita e em dupla e terá a duração de 100 minutos onde os al 7 mostrarão a capacidade de aplicar, em situações problemas, os conceitos vistos durante as atividades em sala de aula.

Também serão avaliadas as questões referentes ao assunto que constarem no Saerjinho que é uma das avaliações bimestrais dos alunos adotada pela escola

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO – Matrizes e Determinantes – curso de aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º Bimestre/2012.

PAIVA, MANOEL – Matemática - 2º ano – 2ª edição – São Paulo: Moderna plus – 2010

ENDEREÇOS ELETRÔNICOS ACESSADOS ENTRE OS DIAS 30/08/2012 E 02/09/2012 e em 24/09/2012.

SÓ MATEMÁTICA: Apostila de Matrizes: www.somatematica.com.br

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS DE ALGEBRA LINEAR: Matrizes: http://pt.scribd.com/doc/48653868/Exercicios-resolvidos-de-Algebra-Linear-Matrizes-e-Determinantes

MATRIZES CONCEITOS INICIAIS: Vestibulandia.com: http://www.youtube.com/watch?v=sw18GQESKpA