

1.INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos associem tabelas e matrizes, assim como as operações básicas decorrentes: adição, subtração e multiplicação, a partir da construção de conhecimentos baseada na realidade do aluno e levando em consideração os meios disponíveis para tal.

Faz parte da realidade de nossos alunos o questionamento da aplicação dos conteúdos estudados no cotidiano, assim como a ausência de atratividade e mesmo de significado. Daí a urgência da contextualização e da mudança de práticas.

O assunto requer operações com números reais e equações do 1º grau com duas ou mais incógnitas. Isso requer a revisão de alguns conceitos no decorrer da jornada. No geral, serão necessários 10 tempos de cinquenta minutos para explicação e fixação mais quatro tempos para avaliação da aprendizagem.

2. DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Identificar e relacionar diferentes tipos de matrizes. Construir matrizes e identificar seus elementos quanto às linhas e colunas. Desenvolver as habilidades relacionadas às operações com matrizes.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Construção de tabelas e seus elementos, conhecimento das operações básicas.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, régua, lápis e caneta esferográfica.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de informática.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.
- **OBJETIVOS:** Através da utilização da planilha do Excell, construir tabelas e, a partir daí, construir matrizes diversas.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Utilizando o computador, propor aos alunos a construção de uma tabela com os gols marcados e sofridos por uma equipe de futebol durante duas partidas do Campeonato Brasileiro. A partir daí, construir uma matriz com os elementos da tabela.

Time X	gols pró	gols contra

Transformando em *Matriz*: $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, onde:

a_{11} = elemento da primeira linha e primeira coluna

a_{12} = elemento da primeira linha e segunda coluna

a_{21} = elemento da segunda linha e primeira coluna

a_{22} = elemento da segunda linha e segunda coluna

Temos, a partir daí, a ideia geral de uma matriz:

Matriz com m linhas e n colunas:

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \text{m linhas} \end{array} \quad i \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \end{bmatrix}$$
$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\quad j \quad} \\ \text{n colunas} \end{array}$$

Exemplo:

A revendedora de carros AUTOMÁTICA possui duas concessionárias de carros e comercializa três modelos diferentes. A tabela abaixo se refere à quantidade de carros vendidas no mês de junho/2012 em cada concessionária.

Loja	Modelo		
	Básico	Médio	Luxo
I	20	15	6
II	15	5	2

A partir da tabela acima, vamos construir uma matriz que a represente:

$$\begin{bmatrix} 20 & 15 & 6 \\ 15 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

O elemento a_{11} corresponde à quantidade 20 unidades.

O elemento a_{12} corresponde à quantidade 15 unidades.

O elemento a_{13} corresponde à quantidade 6 unidades.

O elemento a_{21} corresponde à quantidade 15 unidades.

O elemento a_{22} corresponde à quantidade 5 unidades.

O elemento a_{23} corresponde à quantidade 2 unidades.

ATIVIDADE 2

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Identificar e relacionar diferentes tipos de matrizes.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Construção de matrizes e identificação de seus elementos.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, régua, lápis e caneta esferográfica.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.
- **OBJETIVOS:** Desenvolver as habilidades relativas ao reconhecimento dos tipos de matrizes.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Apresentação de slides.

Tipos de matrizes:

Matriz linhas

Recebe o nome de Matriz linha toda matriz que possui apenas uma linha. O número de colunas é independente. Por exemplo:

$$\| \begin{matrix} -5 & 1 & 2 \end{matrix} \|_{1 \times 3}$$

► Matriz coluna

Recebe o nome de Matriz coluna toda matriz que possuir apenas uma coluna. O número de linhas é independente. Por exemplo:

$$\begin{bmatrix} 50 \\ -63 \\ -8 \\ -11 \\ 7 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

► Matriz nula

Recebe o nome de Matriz nula toda matriz que independentemente do número de linhas

e colunas todos os seus elementos são iguais a zero. Por exemplo:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

Podendo ser representada por $O_{3 \times 2}$.

► Matriz quadrada

Matriz quadrada é toda matriz que o número de colunas é o mesmo do número de linhas. Por exemplo:

$$\begin{bmatrix} 8 & 1 & 32 \\ 9 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Linhas
↑
3 x 3
↓
Colunas

Quando a matriz é quadrada nela podemos perceber a presença de uma diagonal secundária e uma diagonal principal.

$$\begin{bmatrix} 8 & 1 & 32 \\ 9 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Diagonal secundária (linha azul)

Diagonal principal (linha vermelha)

► Matriz diagonal

Será uma matriz diagonal, toda matriz quadrada que os elementos que **não pertencem** à **diagonal principal** sejam iguais a zero. Sendo que os elementos da diagonal principal podem ser iguais a zero ou não. Por exemplo:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3x3 diagonal principal 3x3 diagonal principal

$$\begin{bmatrix} -9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

4x4 diagonal principal

► Matriz identidade

Para que uma matriz seja matriz identidade ela tem que ser quadrada e os elementos que pertencerem à diagonal principal devem ser iguais a 1 e o restante dos elementos iguais a zero. Veja o exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4x4 diagonal principal

► Matriz oposta

Dada uma matriz B, a matriz oposta a ela é - B. Se tivermos uma matriz:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 50 & -11 \\ -63 & 7 \\ -8 & 10 \end{bmatrix} \quad 3 \times 2$$

A matriz oposta a ela é:

$$-\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -50 & 11 \\ 63 & -7 \\ 8 & -10 \end{bmatrix} \quad 3 \times 2$$

ATIVIDADE 3

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Utilizar o programa Excell para construção de tabela envolvendo as notas das diversas disciplinas durante o ano letivo em curso e, posteriormente, sua transformação em matriz.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento do conceito de matriz e seus elementos.

- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Computadores.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de informática.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.

- **OBJETIVOS:** Levar o aluno a construir uma matriz a partir dos conhecimentos adquiridos.

- **METODOLOGIA ADOTADA:** Construa no programa Excell uma tabela em que constem: todas as disciplinas de sua série, as notas de cada disciplina distribuídas por bimestre.

Depois, transforme as informações da tabela em uma matriz. Descreva cada elemento da matriz que você construiu (primeira linha, primeira coluna, e assim por diante).

Por último, verifique quantos pontos faltam para você atingir a pontuação mínima exigida em cada disciplina e anote em vermelho no espaço correspondente.

ATIVIDADE 4

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Efetuar adição, subtração e multiplicação de matrizes.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento das operações básicas: adição, subtração e multiplicação.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, régua, lápis e caneta esferográfica.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.
- **OBJETIVOS:** Desenvolver as habilidades relacionadas às operações com matrizes.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Apresentar vídeo com o objetivo de informar todos os aspectos dos assuntos a serem tratados, no caso, as operações da adição, subtração e multiplicação. Após o vídeo, abordar cada um dos tópicos, conforme abaixo:

Adição de matrizes

Dadas duas matrizes de mesmo tipo, A e B, denomina-se matriz soma (A+B) a matriz obtida adicionando-se os elementos correspondentes de A e B.

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{mm} \text{ em que } 1 \leq i \leq m \text{ e } 1 \leq j \leq n$$

Exemplo: Dada as matrizes A e B determine A+B.

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 1 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & 2 & 8 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$A + B = \begin{bmatrix} -10 + 1 & 1 + 8 & 4 + 4 & 6 - 1 \\ 2 + 0 & 3 + 6 & 2 + 3 & 8 - 3 \end{bmatrix}$$
$$A + B = \begin{bmatrix} -9 & 9 & 8 & 5 \\ 2 & 9 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

Propriedades da adição

Sendo A, B, C e O (matriz nula) matrizes de mesmo tipo e $p, q \in \mathbb{R}$, valem as propriedades:

- Comutativa: $A+B = B+A$
- Associativa: $A+(B+C) = (A+B)+C$
- Elemento neutro: $A+O = O+A = A$

Subtração de matrizes

Dadas duas matrizes de mesmo tipo, A e B, denomina-se matriz diferença (A-B) a matriz obtida subtraindo-se os elementos correspondentes de A e B.

$$A - B = (a_{ij} - b_{ij})_{m \times n} \text{ em que } 1 \leq i \leq m \text{ e } 1 \leq j \leq n$$

Multiplicação de número real por matriz

Dada uma matriz $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e um número real k, denomina-se matriz produto do número real K por A, a matriz obtida multiplicando-se cada um dos seus elementos por k.

$$kA = (k \cdot a_{ij})_{m \times n} \text{ em que } 1 \leq i \leq m \text{ e } 1 \leq j \leq n$$

Observe como exemplo a determinação da matriz $3A$, a partir de

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$3A = 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 2 & 3 \cdot 1 \\ 3 \cdot 3 & 3 \cdot 0 \\ 3 \cdot 1 & 3 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 0 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$$

Sendo A, B, C, O (matriz nula) matrizes de mesmo tipo, valem as propriedades da multiplicação de número real por matriz:

- $1 \cdot A = A$
- $(-1) \cdot A = -A$
- $p \cdot O = O$
- $0 \cdot A = O$
- $p \cdot (A + B) = p \cdot A + p \cdot B$
- $(p + q) \cdot A = p \cdot A + q \cdot A$
- $p \cdot (q \cdot A) = (p \cdot q) \cdot A$

Multiplicação de matrizes

Sendo A uma matriz do tipo $m \times n$ e B uma matriz do tipo $n \times p$, define-se produto da matriz A pela matriz B a matriz C, do tipo $m \times p$, tal que cada elemento de C (c_{ij}) satisfaz:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + (\dots) + a_{in}b_{nj}$$

Em outras palavras, cada elemento de C é calculado multiplicando-se ordenadamente os elementos da linha i da matriz A pelos elementos correspondentes da coluna j da matriz B e, a seguir, somando-se os produtos obtidos. Veja abaixo:

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2.3 + 3.2 & 2.1 + 3.4 \\ 1.3 + 0.2 & 1.1 + 0.4 \\ 4.3 + 5.2 & 4.1 + 5.4 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 12 & 14 \\ 3 & 1 \\ 22 & 24 \end{bmatrix}$$

$$A_{3 \times 2} \cdot B_{2 \times 2} = AB_{3 \times 2}$$

O produto entre duas matrizes A e B é definido se, e somente se, o número de colunas da matriz A for igual ao número de linhas da matriz B. Assim:

$$A_{m \times n} \cdot B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

O elemento neutro da multiplicação de matrizes é a matriz identidade(I).

$$AI = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ -3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$$

ATIVIDADE 5

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Resolver exercícios que envolvam adição e subtração de matrizes.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento dos conceitos e propriedades da adição e subtração de matrizes.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividades, régua, lápis e caneta esferográfica.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Sala de aula.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Organizados em duplas.
- **OBJETIVOS:** Desenvolver as habilidades relacionadas às operações com matrizes.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Apresentação de exercícios envolvendo as operações de adição, subtração e multiplicação, onde o aluno é incentivado, através da resolução das atividades propostas, a trabalhar com as operações indicadas.

A revendedora de carros AUTOMÁTICA possui duas concessionárias de carros e comercializa três modelos diferentes. A tabela abaixo se refere à quantidade de carros vendidas no mês de junho/2012 em cada concessionária.

Loja	Modelo		
	Básico	Médio	Luxo
I	20	15	6
II	15	5	2

Observemos que foram vendidos 6 carros de luxo na Loja I nesse período.

a) Quantos carros do modelo básico foram vendidos na Loja II?

b) Quantos carros do modelo médio foram vendidos na Loja I?

c) Quantos carros de luxo foram vendidos em junho?

Você já deve ter visto que podemos representar uma tabela como um objeto matemático. Chamamos de matriz esse objeto matemático ao qual estamos nos referindo.

Dessa maneira podemos representar a tabela acima por meio da seguinte matriz A,

$$\begin{pmatrix} 20 & 15 & 6 \\ 15 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

d) Qual é o número que está na primeira linha e segunda coluna? Você saberia dizer qual é o seu significado nessa situação em que estamos estudando?

e) Qual é o significado do número que está na segunda linha e terceira coluna?

A tabela abaixo representa a quantidade de carros vendidos pela concessionária AUTOMÁTICA, em julho/2012, nas suas duas lojas.

Loja	Modelo		
	Básico	Médio	Luxo
I	23	16	8
II	13	3	1

f) Escreva a matriz B que pode ser representada pelos elementos dessa tabela

$$B = \left(\quad \quad \quad \right)$$

O dono da concessionária AUTOMÁTICA solicitou a um de seus funcionários para elaborar uma tabela e uma matriz que representasse o total de carros vendidos nos meses de junho e julho, em suas duas Lojas.

g) Complete a tabela e a Matriz abaixo de maneira a atender ao pedido de dono da concessionária.

Loja	Modelo		
	Básico	Médio	Luxo

$$A + B = \left(\quad \quad \right)$$

h) Quais foram os cálculos que você fez para obter essa matriz?

i) De forma análoga, obtenha uma matriz que faça a subtração entre os elementos das matrizes A e B.

j) Qual é o significado do número que se encontra na primeira linha e segunda coluna dessa matriz?

k) Podemos definir essa matriz como a matriz $A - B$. O que significa cada elemento dessa matriz? Qual é a conclusão que podemos tirar a partir da análise de $A - B$?

A tabela abaixo se refere ao custo e ao lucro por carro, relativo a cada um dos modelos no mês de junho.

Modelo	Custo (R\$)	Lucro(R\$)
Básico	19.000	3.000
Médio	28.000	4.000
Luxo	45.000	5.000

a) Represente os valores dessa tabela em uma matriz C, de ordem 3 x 2.

Consideremos que devido ao aumento de preços da matéria-prima o custo e o lucro sofreram um aumento de 20% em julho.

b) Escreva a matriz que represente os valores do custo e do lucro após o aumento.

c) Qual é a relação entre os valores da matriz de custos e lucros de junho e os valores da matriz após o aumento?

Você deve ter observado que todos os valores da matriz C foram multiplicados por 1,20. Assim, podemos dizer que a nova matriz é $1,20 \cdot C$, ou seja, a nova matriz é 1,20 multiplicada por C.

Observemos então que podemos multiplicar uma matriz M por qualquer número real a, obtendo uma nova matriz aM de mesma ordem.

Exercícios de fixação:

• Questão 1

(PUCC-SP-Adaptada) Seja a matriz $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$, em que $a_{ij} = i + j$, se $i = j$ e $i - j$, se $i \neq j$. Determine a matriz respeitando essas condições e calcule $A + A + A$.

• Questão 2

Determine a matriz resultante da subtração das seguintes matrizes:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -\frac{3}{2} & 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & -5 & \frac{1}{3} \end{vmatrix}$$

• Questão 3

(PUC-SP-Adaptada) São dadas as matrizes $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$, quadradas de ordem 2, com $a_{ij} = 3i + 4j$ e $b_{ij} = -4i - 3j$. Considerando $C = A + B$, calcule a matriz C.

Questão 4

Considerando as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Determine:

a) $A + B - C$

b) $A - B - C$

• Questão 5

Adicione as matrizes e determine os valores das incógnitas.

$$\begin{pmatrix} x & y \\ 3 & 2z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 3 \\ t & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -1 \\ 4 & 18 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x+x=10 & y+3=-1 \\ 3+t=4 & 2z+z=18 \end{pmatrix}$$

• **Questão 6**

FGV-SP (questão adaptada)

Se $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & y \\ x & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, de forma que $A \cdot B$ é uma matriz nula, calcule $x \cdot y^2$

• **Questão 7**

(Fuvest-SP)

Uma matriz real A é ortogonal se $A \cdot A^t = I$, onde I indica a matriz identidade e A^t indica a transposta de

Se $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & x \\ y & z \end{pmatrix}$ é ortogonal, então $x^2 + y^2$ é igual a:

A.

a) $1/4$

b) $\sqrt{3}/4$

c) $1/2$

d) $\sqrt{3}/2$

e) $3/2$

• **Questão 8**

Encontre o valor de x e y resolvendo a seguinte igualdade.

$$\begin{pmatrix} x & 3 \\ 2 & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

• **Questão 9**

Determine os valores de a e b para que as matrizes sejam comutativas.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$$

• **Questão 10**

UFSC

Sejam $A=(a_{ij})_{4 \times 3}$ e $B=(b_{ij})_{3 \times 4}$ duas matrizes definidas por $a_{ij}=i+j$ e $b_{ij}=2i+j$, respectivamente. Se $A \cdot B=C$, então qual é o elemento c_{32} da matriz C ?

AVALIAÇÃO

O processo de avaliação consiste em exercícios de fixação e das seguintes atividades:

1. Propor aos alunos que construam no Excell uma tabela com as notas nas diversas disciplinas do ano letivo em questão, sendo essa tarefa individual. A partir dessa tabela, os alunos devem construir a matriz correspondente, indicando para cada nota sua posição correspondente na matriz. Essa tarefa pode ser realizada em, no máximo, 50 minutos, com a possibilidade de se prolongar esse prazo. O professor deve definir previamente uma nota para esta atividade.
2. Propor que os alunos formem grupos de 5 componentes, selecionar uma parte do conteúdo para cada grupo, indicar fontes de pesquisa sobre o assunto e, em data previamente marcada, solicitar que cada grupo comente sobre o conteúdo estudado, propondo uma questão que deve ser resolvida por membros de outro grupo. O tempo estimado para a apresentação dos grupos é de 100 minutos. o professor deve definir previamente uma nota para esta atividade.

Também recomenda-se a aplicação de avaliação escrita com duração de 100 minutos para investigação da capacidade de utilização do conhecimento adquirido para a resolução de problemas envolvendo os temas estudados.

FONTES DE PESQUISA

ROTEIROS DE AÇÃO E TEXTOS – Revisitando matrizes: O dilema do prisioneiro – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre – disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava> .

Matrizes e mensagens cifradas – Roteiros de ação 1 e 2 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre – disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava> .

Endereços eletrônicos acessados de 25/08/2011 a 30/08/2011:

<http://www.brasilecola.com/matematica/tipos-matrizes.htm>

<http://www.brasilecola.com/busca/?q=exerc%EDcios+com+matrizes&x=0&y=0>