Formação Continuada em Matemática

Matemática 1º Ano – 3º Bimestre/2012.

Plano de Trabalho

Função Polinomial do 2º Grau

Tarefa 1
Aluno: **Raquel dos Santos Ramos**
Tutor: **Denílson Herinque Cortes**

Introdução

O plano de trabalho a seguir tem como objetivo mostrar para os alunos a utilização da função do 2º grau para analisar interpretar e descrever diversos fenômenos naturais e sociais, bem como mostrar a interação com o meio que nos cerca.

Evitaremos o formalismo habitual como geralmente esse conceito é apresentado usando situações-problema buscando mostrar a aplicabilidade deste conteúdo e a motivação dos alunos. Tentando amenizar as dificuldades dos alunos.

Faremos uma ligação com que o aluno já estudou em relação à resolução de equações do 2º grau. Para este plano serão necessários 18 tempos de 50 minutos e 4 tempos para realização da avaliação do aprendizado.

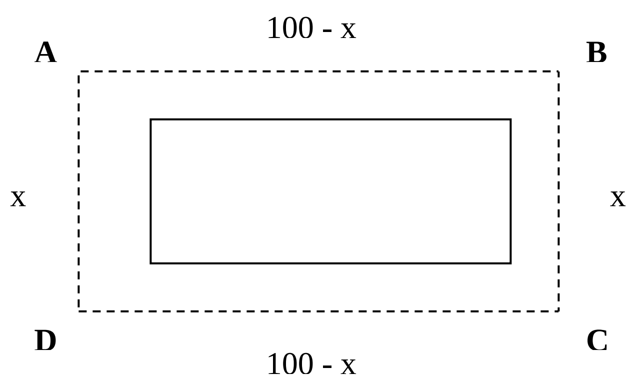
Desenvolvimento:

Atividade 1

Habilidade relacionada: Identificar a função do 2º grau através de sua fórmula.
Pré – Requisitos: Conhecimento da fórmula de área de retângulo, conceito de função e Resolução de equações 2º grau.
Tempo de duração: 100 minutos, 2 aulas de 50 minutos.
Organização da turma: individual.
Objetivos: Apresentar a definição da função do 2º grau, determinação dos zeros da função fazendo a conexão com a resolução das equações do 2º grau.
Metodologia Adotada: Propor aos alunos a resolução da situação-problema com objetivo inicial de chegar à fórmula.

Analise a situação:

Os diretores de um clube pretendem cercar uma quadra de basquete retangular e o espaço envolta dela com uma tela de alambrado. Tendo recebido 200 m de tela, eles desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com a tela para que a área seja a maior possível, pois assim haveria mais espaço para a torcida fora da quadra.



OBS: lados x e y como o perímetro é igual a $2x + 2y = 200 \Rightarrow x + y = 100 \Rightarrow y = 100 - x$

A área deste retângulo será dada por $A = x \cdot (100 - x) \Rightarrow A = -x^2 + 100x$, a igualdade obtida representa a área do retângulo em função da medida da largura deste retângulo. Á medida que atribuímos valores a x, obtemos valores para a área, pois $A = F(x)$. Este é um caso particular de função do 2 º grau. A situação problema acima será resolvida adiante.

FUNÇÃO DO 2º GRAU

Definição: É toda função de IR em IR dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$ onde a, b e c são reais e $a \neq 0$.

Exemplos :

$f(x) = 3x^2 + 2x + 4$, onde a = 3, b = 2 e c = 4
$f(x) = x^2 - 1x$, onde a = 1, b = – 1 e c = 0
$f(x) = 4x^2 + 8$, onde a = 4, b = 0 e c = 8

Citar alguns exemplos práticos da função do 2º grau no nosso dia a dia, levar o alunos a buscar novos exemplos.

Atividade 2

Habilidade relacionada: Determinar o valor numérico da função do 2º grau.
Pré – Requisitos: Conhecimento da definição de função do 2º grau.
Tempo de duração: 100 minutos, 2 aulas de 50 minutos.
Organização da turma: Duplas.
Objetivos: Mostrar aplicação da definição em situações cotidianas .

Metodologia Adotada: Mostrar exemplos destas situações para estimular o raciocínio dos alunos.

Observe as situações:

1ª) Na queda livre dos corpos, o espaço (s) percorrido é dado em função do tempo (t) por uma função do 2º grau $s(t) = 4,9\ t^2$, em que a constante 4,9 é a metade da aceleração da gravidade, que é $9,8\ m/s^2$. Determine o espaço percorrido em 5 s.

2ª) Calcular o número de diagonais de um heptágono convexo.

Para resolvermos essa situações basta substituir a variável independente x pelos valores proposto achando assim os valores da variável dependente y.

Para a 1ª situação:

$s(t) = 4,9\ t^2$, quando t = 5s temos:
$s(5) = 4,9.\ 5^2 = 4,9\ .\ 25 = 122,5$

O espaço percorrido é de 122,5 m.

Para a 2ª situação:

$\mathbf{d}(\mathbf{n}) = \frac{\mathbf{n}^2 - 3\mathbf{n}}{2}$ para n = 7 (nº de lados)

$$\mathbf{d}(7) = \frac{7^2 - 3.7}{2} = \frac{49 - 21}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

O polígono terá 14 diagonais.

Mais exemplos:

Determinar o valor de $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$ para $x = 6$

$f(x) = 3.6^2 + 2.6 + 4 = 3.36 + 12 + 4 = 108 + 12 + 4 = 124$

Exercício de fixação: Utilizar os exercícios do livro didático adotado para fixação dos conteúdos.

Atividade 3

Habilidade relacionada: Determinar os zeros da função do 2º grau.
Pré – Requisitos: Domínio da resolução de equações do 2º grau.
Tempo de duração: 100 minutos, 2 aulas de 50 minutos.
Organização da turma: Individual.
Objetivos: Determinar os pontos em que a parábola intersecta o eixo das abscissas.
Metodologia Adotada: Mostrar a definição.

Zero ou Raiz da Função do 2º Grau.

É determinar os valores de **x** que tornam **y** = 0. Ao igualarmos f(x) a zero temos uma equação do 2º grau.

Recordando: Podemos resolver a equação do 2º grau usando a fórmula:

$$\mathbf{x} = \frac{-\mathbf{b} \pm \sqrt{\Delta}}{2\mathbf{a}}$$ onde: $\Delta = \mathbf{b}^2 - 4 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$

Exemplo: Determinar os zeros da função $f(x)= x^2 - 3x - 4$.

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$$

$$\mathbf{x} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$\mathbf{x}_1 = \frac{3+5}{2} = 4 \quad \text{e} \quad \mathbf{x}_2 = \frac{3-5}{2} = -1$$

Lembrar aos alunos sobre análise do discriminante Δ.

Observação:
$\Delta > 0$ a equação apresenta duas raízes reais e diferente. $x_1 \neq x_2$
$\Delta = 0$ a equação apresenta duas raízes reais e iguais. $x_1 = x_2$
$\Delta < 0$ a equação não apresenta raiz real.

Exercício de fixação: Utilizar os exercícios do livro didático adotado para fixação dos conteúdos.

Atividade 4

Habilidade relacionada: Determinar o gráfico da função do 2º grau e seu vértice.
Pré – Requisitos: Conhecimento da definição.
Tempo de duração: 400 minutos, 8 aulas de 50 minutos.
Organização da turma: Individual.
Objetivos: Determinar os pontos para a construção da parábola.
Metodologia Adotada: Definir e mostrar como fazer a construção resolver o problema inicial.

Gráficos:

O gráfico da função do 2º Grau, na variável real x, representado no plano cartesiano é uma curva conhecida como parábola. Em algumas situações, é possível perceber o que é uma parábola, como a trajetória de um projétil ou a trajetória de uma bola chutada por um jogador em uma partida de futebol.

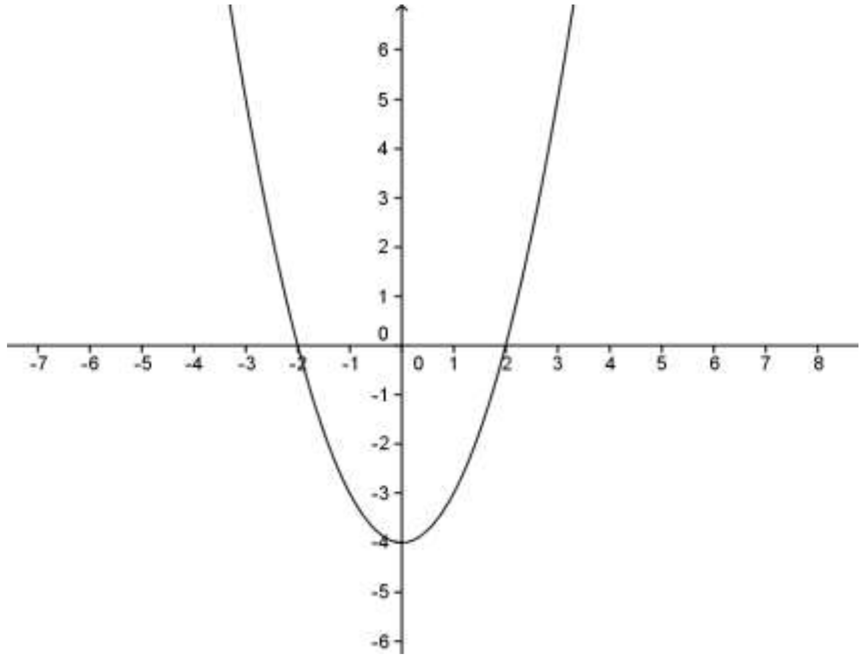
Para a construção deste gráfico atribuímos valores a variável independente **x** e obtemos os valores correspondentes para a variável **y**. Reforçar a idéia que f(x) = y.

Exemplos:

Construir, no plano cartesiano, o gráfico da função definida por $y = x^2 – 4$:

Atribuindo valores para x:
$x = –2 \Rightarrow f(– 2) = (– 2)^2 – 4 = 0$
$x = –1 \Rightarrow f(– 1) = (– 1)^2 – 4 = – 3$
$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^2 – 4 = – 4$
$x = 1 \Rightarrow f(1) = 1^2 – 4 = – 3$
$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2^2 – 4 = 0$

Temos os pontos (-2, 0),(-1,-3), (0,-4),(1,-3) e (2,0) que colocaremos no plano cartesiano.

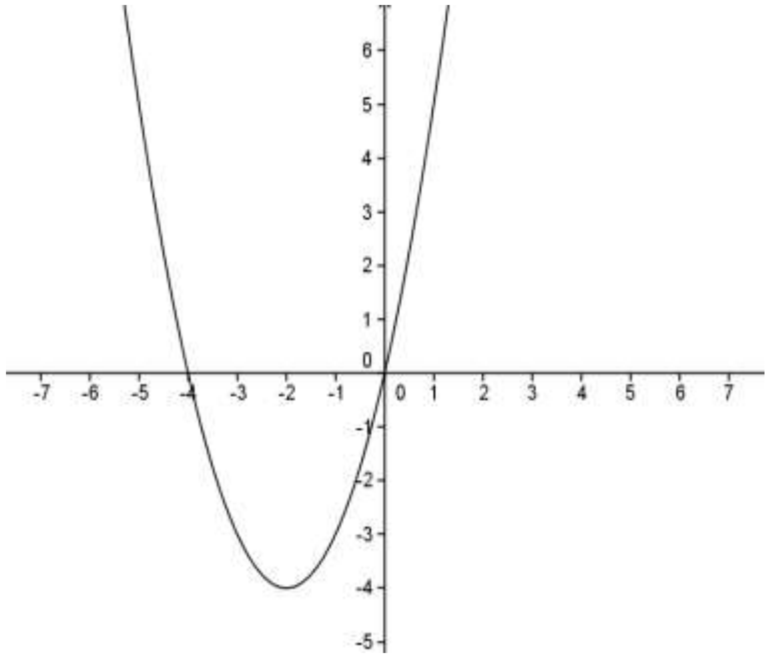


Construir, no plano cartesiano, o gráfico da função definida por $f(x) = - x^2 + 4x$:

Atribuindo valores para x:

$x = -2 \Rightarrow f(-2) = -(-2)^2 + 4.(-2) = -12$
$x = -1 \Rightarrow f(-1) = -(-1)^2 - 4(-1) = -3$
$x = \ \ 0 \Rightarrow f(0) = -0^2 - 4.0 = 0$
$x = \ \ 1 \Rightarrow f(1) = -1^2 - 4.1 = -5$
$x = \ \ 2 \Rightarrow f(2) = -2^2 - 4.2 = -12$

Temos os pontos (–2,–12),(–1,–3),(0,0),(1,–3) e (2,–12) que vamos colocar no cartesiano.



Na função do 2º Grau temos que:

O coeficiente a é quem determina a posição da parábola.

Se **a > 0** a parábola tem a concavidade voltada para cima.
Se **a < 0** a parábola tem a concavidade voltada para baixo.

O coeficiente c indica o ponto onde a parábola intersecta o eixo y, no ponto (0, c).

Além disso, a parábola intersecta o eixo x dependendo do valor de Δ da equação correspondente.

Temos então para:

$\Delta > 0$ duas raízes reais e diferente, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos.

$\Delta = 0$ duas raízes reais e iguais, a parábola intersecta o eixo x em um só ponto.
$\Delta < 0$ nenhuma raiz real, a parábola não intersecta o eixo x.

Exercício de fixação: Utilizar os exercícios do livro didático adotado para fixação dos conteúdos.

Vértice da parábola:

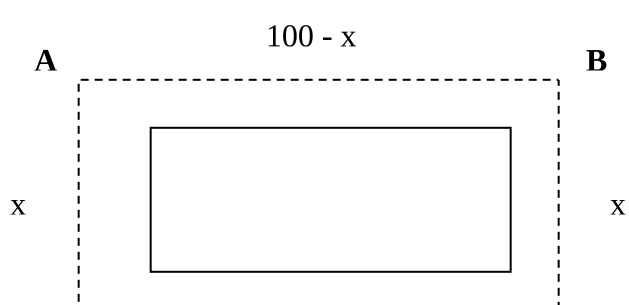
O vértice da parábola é o ponto extremo da função do 2º grau correspondente. Representado por $V = (x_v, y_v)$.

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$$

Quando **$a > 0$** (concavidade voltada para cima), $V = (x_v, y_v)$ é o **ponto mínimo** da funçõa e y_v é o valor mínimo. Se **$a < 0$** (concavidade voltada para baixo), $V = (x_v, y_v)$ é o **ponto máximo** da função e y_v é o valor máximo.

Retomando ao problema inicial temos :

Os diretores de um clube pretendem cercar uma quadra de basquete retangular e o espaço envolta dela com uma tela de alambrado. Tendo recebido 200 m de tela, eles desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com a tela para que a área seja a maior possível, pois assim haveria mais espaço para a torcida fora da quadra.



Área do terreno (100 – x). x = – x^2 + 100x
A área máxima procurada é o valor máximo da f(x) = – x^2 + 100x.
A área assume o valor máximo no vértice da parábola, logo:

$$x_V = -\frac{\mathbf{b}}{2\cdot\mathbf{a}} = -\frac{100}{2\cdot(-1)} = \frac{-100}{-2} = 50$$

As dimensões procuradas são 50m de largura e 50m de comprimento.

Imagem da função

Recordar aos alunos a definição de imagem.

Se **a > 0**
Im (f) = $\{\mathbf{y} \in \mathbf{IR} / \mathbf{y} \geq \mathbf{y_v}\}$

Se **a < 0**
Im (f) = $\{\mathbf{y} \in \mathbf{IR} / \mathbf{y} \leq \mathbf{y_v}\}$

Exercício de fixação: Utilizar os exercícios do livro didático adotado para fixação dos conteúdos.

Avaliação:

Tempo de duração: 200 minutos, 4 aulas de 50 minutos.

Usaremos termos distintos na avaliação durante o processo de ensino e aprendizagem modo a evidenciar diferentes propósitos da avaliação.

Faremos primeiro uma avaliação diagnóstica para analisar o domínio conceitual e procedimental dos alunos em relação à função do 2º grau. Esta avaliação será individual. Permitindo situar os alunos sobre nível de aprendizagem, permitindo introduzir as correções necessárias e redirecionar suas estratégias de ensino.

Faremos também uma avaliação de caráter mediador, permitindo aos alunos expressar suas idéias. Esta avaliação será em grupo, valorizando efetivamente a produção dos alunos.

Usaremos a resolução de exercícios em duplas a cada

e aplicação de uma avaliação individual

Bibliografia:

Roteiro de ação – Função polinomial do 2º Grau – Curso de Formação continuada. 3º Bimestre.

Uma Atividade Humana, ensino médio,Vol.1, 1º Ano / Adilson Longen – 1ª Edição – Curitiba – Base Editora, 2003.

Matemática, volume único / Luis Roberto Dante – 1ª Edição – São Paulo – Ática, 2005.

Matemática, ensino médio, volume único / Antônio Nicolau Youssef, Elizabeht Soares, Vicente Paz Fernandes – São Paulo – Scipione, 2005.