Formação Continuada em MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 1º ano – 3º Bimestre/ 2012

Plano de Trabalho

Trigonometria na Circunferência

Fonte: http://www.slideshare.net/DanielaMendes2/trabalho-de-matematica-1008 acessado em 08/09/12.

Tarefa 2

Cursista: *Conceição Aparecida Muniz Martins*

Tutora: *Anália Maria Ferreira Freitas*

Colégio de aplicação: C. E. Nicoláo Bastos Filho

Sumário

Fonte: http://www.anossaescola.com/cr/webquest_id.asp?questID=1769 acessado em 12/09/2012.

INTRODUÇÃO

A Trigonometria na Circunferência é um tema de Matemática que requer como pré-requisito o conceito de ângulo central, arcos da circunferência e medida de ângulos (em graus). Também é trabalhado neste assunto o conceito de fenômenos periódicos.

Esse plano de trabalho tem por objetivo trabalhar esse assunto de uma forma mais contextualizada e significativa para os alunos. Busca estabelecer uma relação entre a circunferência e vários acontecimentos que ocorrem periodicamente em nossas vidas como as fases da lua, o dia e a noite e muitos outros fenômenos periódicos.

Faz uso da poesia para introduzir um assunto e do Geogebra, um software de geometria dinâmica, para trabalhar de uma forma mais interativa na qual os alunos possam ser levados a construir seus próprios conceitos a respeito do assunto estudado e de uma forma mais significativa.

Enfim, o objetivo principal é a construção do conhecimento pelo próprio aluno. Para a totalização do plano de trabalho serão necessários 6 tempos de cinqüenta minutos (uma semana) pois este conteúdo é curto.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1: Conhecendo a circunferência trigonométrica

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Reconhecer a existência de fenômenos que se repetem de forma periódica. Identificar fenômenos periódicos em várias situações problemas. Relacionar a circunferência ao conceito de fenômeno periódico (**habilidade currículo mínimo**).

- **PRÉ-REQUISITOS:** Noção de Circunferência, arcos da circunferência, ângulo central e unidade de medida da circunferência em graus.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos (2 tempos de 50 minutos).

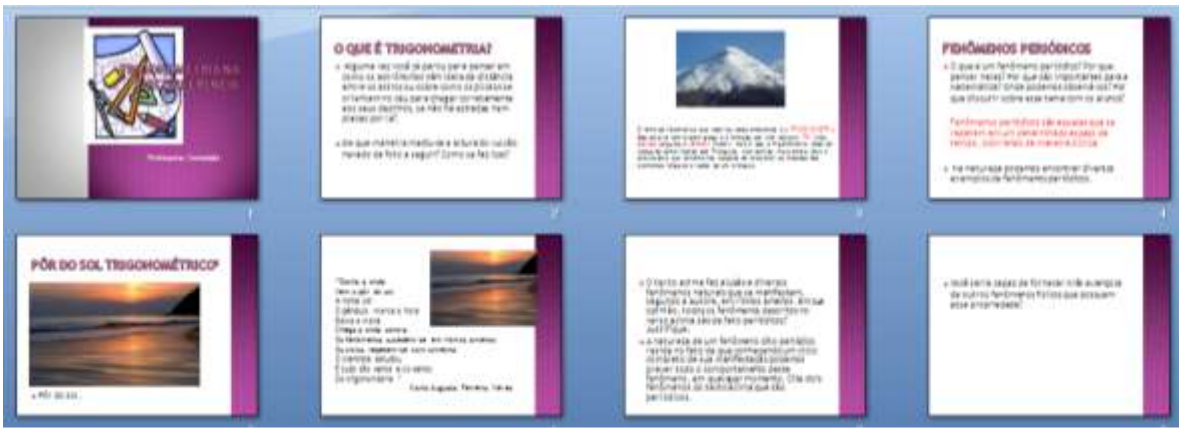
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Apresentação de slides, Notebook, software Geogebra e projetor multimídia.

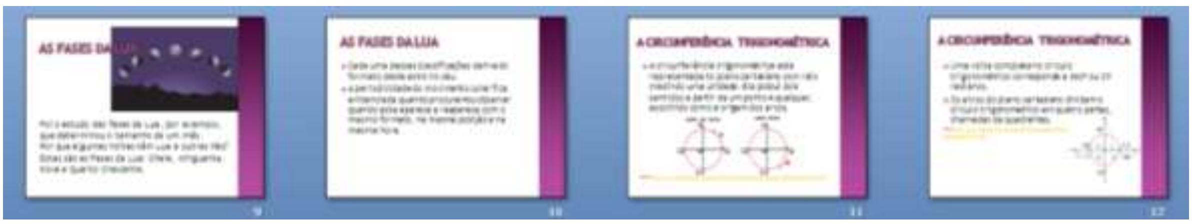
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Alunos dispostos em duplas.

- **OBJETIVOS:** Reconhecer os fenômenos periódicos e relacioná-los à circunferência; Identificar o grau como unidade de medida de ângulo e arco.

- **METODOLOGIA ADOTADA:**

  Iniciar a aula com uma apresentação de slides baseados nos roteiros de ação Trigonometria na Circunferência.





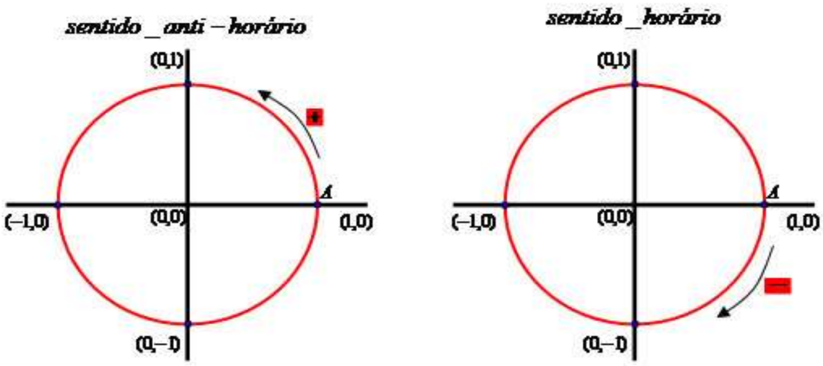
Depois das discussões propostas nos slides, vamos abrir o Geogebra e trabalhar o roteiro de ação 4, construindo a circunferência Trigonométrica. No decorrer da atividade, que será executada em sala de aula, usando o notebook do professor e um projetor multimídia, reforçarei o conceito de circunferência unitária, os pontos em que a circunferência toca os eixos das abscissas e ordenadas, o valor do ângulo central e sinais dos quadrantes movendo o ponto C e analisando os sinais das coordenadas de x e y na janela da Álgebra.

Em seguida, discutiremos as informações recebidas e depois da sistematização feita pelos alunos, será usada uma folha xerocada com conceitos de circunferência, ângulo central e medida de arcos da circunferência.

A circunferência Trigonométrica

A circunferência trigonométrica está representada no plano cartesiano com raio medindo uma unidade.

Ela possui dois sentidos: o anti-horário (positivo) e o horário (negativo) a partir de um ponto A qualquer, escolhido como origem dos arcos.



Fonte: http://www.slideshare.net/trigono_metria/trigonometria-radianos-graus acessado em 09/09/2012.

Uma volta completa no ciclo trigonométrico corresponde a 360º ou 2 π radianos.

Os eixos do plano cartesiano dividem o círculo trigonométrico em 4 partes chamadas de quadrantes.

Um arco é uma das partes da circunferência delimitada por dois pontos, inclusive.

A circunferência toca os eixos do plano cartesiano nos pontos (0,0), (0,1), (-1, 0) e (0, -1).Logo, o raio da circunferência vale um – circunferência unitária.

Um ângulo é uma figura formada por duas semi-retas de mesma origem.

O grau é a fração de 1/360 do círculo.

Tomando-se para unidade de arco aquele definido na circunferência por um ângulo central, temos que a medida de um arco de circunferência é igual à medida do ângulo central correspondente.

Depois serão realizadas algumas questões de fixação do livro didático Ciências, Linguagem e Tecnologia - Matemática 2º ano Ed. scipione do autor: Jackson Ribeiro, relativas ao assunto abordado na aula.

- **AVALIAÇÃO:**

Será realizada no decorrer da execução desta atividade, desde o início através de observação das respostas dos alunos ao que é proposto nos slides até a sistematização depois do Geogebra. Também serão avaliados durante a execução das atividades de fixação.

Espera-se que os alunos entendam os conceitos discutidos nesta aula, pois estes serão pré-requisito para o próximo assunto tratado na aula seguinte.

Atividade 2: Identificando o Radiano como medida de um arco

- **HABILIDADE RELACIONADA: H21** Transformar grau em radiano ou vice-versa. **C1** - Converter em graus a medida de um arco dado em radianos, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária. **C2** - Converter em radianos a medida de um arco dado em graus, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária.

- **PRÉ-REQUISITOS:** Arcos da circunferência, ângulo central e unidade de medida da circunferência em graus.

- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos (2 tempos de 50 minutos).

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Livro didático e Áudio O que é Radiano? Programa que palavra é essa (mais- Recursos educacionais)**,** notebook, software Geogebra, projetor multimídia e roteiro de ação 3:O que é mesmo esse tal radiano?**.**

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Alunos dispostos em duplas.

- **OBJETIVOS:** Identificar o radiano como unidade de medida de arco. Transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.

- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Iniciar a aula com o Áudio: O que é Radiano?Programa: que palavra é essa**,** disponível na midiateca do curso de acompanhamento que será passado com o auxílio do notebook do professor e data show.

Para medir ângulos e arco de circunferência utilizamos o grau como unidade de medida. Hoje conhecemos uma nova unidade de medida que irá facilitar alguns cálculos, o radiano.

Em seguida utilizar o Geogebra para a realização do roteiro de ação 3 – O que é mesmo esse tal radiano?!/!

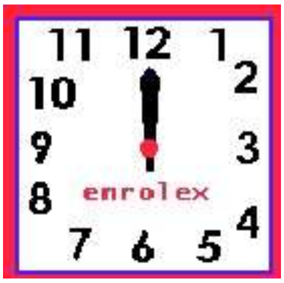
Para fixar e facilitar a sistematização dos alunos seguiremos para o vídeo do YouTube : Definição de **radianos** - Convertendo de **graus** para **radianos** e de

radianos ... disponível em www.youtube.com/watch?v=r72XHiJD2Cg - 192k acessado em 09/09/2012

Exercícios de fixação:

Questão 1: **Descritor H 21 C1 e C2**

Qual é a medida do ângulo que o ponteiro das horas de um relógio descreve em um minuto? Calcule o ângulo em graus e em radianos



Radianos: É a medida de um arco de uma volta que corresponde a 2 rad., isto é, 2 rad = 360 graus.

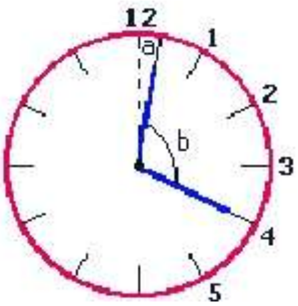
Solução:

O ponteiro das horas percorre em cada hora um ângulo de 30graus, que corresponde a 360/12 graus. Como 1 hora possui 60minutos, então o ângulo percorrido é igual a a = 0,5 graus, que é obtido pela regra de três:

60 min ………………… 30 graus
1 min ………………… a graus

Convertemos agora a medida do ângulo para radianos, para obter $a = 2\pi/360$ rad, através da regra de três:
180 graus …………………π rad
0,5 graus ………………… a rad

Questão 2: **Descritor H21 C1**
Calcular o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio que marca 12h e 20minutos.



Solução:

O ponteiro das horas percorre em cada hora um ângulo de 360/12 graus = 30 graus.
Em vinte minutos ele percorre o ângulo a
60 min ………… 30 graus
20 min …………… a graus

A regra de três fornece a=10 graus.

Logo o ângulo formado entre os números 12 e 4 é de 120 graus, então o ângulo b entre os ponteiros é 120-10=110 graus.

Questão 3: **Descritor – H21 C1 e C2**

Em um jogo de futebol, um jogador percorreu 1/4 do círculo do meio de campo com a bola, correndo sobre a linha que forma uma circunferência no meio campo. Qual é a medida do arco percorrido pelo jogador em graus e em radianos, respectivamente.

a) 90º e π/2 rad X

b) π /2 rad e 90º

c) 180º e π rad

d) 2 π rad e 360º

Solução:

Dividir a medida da circunferência (360º) por 4 achar ¼ desta e depois converter 90º em radianos.

Questão 4: **Descritor – H21 C1 e C2**

I – Expresse a medida em radianos de cada item abaixo:

a) 30º

Solução: π/6 rad

b) 72º

Solução:2 π/5 rad

c) 245º

Solução: 49π/36 rad

d) 320º

Solução: 16π/9 rad

e) 96º

Solução: 8π/15 rad

II - Expresse a medida em radianos de cada item abaixo:

a) π/5 rad

Solução:36º

b) $\frac{4\pi}{9} rad$

Solução:80º

c) $\frac{89\pi}{100} rad$

Solução:160º 12’

Agora, escrevam mais dois itens diferentes dos apresentados e peçam a outro grupo que expressem as medidas em graus. Depois verifiquem se as resoluções estão corretas.

- **AVALIAÇÃO:**

  Nesta atividade os alunos serão avaliados no decorrer das construções no Geogebra, através de suas observações no decorrer de todas as atividades. Também serão avaliados ao resolverem os exercícios de fixação propostos. Será verificado se os mesmos conseguiram converter grau em radiano e vice versa conforme descritor H21 C1 e C2.

Atividade 3: Arcos côngruos

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Identificar arcos côngruos a um dado arco dado. Escrever e compreender a expressão geral dos arcos côngruos.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Arcos e ângulos na circunferência; unidade de medida de arcos e ângulos (graus e radiano); ciclo trigonométrico.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Notebook, software Geogebra, projetor multimídia e folhas de atividades do roteiro 5 adaptadas**.**
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Alunos dispostos em trios.
- **OBJETIVOS:** Identificar arcos côngruos a um dado arco dado. Escrever e compreender a expressão geral dos arcos côngruos.
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

  Já aprendemos nas atividades anteriores que a unidade de medida dos arcos e ângulos da circunferência é o **grau** e o **radiano**.
  Também que a circunferência possui dois sentidos: o **horário** (negativo) e o **anti-horário** (positivo).
  E que esta representa um fenômeno periódico.

Mas como será que podemos representar arcos com mais de 360º?

Vamos assistir a um vídeo para conhecermos arcos que enquadram nesta situação:

Vídeo: Ângulos **côngruos** ou congruentes - YouTube
16 abr. 2010 **...** Um pouco sobre ângulos ou **arcos côngruos** ou congruentes, que são ângulos que determinam o mesmo ponto na circunferência **...**
www.youtube.com/watch?v=sf_lnSL6m38 - 170k - Páginas semelhantes , acessado em 13/09/2012.

Após o vídeo utilizar o roteiro de ação 5 – Arcos Côngruos: o que é isso?

Depois da atividade escrever com os alunos uma ficha sobre o conteúdo estudado.

Arcos Côngruos

Dois arcos são côngruos quando possuem a mesma origem e a mesma extremidade.

Uma regra prática eficiente para determinar se dois arcos são côngruos consiste em verificar se a diferença entre eles é um número divisível ou múltiplo de 360º, isto é, a diferença entre as medidas dos arcos dividida por 360º precisa ter resto igual a zero.

Expressão geral para arcos côngruos

Considere que os arcos α e β sejam côngruos (ou congruentes), de modo que α seja a menor determinação β, ou seja, $0 \leq \alpha \leq 360°$. Assim, podemos escrever β em função de α: $\beta = \alpha + k.360°$, se $k \in Z$ ou $\beta = \alpha + k.2\pi$, se $k \in Z$.

Note que:

- Se $k = 0$, então $\beta = \alpha$.

- Se $k > 0$, então $\beta = \alpha + k.360°$, se $k \in Z_+$. Logo, a rotação do ângulo β foi feita no sentido trigonométrico (anti-horário). *Ex: 400º = 40º + 1 . 360º.*

- Se $k < 0$, $\beta = \alpha + k.360°$, se $k \in Z_-$. Logo, a rotação do ângulo β foi feita no sentido "negativo", o sentido horário, por convenção. *Ex: -400º = -40º + (-1) . 360º.*

Exercícios de fixação:

Questão 1:

Para rosquear completamente certo parafuso é necessário que ele gire 4365º. Caso seja utilizada uma chave para a realização dessa tarefa, qual será a diferença, em graus, entre a posição inicial da chave e sua posição ao término de rosquear o parafuso?

Solução:

Determinamos a diferença entre a posição inicial e final da chave, calculando a primeira determinação de 4365º.

4365º = 45º + 12. 360º

Portanto, a diferença será de 45º.

Questão 2:

Dois arcos trigonométricos são côngruos se, e somente se, tiverem a mesma extremidade. Qual das medidas abaixo é um arco côngruo ao arco trigonométrico de π/7 rad.?

a) $\frac{22\pi}{7} rad$
b) $\frac{6\pi}{7} rad$
c) $\frac{8\pi}{7} rad$
d) $\frac{29\pi}{7} rad$
e) $\frac{13\pi}{7} rad$

Solução:
$\frac{29\pi}{7} rad = \frac{\pi}{7} + 2.\ 2\pi$

Questão 3:

Durante certo período de tempo, um carro de corrida percorreu 45/6 de volta em uma pista circular de raio r, tendo que parar por problemas mecânicos.

a) Calcule o ângulo do arco que representa todo o trajeto percorrido pelo carro.
b) Determine, em graus, a medida do menor ângulo cujo arco possui extremidades no ponto de partida e no ponto em que o carro parou.

c) Quantas voltas a mais o carro deve ter percorrer para que o arco em todo o percurso seja igual a 3780º?

Solução:

a) $45/6 = 7\frac{1}{2}$

7 . 360º + ½. 360º = 2520º + 180º= 2700º

b) Como são 7 voltas completas mais meia volta, o menor arco é 180º

c)3780º - 2700º = 1080º

1080º = 3 . 360º

Portanto, 3 voltas a mais.

- **AVALIAÇÃO:**

Os alunos serão avaliados durante toda a atividade, através de suas indagações e também durante a resolução dos exercícios propostos.

Referências Bibliográficas

RIBEIRO, J. **Ciência, Linguagem e Tecnologia** – **Matemática –** São Paulo**:** editora scipione, 2012.

ROTEIROS DE AÇÃO – **Trigonometria na Circunferência – Curso de Aperfeiçoamento** oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012 – disponível em HTTP://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 09/09/2012.

Endereços eletrônicos acessados de 09/09/2012 a 17/09/2012, citados ao longo do Plano de Trabalho

[1] CARVALHO, B; ALMEIDA J; CEZAR, J; QUEIROZ, R &OLIVEIRA, R. **Trigonometria** http://www.slideshare.net/DanielaMendes2/trabalho-dematematica-1008 acessado em 08/09/12.

[2] **Trigonometria,** disponível em http://www.anossaescola.com/cr/webquest_id.asp?questID=1769 acessado em 12/09/2012.

[3]**Radiano – Mais-Recursos,** disponível em http://www.mais.mat.br/wiki/Radiano acessado em 10/09/2012.

[4] **Trigonometria radianos graus,** disponível em http://www.slideshare.net/trigono_metria/trigonometria-radianos-graus acessado em 09/09/2012**.**

[5] **Trigonometria: Exercícios sobre o círculo trigonométrico,** disponível em http://pt.scribd.com/doc/2972301/Matematica-Exercicios-Resolvidos-Trigonometria-Arcos acessado em 09/09/2012.

[6] Ângulos **côngruos** ou congruentes - YouTube disponível em www.youtube.com/watch?v=sf_lnSL6m38 acessado em 13/09/2012.

[7] MIRANDA, D. **O Radiano,** disponível em http://www.brasilescola.com/matematica/o-radiano.htm acessado em 09/09/2012.

[8] NOÉ, M**. Arcos com Mais de uma Volta,** disponível em http://www.brasilescola.com/matematica/arcos-mais-de-uma-volta.htm acessado em 16/09/2012.

[9] **Arcos Côngruos -** Portal Professor / Arcos CÔNGRUOS – 2009, disponível em www.cap.ufrj.br/matematica acessado em 16/09/2012.