

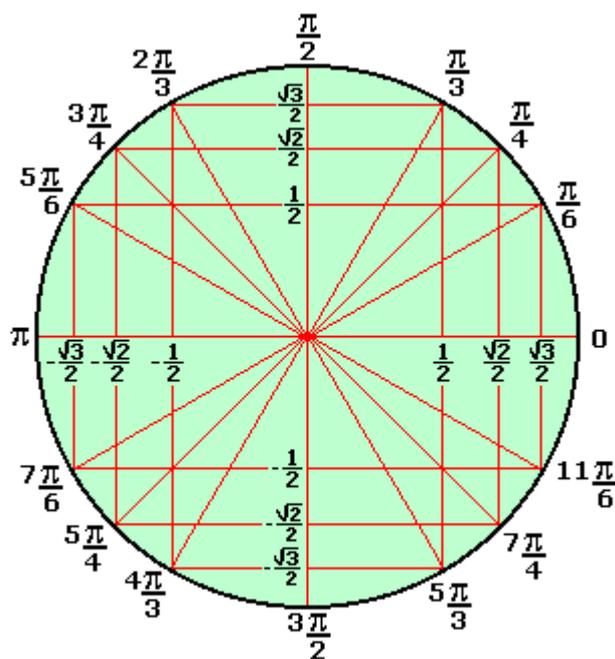
Formação Continuada em MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ / Consórcio CEDERJ

Matemática 1º Ano - 3º Bimestre / 2012

PLANO DE TRABALHO

Trigonometria na Circunferência



Tarefa 2

Cursista: Mariane Ribeiro do Nascimento

Tutora: Elisiane Aparecida Nunes Silva

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 03

DESENVOLVIMENTO. 04

AVALIAÇÃO. 22

FONTES DE PESQUISA 23

INTRODUÇÃO

O objetivo deste plano de trabalho é ajudar o aluno a construir, desenvolver e aplicar ideias e conceitos da trigonometria, sempre compreendendo e atribuindo significados ao que está fazendo, buscando relacionar a aplicação dos conceitos à sua vida cotidiana.

Transmitir o conhecimento sobre o conteúdo denominado Trigonometria na Circunferência fazendo com que os alunos através dos recursos utilizados construa o seu próprio conhecimento e enriqueçam sua "bagagem" através de exercícios práticos.

O assunto exige conhecimentos sobre outros conteúdos, então é necessário revisar alguns temas como frações, ângulos, elementos de uma circunferência, etc. Para totalização do plano serão necessários 10 tempos de 50 minutos para desenvolvimento dos conteúdos mais 4 para avaliação de aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1

HABILIDADE RELACIONADA: Reconhecer a existência de fenômenos que se repetem de forma periódica

PRÉ-REQUISITOS: Não há

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 min

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Laboratório de Informática, Retro projetor, folha-resumo.

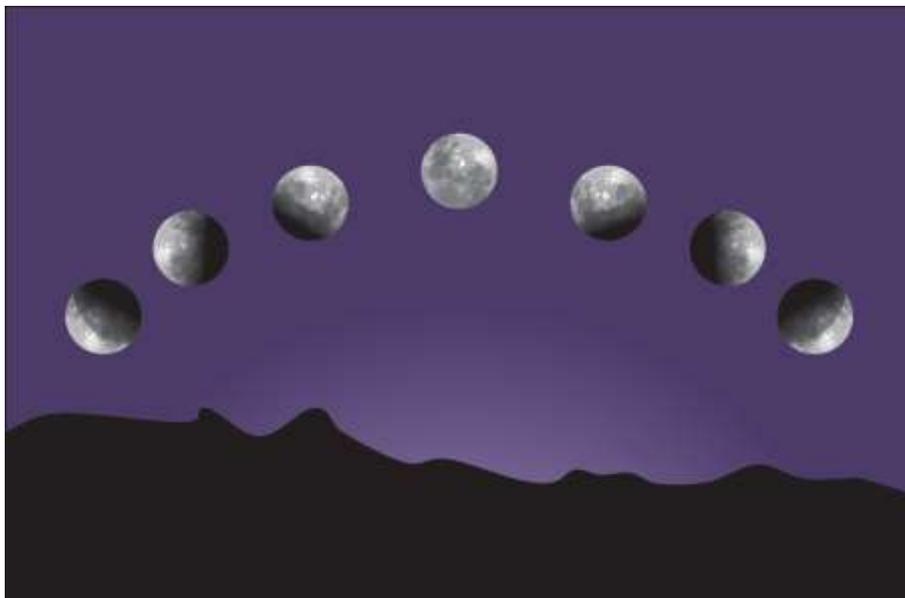
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: grupo com 2 ou 3 alunos

OBJETIVOS: Reconhecer fenômenos periódicos em situações do dia a dia e perceber que a Matemática está ligada a outras disciplinas e vice-versa.

METODOLOGIA:

Assistiremos, inicialmente, o vídeo sobre as fases da lua para que possamos identificar o que é um fenômeno periódico. Em seguida, será solicitado exemplos desses fenômenos encontrados no dia a dia.

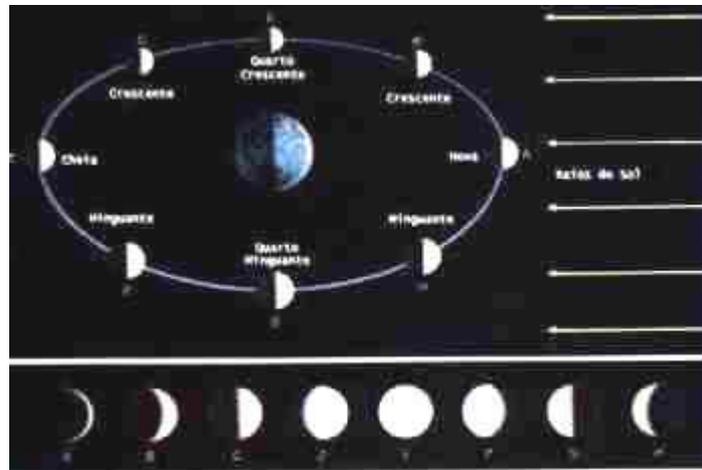
FENÔMENOS PERIÓDICOS



Chamamos de um fenômeno periódico aquele que se repete sempre após o mesmo intervalo de tempo. Um exemplo mais simples de fenômeno periódico é o dia. O movimento do Sol que aparece pela manhã se por no fim da tarde até novamente aparecer de novo, determina o que chamamos dia.

Os fenômenos periódicos podem ser muito úteis para medir a passagem do tempo. Os corpos celestes foram muito importantes por que, entre eles, há diversos que executam um movimento periódico que podem ser percebidos por nós e por isto foram utilizados para construir o nosso calendário. Estando na Terra, como nós estamos, e olhando para o céu nós podemos perceber

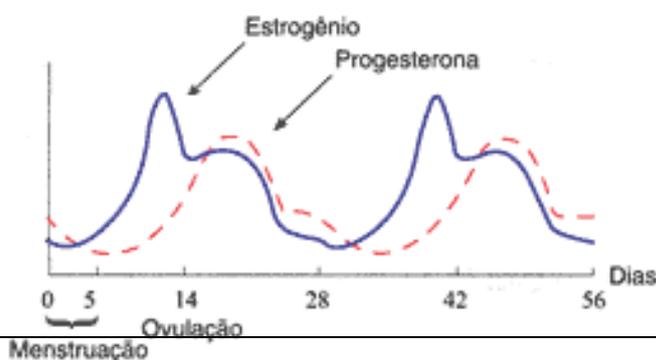
muitos movimentos periódicos. Os mais fáceis de observar são os movimentos do Sol e da Lua.



Muitos fenômenos ou situações que estão presentes no nosso dia a dia são periódicos, isto é, de tempos em tempos se repetem, e um outro exemplo que colabora são as fases da Lua, a cada 28 dias se repetem (período – 28 dias) – (4 fases – nova, crescente, cheia e minguante – que duram sete dias cada uma $4 \times 7 = 28$ dias).

Exemplos de outros fenômenos:

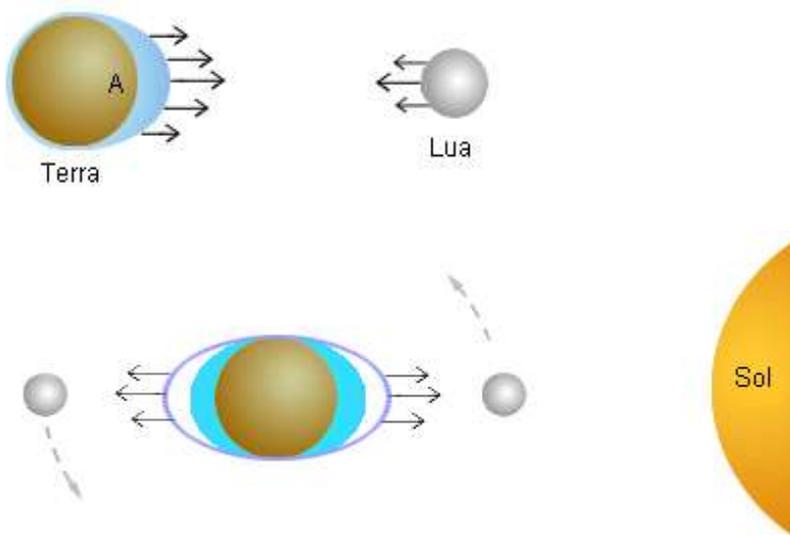
O ciclo menstrual das mulheres. As diversas fases são determinadas pela quantidade de vários hormônios no corpo. A figura ao lado mostra os níveis dos hormônios estrógeno e progesterona durante os ciclos.



Note que o nível dos hormônios em função do tempo é periódico.

O fenômeno das Marés

A conjugação da atração gravitacional entre os corpos do sistema Terra-lua-sol e rotação da Terra em torno de seu eixo são os principais fatores responsáveis pela ocorrência do fenômeno das marés, no qual as águas do mar atingem limites máximos e mínimos com determinada regularidade. As atrações gravitacionais do Sol e da Lua sobre a Terra causam, em geral, duas marés altas por dias em cada ponto da Terra, separadas por cerca de 12 hora. De fato, se for observada uma maré alta às 10 horas da manhã, por.ex., a próxima maré ocorrerá por volta de 22h12, ou seja, cerca de 12 min. além das 12 horas de diferença.



Pôr do Sol Trigonométrico¹



Pôr do sol.

Oscila a onda
Baixa a maré
Vem o pôr do sol
A noite cai
O pêndulo marca a hora
Chega a onda sonora
Os fenômenos sucedem-se em ritmos amenos
Os ciclos repetem-se com simetria
O cientista estudou
E tudo são senos e co-senos
Da trigonometria

Maria Augusta Ferreira Neves

ATIVIDADE 2

HABILIDADE RELACIONADA: H21 Transformar grau em radiano ou vice-versa.

PRÉ-REQUISITOS: Identificação de um ângulo, fração, elementos de uma circunferência, regra de três simples

TEMPO DE DURAÇÃO: 200 min

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Laboratório de Informática, Retro projetor, folha-resumo, livro didático, caneta e quadro

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: grupo com 2 ou 3 alunos

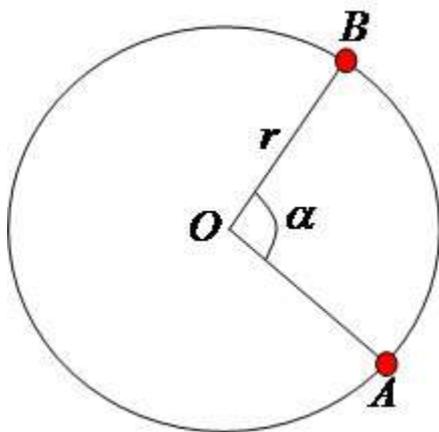
OBJETIVOS: Trabalhar com conversão de unidades, uma fração de um todo, comprimento de uma arco de circunferência;

METODOLOGIA:

Iniciaremos a aula com o vídeo do Telecurso 2000 nº 44 para que eles possam recordar sobre os elementos de uma circunferência: raio, diâmetro, corda e arco. Após isso, iremos abordar os tópicos descritos abaixo.

Arco e Ângulos

Dada uma circunferência qualquer de centro O e raio r , iremos marcar dois pontos A e B , os quais dividirão a circunferência em duas partes denominadas de arco de circunferência. Os pontos A e B são os extremos dos arcos. Caso as extremidades sejam coincidentes, temos um arco com uma volta completa. Observe a ilustração a seguir:



Nela podemos notar a existência do arco AB e de um ângulo central representado por α . Para cada arco existente na circunferência temos um ângulo central correspondente, ou seja: **$med(\widehat{AOB}) = med(\widehat{AB})$** . Portanto, o comprimento de um arco depende do valor do ângulo central.

Na medição de arcos e ângulos usamos duas unidades: o grau e o radiano.

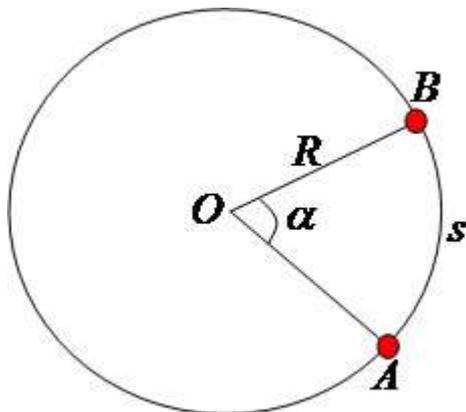
Medidas em Grau

Sabemos que uma volta completa na circunferência

corresponde a 360° , se a dividirmos em 360 arcos teremos arcos unitários medindo 1° grau. Dessa forma, enfatizamos que a circunferência é simplesmente um arco de 360° com o ângulo central medindo uma volta completa ou 360° . Também podemos dividir o arco de 1° grau em 60 arcos de medidas unitárias iguais a $1'$ (arco de um minuto). Da mesma forma podemos dividir o arco de $1'$ em 60 arcos de medidas unitárias iguais a $1''$ (arco de um segundo).

Medidas em Radianos

Dada uma circunferência de centro O e raio R , com um arco de comprimento s e α o ângulo central do arco, vamos determinar a medida do arco em radianos de acordo com a figura a seguir:



Dizemos que o arco mede um radiano se o comprimento do arco for igual à medida do raio da circunferência. Assim, para sabermos a medida de um arco em radianos, devemos calcular quantos raios da circunferência são precisos para se ter o comprimento do arco. Portanto:

$$\alpha = \frac{s}{R}$$

Com base nessa fórmula podemos expressar outra fórmula para determinar o comprimento de um arco de circunferência:

$$s = \alpha * R$$

De acordo com as relações entre as medidas em grau e radiano de arcos, vamos destacar uma regra de três capaz de converter as medidas dos arcos. Veja:

$$360^\circ \rightarrow 2\pi \text{ radianos (aproximadamente } 6,28)$$

$$180^\circ \rightarrow \pi \text{ radiano (aproximadamente } 3,14)$$

$$90^\circ \rightarrow \pi/2 \text{ radiano (aproximadamente } 1,57)$$

$$45^\circ \rightarrow \pi/4 \text{ radiano (aproximadamente } 0,785)$$

medida em graus	medida em radianos
x	α
180	π

Exemplos de conversões:

a) 270° em radianos

$$\frac{270^\circ}{180^\circ} = \frac{\alpha}{\pi}$$

$$180\alpha = 270\pi$$

$$\alpha = \frac{270\pi}{180}$$

$$\alpha = \frac{3\pi}{2}$$

b) $5\pi/12$ em graus

$$\frac{x}{180^\circ} = \frac{5\pi}{12}$$

$$\pi * x = \frac{180 * 5\pi}{12}$$

$$x = \frac{900\pi}{12\pi}$$

$$\alpha = 75^\circ$$

EXERCÍCIOS

1- Um atleta percorre $1/3$ de uma pista circular, correndo sobre uma única raia. Qual é a medida do arco percorrido em graus? E em radianos?

- a) 120° e $2\pi/3$
- b) 150° e $5\pi/6$
- c) 120° e $3\pi/2$
- d) 150° e $6\pi/5$

2- Um aluno chega à escola empurrando sua bicicleta, que teve o pneu furado em dois pontos distintos de uma das rodas, formando um arco de circunferência de comprimento

igual a $\frac{2}{5}$ da circunferência. Expresse em graus e em radianos a medida desse arco.

- a) 144° e $\frac{4}{5}\pi$ rad
- b) 72° e $\frac{4}{5}\pi$ rad
- c) 144° e $\frac{8}{5}\pi$ rad
- d) 72° e $\frac{4}{5}\pi$ rad

3- Determine, em graus e radianos, o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio, sabendo que neste está marcando 21h e 10 min.

- a) 140° e $\frac{7}{9}\pi$ rad
- b) 145° e $\frac{4}{5}\pi$ rad
- c) 150° e $\frac{5}{6}\pi$ rad
- d) 215° e $\frac{43}{36}\pi$ rad
- e) 105° e $\frac{7}{12}\pi$ rad

4- Uma pista circular tem 25 m de raio. Quantos metros percorrem uma pessoa que dá 20 voltas em torno dessa pista?

- A) 314 m
- B) 500 m

C)1570 m

D)3140 m

5- Um arco de circunferência mede 30 cm e o raio da circunferência mede 10 cm. Calcule a medida do arco em radianos.

6- Um veículo percorre uma pista circular de 300m, com velocidade constante de 10 m/s, durante 1 minuto. Dentre os valores abaixo, o mais próximo da medida, em graus, do arco percorrido, é:

a) 90°

b) 115°

c) 145°

d) 175°

e) 170°

Utilizar exercícios do livro didático para fixação da aprendizagem e desenvolvimento da capacidade de interpretação de enunciados e do raciocínio lógico.

ATIVIDADE 3

HABILIDADE RELACIONADA: H21 Transformar grau em radiano ou vice-versa.

PRÉ-REQUISITOS: Conhecer os elementos de um a circunferência, retas e segmentos de retas.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 min

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Laboratório de Informática, Retro projetor, livro didático, quadro e caneta

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: grupo de 2 ou 3 alunos

OBJETIVOS: Utilizar recursos tecnológicos para que possam construir seu aprendizado

METODOLOGIA:

Iniciaremos a aula assistindo o vídeo (Construção do círculo trigonométrico) para que os próprios alunos possam construir o círculo trigonométrico com o auxílio do software GEOGEBRA seguindo passo a passo. Em seguida, trabalharemos com exercícios.

Utilizar exercícios do livro didático para fixação da aprendizagem e desenvolvimento da capacidade de interpretação de enunciados e do raciocínio lógico

ATIVIDADE 4

HABILIDADE RELACIONADA: H21 Transformar grau em radiano ou vice-versa.

PRÉ-REQUISITOS: Conversão de unidades (grau para radiano e vice-versa)

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 min

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Laboratório de Informática, Retro projetor, folha-resumo, livro didático, quadro e caneta

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: grupo de 2 ou 3 alunos

OBJETIVOS: Localização de arcos e identificação de arcos côngruos

METODOLOGIA:

Iniciaremos a aula com o vídeo (Quadrante) e em seguida abordaremos os tópicos abaixo.

Arcos Côngruos

Dois arcos são congruentes ou côngruos, quando possuem a mesma extremidade. Convém trabalharmos com arcos da 1ª volta , do sentido positivo. Caso isso não ocorra, como por exemplo com 480° , determinamos o seu côngruo da 1ª volta positiva.

Uma forma mais simples de obtermos esse resultado é dividir 480° por 360° para extrair o número de voltas. O resto da divisão é a medida do arco de mesma extremidade:

$480^\circ: 360^\circ = 1$ (número de voltas) e resto 120° (medida do arco de mesma extremidade)

$$480^\circ = 1 \cdot 360^\circ + 120^\circ$$

Para medidas negativas, esse procedimento nos leva o arco cômruo da 1ª "volta negativa". Daí, basta somarmos 360° para chegarmos à 1ª "volta positiva".

EXPRESSÃO GERAL DOS ARCOS CÔNGRUOS

- **Graus:** $x = x_0 + 360^\circ \cdot k$, onde $k \in \mathbb{Z}$ e $0^\circ \leq x_0 < 360^\circ$
- **Radianos:** $x = x_0 + k \cdot 2\pi$, onde $k \in \mathbb{Z}$ e $0 \leq x_0 < 2\pi$

Em ambos os casos, x_0 é denominado *primeira determinação positiva* e k é o *número de voltas*.

Exemplo:

(UFPA) A menor determinação positiva de um arco de 1000° é:

- a) 270°
- b) 280°
- c) 290°
- d) 300°
- e) 310°

Solução:

Dividindo 1000 por 360 obtemos quociente igual a 2 e resto igual a 280. Assim, podemos escrever:

$$1000^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 280^\circ$$

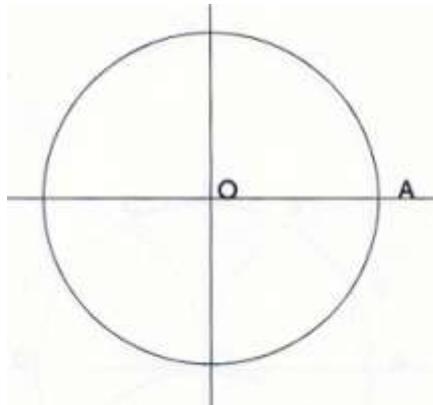
ou

$$1000^\circ = 280^\circ + 2 \cdot 360^\circ$$

Neste caso, $x_0 = 280^\circ$. Portanto, letra b.

EXERCÍCIOS

1- Localize sobre esta circunferência as extremidades dos seguintes arcos:



- a) $\pi/3$ rad
- b) -120°
- c) π rad
- d) $-4\pi/3$ rad
- e) $4\pi/3$ rad
- f) 330°
- g) $3\pi/4$ rad
- h) -45°
- i) $7\pi/4$ rad

2- Em qual quadrante está a extremidade de um arco de:

a) 2890°

b) $- 2350^\circ$

c) $80 \pi/3 \text{ rad}$

3- Um móvel, partindo da origem dos arcos, percorreu um arco de $- 3250^\circ$. Quantas voltas completas ele deu e em qual quadrante parou ?

4- Verifique se são côngruos os seguintes pares de arcos:

a) 1850° e $- 670^\circ$

b) $19 \pi /3$ e $25 \pi /3$

5 - Calcule a 1ª determinação positiva e escreva a expressão geral dos arcos côngruos a :

a) 930°

b) 1550°

c) $- 3010^\circ$

d) $- 1970^\circ$

e) $23 \pi/6 \text{ rad}$

f) $13 \pi/2 \text{ rad}$

g) $17\pi/3$ rad

6- Determinar o quadrante a que pertence a extremidade

P:

a) do arco de 36°

b) do arco de 135°

c) do arco de 220°

d) do arco de $11/3\pi$ rad

e) do arco de 480°

f) do arco de -110°

g) do arco de $3/4\pi$ rad

Utilizar exercícios do livro didático para fixação da aprendizagem e desenvolvimento da capacidade de interpretação de enunciados e do raciocínio lógico

AVALIAÇÃO

A avaliação envolve o aluno e o professor e deve ser realizada de maneira que ambos podem avaliar o quanto desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados.

No decorrer do desenvolvimento das atividades, o professor poderá analisar até que ponto os alunos integraram e deram sentido às informações, através de exemplos de fenômenos periódicos, da Construção do Círculo Trigonométrico e dos Exercícios de Fixação realizados ao longo das aulas.

Aplicação de uma avaliação individual (100 minutos) para investigar a capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico para resolver problemas do cotidiano.

FONTES DE PESQUISAS

- BARRETO FILHO, Benigno, XAVIER, Cláudio. Matemática aula por aula. Volume 1. São Paulo: FTD, 2003.
- IEZZI, Gelson. Fundamentos de Matemática Elementar. Volume 3. São Paulo: Atual Editora, 2002.
- ROTEIROS DE AÇÃO – Trigonometria na Circunferência – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012 –
[http://projetoseeduc.cecierj.edu.br /](http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/)
- TELE AULAS – TELECURSO 2000
<http://www.youtube.com/watch?v=If6GRZpVEKY&feature=related>
<http://www.youtube.com/watch?v=4e3bFW9z9vU>
<http://www.youtube.com/watch?v=LajrmJ6fJpY>