FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática 9º Ano – 3º Bimestre/2012

Avaliação da execução do Plano de trabalho 2

(Razões trigonométricas no triângulo retângulo, Circunferência e círculo)

Tarefa 4

Cursista: **INGRID CARLOS GOMES**

Tutor: **EMILIO RUBEM BATISTA JUNIOR**

Pontos Positivos :

- Proporcionou aos alunos a capacidade de interpretar e calcular problemas envolvendo as relações seno, cosseno e tangente.
- Permitiu aos alunos a possibilidade de compreender o conceito de razão trigonométrica a partir da semelhança de triângulos, calcular o valor do seno, cosseno e tangente dos ângulos agudos de um triângulo retângulo.
- A turma interagiu bastante.
- A compreensão do conteúdo concebível perante o aluno.

Pontos Negativos :

- A falta de base de alguns alunos em compreender o conteúdo.

Alterações :

- Em antes de introduzir o conteúdo de Razões trigonométricas no triângulo retângulo, Circunferência e círculo; expliquei a turma as classificações de triângulos (acutângulo, obtusângulo e retângulo) e os tipos de ângulos (agudo, obtuso e reto), pois alguns alunos da turma não conseguiam identificar um triângulo retângulo.

Impressão dos alunos:

Inicialmente os alunos acharam o conteúdo de Razões trigonométricas muito complicado, mas após alguns exemplos de exercícios com a aplicabilidade, eles se situaram ao assunto. Os mesmos questionaram os valores atribuídos com muitas casas decimais na tabela trigonométrica a seno, cosseno e tangente. Depois que afirmei que não utilizamos todas aquelas casas decimais, que os ângulos mais utilizados são os de 30º, 45ºe 60º e que constam em uma pequena tabela, eles apresentaram mais entusiasmo.

Já o conteúdo de Circunferência e círculo eles tiveram bastante facilidade em compreender, pediram para resolver exercícios no quadro e apresentaram vários exemplos na sala sobre o assunto.

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho permitiu aos alunos a compreensão que as relações trigonométricas estão ligadas no cálculo de distâncias que não podiam ser medidas por aparelhos; permitiu a compreensão da aplicação dos cálculos trigonométricos nas construções de obras ocorridas na sociedade tais como: pontes, edifícios, estradas, demarcação de terras, alturas etc. Capacitou também aos alunos interpretar e calcular problemas significativos envolvendo as relações seno, cosseno e tangente.

A trigonometria é uma ferramenta importante para a resolução de problemas que envolvem grandes distâncias, como os de engenharia, navegação, astronomia, etc. A figura básica usada na trigonometria é o triângulo. Já Círculo é uma figura geométrica bastante comum no nosso dia-a-dia, tais como a superfície de uma moeda, de uma pizza ou de um disco. Quando riscamos o contorno do círculo no papel ou no chão, este contorno é chamado de Circunferência.

As metodologias e atividades utilizadas com alunos teve como intuito desenvolver as habilidades e competências de os alunos compreender o conceito de razão trigonométrica a partir da semelhança de triângulos, calcular o valor do seno, co-seno e tangente dos ângulos agudos de um triângulo retângulo, utilizar as razões trigonométricas para resolver problemas do cotidiano,

reconhecer e diferenciar círculo e circunferência, identificando seus elementos e identificar o número (pi).

Informe a importância dos cálculos trigonométricos na construção de edifícios, estradas, demarcações de terras, distância entre planetas e astros, altura de edifícios, construção de pontes entre outros.

---

http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/objetivos-no-estudo-trigonometria.htm

Metodologias

As aulas foram desenvolvidas com destaque nas aprendizagens significativas, explorou o conteúdo com exemplos envolvendo aplicações e exercícios de reflexão. Foram apresentados exemplos de situações-problemas do cotidiano relacionado ao conceito de Razões trigonométricas no triângulo retângulo, Circunferência e círculo. Buscou por meio dos exercícios de reflexão treinar o aluno a pensar logicamente, expressar e fundamentar as aplicações dos conceitos, formulando reflexões sobre situações que possa vir a se deparar.

Etapas das aulas

1º Momento

Tema: Razões trigonométricas no triângulo retângulo.

_ Habilidades e competências:

- Compreender o conceito de razão trigonométrica a partir da semelhança de triângulos.

- Calcular o valor do seno, cosseno e tangente dos ângulos agudos de um triângulo retângulo.

_ Tempo de Duração: 100 minutos

_ Recursos didáticos Utilizados: Apostila, transferidor, régua, esquadros e calculadora.

Objetivos: Desenvolver o conceito de razão trigonométrica por meio de semelhanças de triângulos e proporcionar a capacidade de calcular o valor de seno, cosseno e tangente.

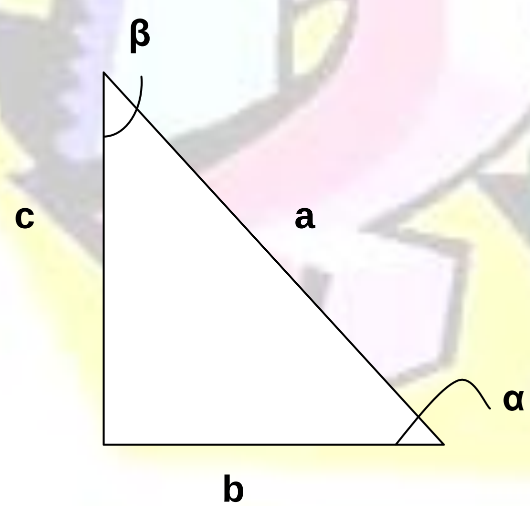
Trigonometria

Relações no triângulo retângulo

O surgimento da trigonometria está diretamente ligado aos povos egípcios e babilônicos. Eles utilizavam as razões entre os lados de um triângulo na resolução de problemas cotidianos. Mas foi na Grécia que a trigonometria obteve ascensão. Hiparco é o possível mentor desta ciência, pois é atribuído a ele o estabelecimento das bases trigonométricas.

A necessidade de medir ângulos e distância inacessíveis nos problemas relacionados à astronomia contribuiu para o uso da trigonometria como ferramenta auxiliar. Os /hindus e os árabes também tiveram participação incisiva no seu desenvolvimento. Mas até então a trigonometria era uma parte da astronomia. Foi na Europa, por volta do século XV, que a trigonometria foi separada da astronomia, surgindo inúmeras aplicações em diversas áreas do conhecimento. O termo trigonometria é de origem grega e está associado ao triângulo e suas medidas.

As relações existentes no triângulo retângulo são seno, cosseno e tangente. Entendemos por seno a relação existente entre o cateto oposto e a hipotenusa; por cosseno, a relação existente entre o cateto adjacente e a hipotenusa; e tangente, a relação entre o cateto oposto e o cateto adjacente.



senα = c/a

cosα = b/a

tgα = c/b

senβ = b/a

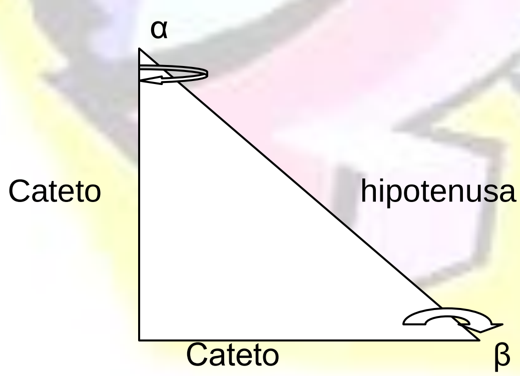
cosβ = c/a

tgβ = b/c

Triângulo retângulo

A trigonometria é uma ferramenta matemática bastante utilizada no cálculo de distâncias envolvendo triângulos retângulos. Na antiguidade, matemáticos utilizavam o conhecimento adquirido em trigonometria para realizar cálculos ligados à astronomia, determinando a distância, quase que precisa, entre a Terra e os demais astros do sistema solar. Atualmente a trigonometria também é bastante utilizada e para compreender o seu uso é necessário assimilar alguns conceitos.

Observe a figura abaixo que representa um triângulo retângulo.



Note que o maior lado é denominado de hipotenusa e os outros dois lados de catetos. A hipotenusa é o lado que fica oposto ao ângulo reto (ângulo de 90º). Além do ângulo reto, há dois ângulos agudos, α e β. A trigonometria estabelece relações entre os ângulos agudos do triângulo retângulo e as medidas de seus lados. Vejamos quais são essas relações.

O seno de um ângulo no triângulo retângulo é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa.

$$\textbf{Seno} = \frac{\textbf{cateto oposto}}{\textbf{Hipotenusa}}$$

O cosseno de um ângulo no triângulo retângulo é a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa.

$$\textbf{Cosseno} = \frac{\textbf{cateto adjacente}}{\textbf{Hipotenusa}}$$

A tangente de um ângulo no triângulo retângulo é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.

$$\textbf{Tangente} = \frac{\textbf{cateto oposto}}{\textbf{cateto adjacente}}$$

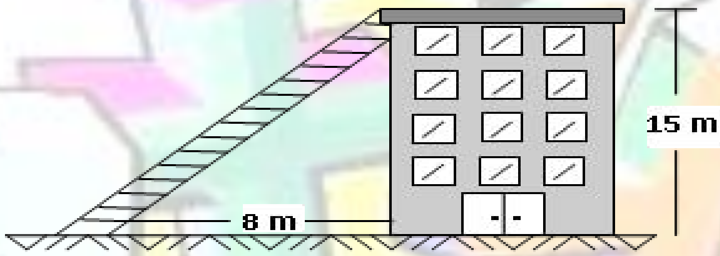
http://www.alunosonline.com.br/matematica/trigonometria.htm

http://www.alunosonline.com.br/matematica/relacoes-trigonometricas-no-triangulo-retangulo.html

http://dc95.4shared.com/doc/aptwyoqL/preview.html

Exercícios de reflexão

1) **A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de:**



2) Calcular os catetos de um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 6 cm e um dos ângulos mede 60º.

3) Quando o ângulo de elevação do sol é de 65 º, a sombra de um edifício mede 18 m. Calcule a altura do edifício.

(sen 65º = 0,9063, cos 65º = 0,4226 e tg 65º = 2,1445)

4) Quando o ângulo de elevação do sol é de 60º, a sombra de uma árvore mede 15m. Calcule a altura da árvore, considerando $\sqrt{3} = 1,7$.

5) Uma escada encostada em um edifício tem seus pés afastados a 50 m do edifício, formando assim, com o plano horizontal, um ângulo de 32º. A altura do edifício é aproximadamente: (sen 32º = 05299, cos 32′ = 0,8480 e tg 32º = 0,6249)

a) 28,41m b) 29,87m c) 31,24 m d) 34,65 m

6) Um avião levanta vôo sob um ângulo de 30º. Depois de percorrer 8 km, o avião se encontra a uma altura de:

a)2 km b)3 km c)4 km d)5 km

7) Um foguete é lançado sob um ângulo de 30 º. A que altura se encontra depois de percorrer 12 km em linha reta?

8) Do alto de um farol, cuja altura é de 20 m, avista-se um navio sob um ângulo de depressão de 30º. A que distância, aproximadamente, o navio se acha do farol? (Use √3 = 1,73)

9) Num exercício de tiro, o alvo está a 30 m de altura e, na horizontal, a 82 m de distância do atirador. Qual deve ser o ângulo (aproximadamente) de lançamento do projétil? (sen 20º = 0,3420, cos 20º = 0,9397 e tg 20º = 0,3640).

10) Se cada ângulo de um triângulo equilátero mede 60 º, calcule a medida da altura de um triângulo equilátero de lado 20 cm.

11) Um alpinista deseja calcular a altura de uma encosta que vai escalar. Para isso, afasta-se, horizontalmente, 80 m do pé da encosta e visualiza o topo sob um ângulo de 55º com o plano horizontal. Calcule a altura da encosta. (Dados: sem 55º = 0,81, cos 55º = 0,57 e tg 55º = 1,42).

2º Momento

Tema: Circunferência e círculos: Diferenças e identificação dos seus elementos.

Habilidades e competências:

- Reconhecer e diferenciar círculo e circunferência, identificando seus elementos.

- Identificar o número (pi).

Tempo de Duração: 100 minutos

Recursos didáticos Utilizados: Apostila, transferidor, régua, esquadros e calculadora.

Objetivos: Proporcionar a capacidade de diferenciar círculo de circunferência e identificar os elementos.

Circunferência e círculos

O estudo das medidas numa circunferência é bem antigo.

Na Bíblia, há referências á relação entre as medidas do comprimento e do diâmetro de uma circunferência. Numa passagem, conta-se que o rei Salomão mandou que um artesão, de nome Hirão, especialista em peças de bronze, fizesse alguns trabalhos num templo em Jerusalém, construído entre 1014 e 1007 a.c. No versículo 23 do capítulo 7 de 1º Reis há a descrição de um tipo de reservatório de forma cilíndrica:

"E ele passou a fazer o mar de fundição de dez côvados de uma borda á sua outra borda, circular em toda volta, e sua altura era de cinco côvados e requeria um cordel de trinta côvados para circundá-lo em toda volta".

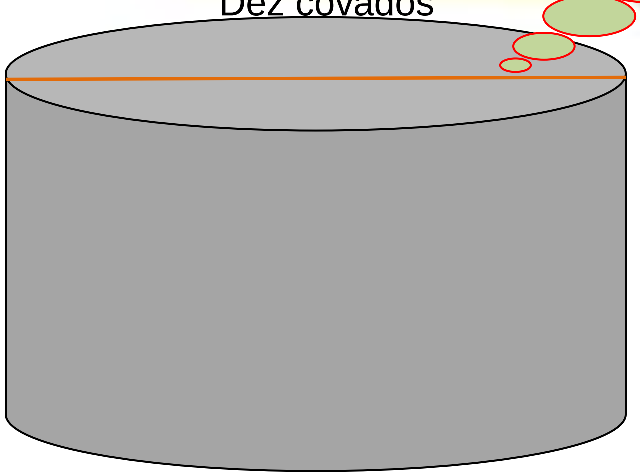
O côvado era a unidade de medida de comprimento adotada na época.

Vamos interpretar matematicamente o texto:

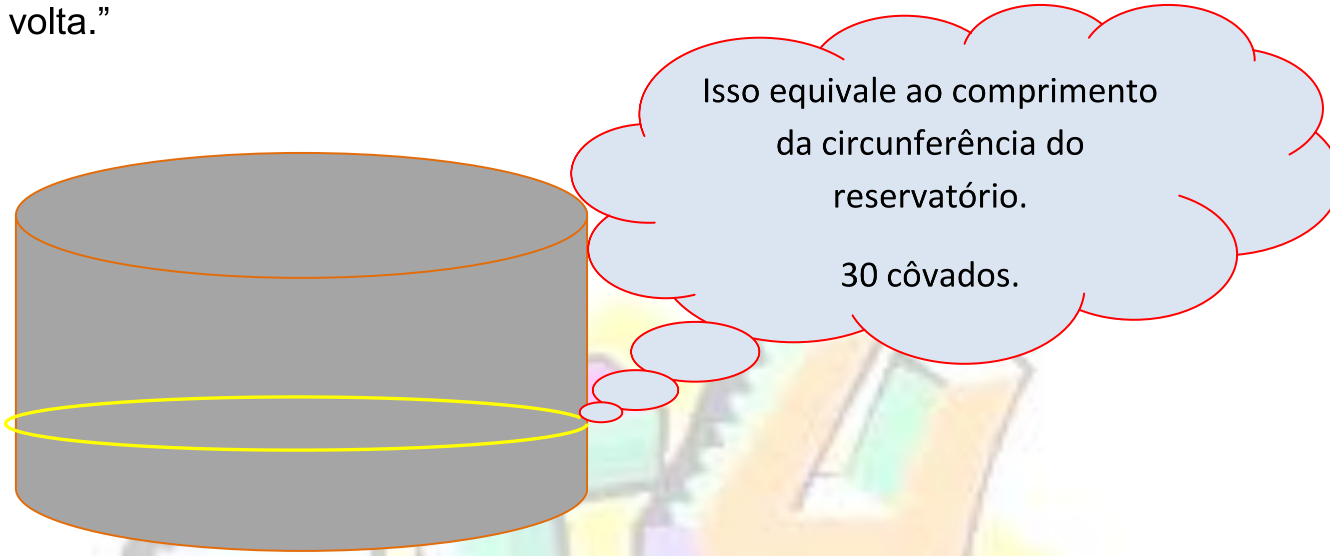
"... Dez côvados de uma borda á sua outra borda..."

Isso equivale ao diâmetro do reservatório

Dez côvados



“ ... e requeria um cordel de trinta côvados para circundá-lo em toda volta.”



De acordo com a Bíblia, o comprimento da circunferência (c) é igual a três vezes a medida do diâmetro (d).

C = 3d ou c/d= 3

Supõe- se, portanto, que, há alguns milênios, já se sabia que a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência é um número constante, ou seja, tem sempre o mesmo valor.

Aproximação de π na história da humanidade

A descoberta de que π é um número irracional só aconteceu no século XVIII. Uma vez que π é um número racional, sua representação tem infinitas casas decimais que não se repetem e seu uso prático só é possível por meio de valores aproximados.

A busca de um valor, o mais preciso possível, é tão antiga quanto a própria matemática.

Num papiro antigo egípcio, atribuído ao escriba Ahmes, o valor da área de um círculo é calculado a partir da fração 256/81, ou seja, $\pi \approx 3{,}16$.

Arquimedes, inventor e matemático grego (287-212 a.c) usou a fração 22/7 para determinar o valor da constante π.

22/7 é uma dízima periódica
com período 142857.

Indo um pouco mais longe, Arquimedes calculou o valor de π como um número que satisfaz a desigualdade:

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{220}{70}$$

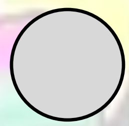
Foi somente em 1761 que o francês Lambert provou que π é um número irracional, ou seja, tem a expansão decimal infinita e não periódica. (π aproximadamente 3,14).

BIGODE, Antônio Jose Lopes. Matemática hoje é feita assim. FDT, 2ª ed, São Paulo. 2006.

Comprimento da circunferência

Um pneu tem 40cm de diâmetro, conforme a figura. Pergunta-se:

Cada volta completa deste pneu corresponde na horizontal a quantos centímetros?



Envolva a roda com um barbante. Marque o início e o fim desta volta no barbante.

Estique o bastante e meça o comprimento da circunferência correspondente à roda.

Início e fim da volta

|_____|_____|_____|

D D D

D= 40 cm

Medindo essa dimensão você encontrará aproximadamente 125,6cm, que é um valor um pouco superior a 3 vezes o seu diâmetro. Vamos ver como determinar este comprimento por um processo não experimental.

Você provavelmente já ouviu falar de uma antiga descoberta matemática:

Dividindo o comprimento de uma circunferência (C) pela medida do seu diâmetro (D), encontramos sempre um valor aproximadamente igual a 3,14.

Assim: $C/D \approx 3{,}14$

O número 3,141592... corresponde em matemática à letra grega (lê-se "pi"), que é a primeira lera da palavra grega perímetro. Costuma-se considera = 3,14.

Logo:

$C/D = \pi$ => $C = D\pi$ => $C = 2\pi r$

Utilizando essa fórmula, podemos determinar o comprimento de qualquer circunferência.

Podemos agora conferir com auxílio da fórmula o comprimento da toda obtido experimentalmente.

$C = 2\pi r$ $C = 2\ 3{,}14 \cdot 20 \cdot$ $C = 125{,}6$ cm

---

http://www.somatematica.com.br/fundam/comprimento/comprimento4.php

Exercícios de reflexão

1) Calcule o comprimento da circunferência quando:

a)o raio mede 7 cm

b)o raio mede 2,5 cm

c) o diâmetro mede 3 cm

2) O comprimento de uma circunferência é de 31, 40 cm. Quanto mede o seu raio?

3) O pneu de um veículo, com 80 cm de diâmetro, ao dar uma volta completa percorre, aproximadamente, uma distância de quantos metros?

4) Um ciclista de uma prova de resistência deve percorrer 500 km sobre uma pista circular de raio 200m. Qual o número aproximado de voltas que ele deve percorrer?

5) Calcule a área de um círculo cujo o raio mede 8 cm.

6) Calcule a área de um círculo cujo diâmetro mede 20 cm.

7) Em um restaurante, uma família pediu uma pizza grande, de 43cm de diâmetro, e outra família pediu duas médias, de 30 cm de diâmetro. Qual família comeu mais pizza?

8) A área de um círculo é de 10π cm^2. Quanto mede a sua circunferência?

3º Momento

Tema: Resoluções de problemas com aplicabilidade de razões trigonométricas no triângulo retângulo, circunferência e círculo.

Habilidades e competências:

- Utilizar as razões trigonométricas no triângulo retângulo, circunferência e círculo para resolver problemas do cotidiano.

Tempo de Duração: 60 minutos

Recursos didáticos Utilizados: Apostila, transferidor, régua, esquadros e calculadora.

Objetivos: Desenvolver a capacidade de aplicar os conceitos de relações trigonométricas, circunferência e círculos em situações-problemas do cotidiano.

Um dos objetivos principal da trigonometria é determinar medidas de ângulos e distâncias inacessíveis. Seu surgimento é atribuído aos estudos trigonométricos e suas bases estão associadas aos elementos do triângulo. As situações envolvendo ângulos e medidas no cotidiano são comparadas às figuras triangulares no intuito da aplicação das relações e razões trigonométricas. As relações trigonométricas são o seno, o cosseno e a tangente.

Já o conceito de circunferência e círculo se difere, pois círculo é uma figura geométrica como a superfície de uma mesa redonda, de uma pizza ou de um CD e a circunferência é o contorno.

Diante do conceito exposto de Razões trigonométricas no triângulo retângulo e Circunferência e círculo, responda as situações-problemas abaixo.

1) **(Cefet – PR) A rua Tenório Quadros e a avenida Teófilo Silva, ambas retilíneas, cruzam-se conforme um ângulo de 30º. O posto de gasolina Estrela do Sul encontra-se na avenida Teófilo Silva a 4 000 m do citado cruzamento. Portanto, determine em quilômetros, a distância entre o posto de gasolina Estrela do Sul e a rua Tenório Quadros?**

2) **(Unisinos – RS) Um avião levanta voo sob um ângulo constante de 20º. Após percorrer 2 000 metros em linha reta, qual será a altura atingida pelo avião, aproximadamente? (Utilize: sem 20º = 0,342; cos 20º = 0,94 e tg 20º = 0,364)**

3) **De um ponto A, um agrimensor enxerga o topo T de um morro, conforme um ângulo de 45º. Ao se aproximar 50 metros do morro, ele passa a ver o topo T conforme um ângulo de 60º. Determine a altura do morro.**

4) **(UF – PI) Um avião decola, percorrendo uma trajetória**

retilínea, formando com o solo, um ângulo de 30º (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1 000 metros, qual a altura atingida pelo avião?

5) Ao decolar, um avião forma com a pista um ângulo de 30º. Determine a sua altura após ter percorrido a distância de 2000 metros.

6) Uma pessoa de 1,80 m está a uma distância de 10 metros de uma torre. Sabe-se que a pessoa observa a torre sob um ângulo de 60º. Determine a altura da torre.

7) Um poste de 4 metros de altura projeta uma sombra de $4\sqrt{3}$ metros sobre o solo. Qual é a inclinação dos raios luminosos que originaram a sombra?

8) Na campanha eleitoral para as recentes eleições realizadas no país, o candidato de um determinado partido realizou um comício que lotou uma praça circular com 100 metros de raio. Supondo que, em média, havia 5 pessoas/m², uma estimativa do número de pessoas presentes a esse comício é de aproximadamente: (use = 3,14)

a) 78.500

b) 100.000

c) 127.000

d) 10.000

e) 157.000

9) No futebol de salão, a área de meta é delimitada por dois segmentos de reta (de comprimento de 11 m e 3 m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4 m), conforme a figura. A superfície da área de meta mede, aproximadamente:

(use π = 3,14).

Avaliação

Foi avaliado a capacidade dos alunos de encontrar os caminhos que constatem o domínio do conteúdo, a aptidão de usar o que foi aprendido em situações reais.

No primeiro e segundo momento a avaliação ocorreu através dos exercícios de reflexão no qual proporcionou uma observação da evolução sistemática do aluno.

Já no terceiro momento a verificação da aprendizagem ocorreru na ocasião em que os alunos identificaram a aplicabilidade do conteúdo nas situações-problemas, permitindo assim a medição e interpretação de conhecimentos, habilidades e atitudes dos alunos.

REFERÊNCIAS

BIGODE, A .J. L. Matemática hoje é feita assim (5ª a 8ª Série). Editora FTD.SP. 2006.

Sites

http://www.somatematica.com.br/fundam/comprimento/comprimento4.php

http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/objetivos-no-estudo-

http://www.alunosonline.com.br/matematica/trigonometria.htm

http://www.alunosonline.com.br/matematica/relacoes-trigonometricas

http://dc95.4shared.com/doc/aptwyoqL/preview.html

http://www.mundovestibular.com.br/articles/5923/1/Exercicios-de-Trigonometria/Paacutegina1.html