FORMAÇÃO CONTINUADA

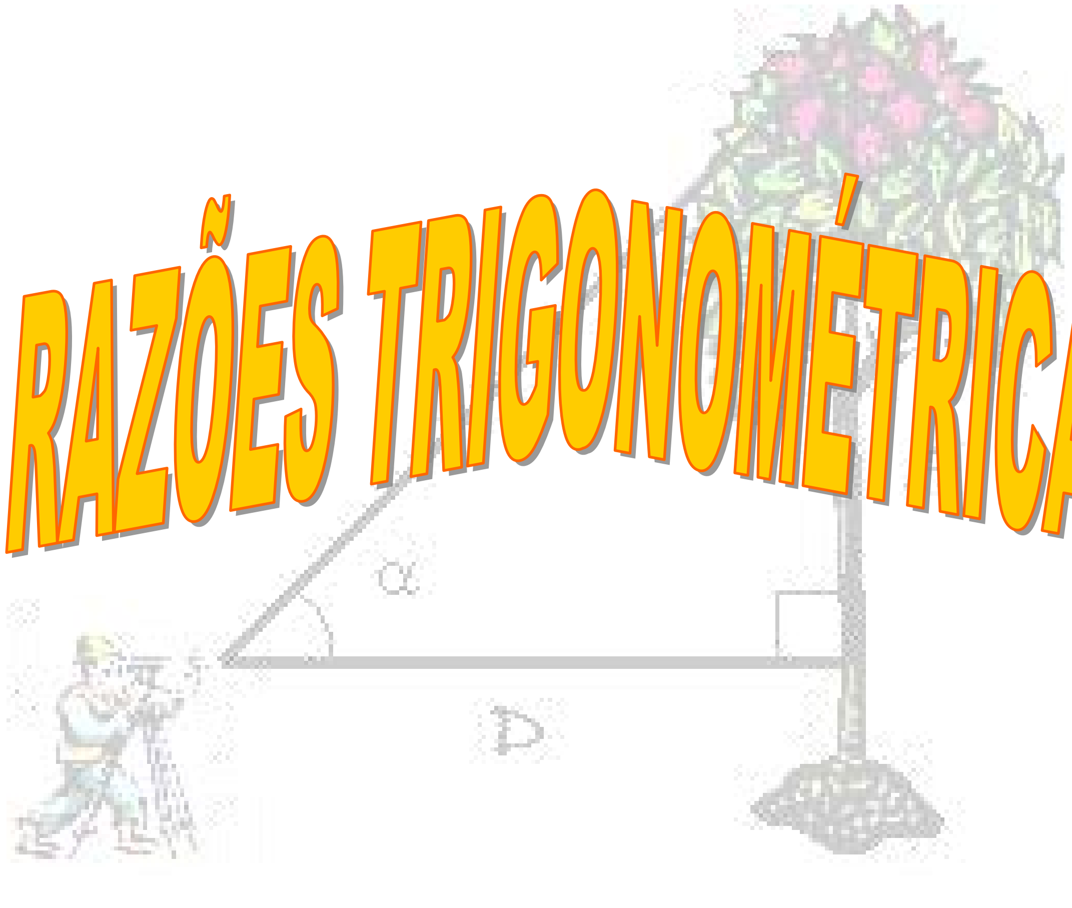
MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática – 9º ano – 3º Bimestre /2012

Plano de Trabalho -2

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS



Cursista – Isa Márcia Louro Delbons

Grupo - 11

Tutor – Bruno Morais Lemos

“Deus é o grande Geômetra.

Deus geometriza sem cessar.”

Platão

PONTOS POSITIVOS

O plano em questão foi elaborado para que houvesse compreensão da turma pelo conteúdo ministrado. Foi trabalhado com os alunos um pouco de arte e de história da trigonometria, e uma pequena recordação de semelhança de triângulos, Pitágoras e a introdução de Circunferência e Círculo por meio de material concreto.

Foram utilizados vídeos com situações do cotidiano para que o aluno verificasse que o que ele aprende em sala de aula é utilizado em um cotidiano de muitas profissões.

A visão trigonométrica foi expandida com o pedido de um trabalho com medidas de prédios reais na cidade onde ele reside.

PONTOS NEGATIVOS

O referido assunto exige do aluno conhecimento sobre Pitágoras para que ele diferencie os catetos e a hipotenusa e conhecimento sobre triângulos, principalmente o retângulo, fazendo-se necessário a recordação dos mesmos.

A falta de interesse por parte dos alunos é uma grande dificuldade, mas os vídeos sobre o assunto e de como as profissões podem usá-los fez um pouco de diferença.

Não foi possível concluir o trabalho sobre medição dos prédios por causa do período de provas e Saerjinho, ficando a apresentação para o início do 4º bimestre.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS

Pode-se perceber que partindo de exemplos reais e do concreto, o aprendizado fica mais fácil e os alunos mesmo com suas limitações participam mais e obtêm maior compreensão do assunto.

Perceberam que a trigonometria, apesar do nome, não é um bicho de sete cabeças e que a pode-se aprendê-la sem susto e com entendimento.

Alguns alunos não possuíam o transferidor para realizar a atividade extra-classe, então como tenho os mesmos para utilização em outra escola, eu emprestei para que a atividade fosse concluída.

ALTERAÇOES E MELHORIAS A SEREM IMPLEMENTADAS

Não faria modificações, apenas administraria o meu tempo melhor para que as mesmas fossem concluídas com mais espaço de tempo. Reforço que 04 aulas é muito pouco para se realizar um trabalho com maior entendimento e fixação de atividades.

S u m á r i o

<u>INTRODUÇÃO</u>

O presente plano de trabalho tem por objetivo introduzir o conteúdo ***<u>Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo, Circunferência e Círculo.</u>***

O objetivo principal é mostrar ao aluno que através de medidas simples podemos usar a matemática para possibilitar a medida de alturas inacessíveis através da trigonometria

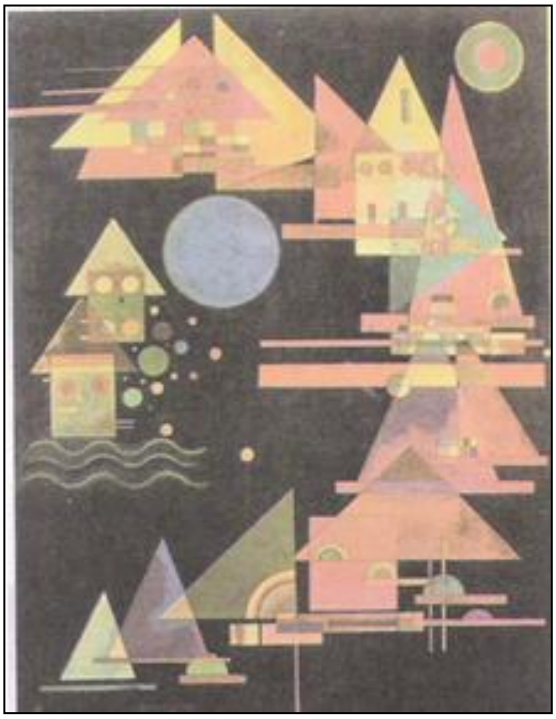
Vamos iniciar o estudo da Trigonometria lembrando o essencial sobre o teorema de Pitágoras semelhança de triângulos e discutindo as razões trigonométricas num triângulo retângulo.

Fazer o aluno entender que através de cálculos simples e com materiais confeccionados por eles mesmos podem descobrir que a trigonometria é usada em várias profissões e quem sabe despertar nele o interesse por uma delas.

Também no presente plano estudaremos ***<u>Círculo e circunferência</u>*** .
O objetivo é mostrar através de atividades simples as suas diferenças e mostrar que o conhecimento destas medidas, estão ligadas a inúmeros produtos por eles utilizados a profissões e também na confecção de peças para a indústria, peças para armazenamento e objetos pessoais.

O plano será desenvolvido em dez tempos de cinqüenta minutos para estudo do conceito de razões trigonométricas , circunferência e círculo, mais dois tempos para a avaliação do conteúdo ministrado. Não esquecendo que em cada aula dada, haverá um tempo para fixação do que foi aprendido.

INTRODUÇÃO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO



PIETROPAOLO,2011,P.301

Observe esta obra do pintor russo W. Kassinski. Você consegue identificar os triângulos retângulos?

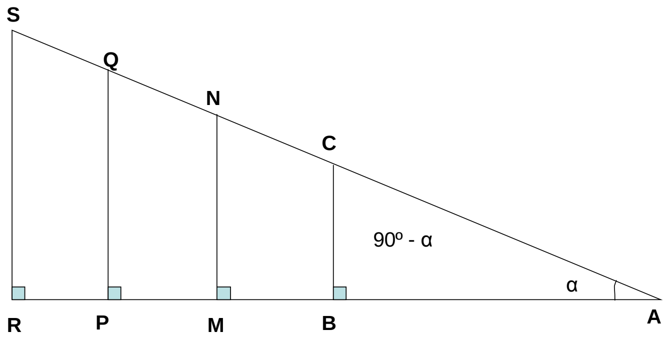
Espero que os tenha encontrado, pois será com eles o nosso estudo sobre trigonometria.

Existem situações em que é necessário conhecer a distância entre dois pontos, mas não é possível determiná-la diretamente. Para resolver situações deste tipo, topógrafos e engenheiros precisam aplicar alguns conceitos matemáticos importantes como a semelhança de triângulos. Dessa forma por meio de conceitos estudados em Trigonometria, conseguem calcular certas distâncias que seria difícil obter por outros métodos.

A Trigonometria é um ramo da Matemática que estuda as relações entre os lados e os ângulos dos triângulos.

Vamos ver um pouco do que trata a trigonometria do triângulo retângulo.

Dado um ângulo agudo qualquer, é possível construir infinitos triângulos retângulos. Veja:



Desenho feito pela autora

Podemos facilmente verificar que esses triângulos são semelhantes, pois todos eles têm com medidas respectivamente iguais a α, 90º e 90º - α. Portanto, as medidas dos seus lados são proporcionais.

A partir da semelhança entre esses triângulos é que iremos perceber que existem relações entre os lados de um triângulo retângulo.

Como os triângulos ABC e AMN, por exemplo, são semelhantes, podemos escrever:

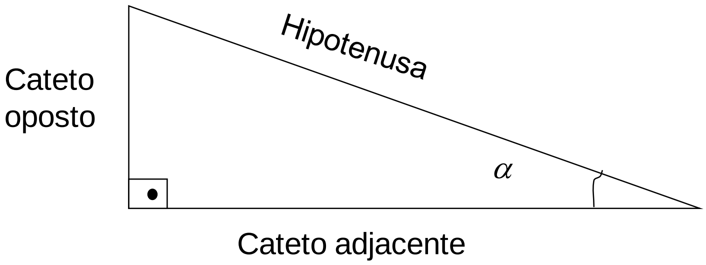
$$\frac{BC}{AB} = \frac{MN}{AM}$$

Se tomássemos também o triângulo APQ, poderíamos acrescentar:

$$\frac{BC}{AB} = \frac{MN}{AM} = \frac{PQ}{AP}$$

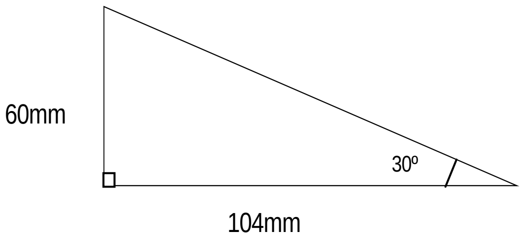
O quociente não se altera porque todos os triângulos são semelhantes.

Mas para expressarmos estas novas relações, usaremos a nomenclatura:

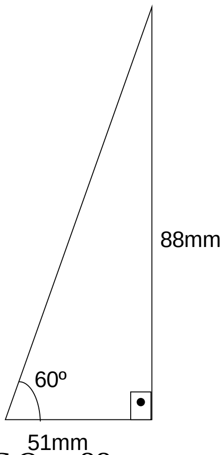


Desenho feito pela autora

Observe os triângulos retângulos abaixo. Eles têm lados de diferentes medidas. Em um está marcado um ângulo de 30º e no outro um ângulo de 60º. Nos dois casos, vamos calcular a razão. $\frac{cat.op.}{cat.adj.}$.



$$\frac{C.O.}{C.A.} = \frac{60}{104} \cong 0{,}57$$



$$\frac{C.O.}{C.A.} = \frac{88}{51} \cong 1{,}73$$

Desenhos feitos pela autora

Podemos perceber que a relação $\frac{C.O.}{C.A.}$ depende do ângulo considerado.

Esta relação é chamada de **Tangente de um ângulo.**

Mas existem outras razões importantes no triângulo retângulo que são seno e cosseno.

O **seno** de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto a ele e a medida da hipotenusa,
O **cosseno** de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto adjacente a ele e da hipotenusa.

Estas razões têm tantas aplicações na matemática que costumam ser representadas na forma de tabelas razões trigonométricas.

Ângulo	Sen	Cos	Tg	Ângulo	Sen	Cos	Tg
1°	0,0175	0,9998	0,0175	46°	0,7193	0,6947	1,0355
2°	0,0349	0,9994	0,0349	47°	0,7314	0,682	1,0724
3°	0,0523	0,9986	0,0524	48°	0,7431	0,6691	1,1106
4°	0,0698	0,9976	0,0699	49°	0,7547	0,6561	1,1504
5°	0,0872	0,9962	0,0875	50°	0,766	0,6428	1,1918
6°	0,1045	0,9945	0,1051	51°	0,7771	0,6293	1,2349
7°	0,1219	0,9925	0,1228	52°	0,788	0,6157	1,2799
8°	0,1392	0,9903	0,1405	53°	0,7986	0,6018	1,327
9°	0,1564	0,9877	0,1584	54°	0,809	0,5878	1,3764
10°	0,1736	0,9848	0,1763	55°	0,8192	0,5736	1,4281
11°	0,1908	0,9816	0,1944	56°	0,829	0,5592	1,4826
12°	0,2079	0,9781	0,2126	57°	0,8387	0,5446	1,5399
13°	0,225	0,9744	0,2309	58°	0,848	0,5299	1,6003
14°	0,2419	0,9703	0,2493	59°	0,8572	0,515	1,6643
15°	0,2588	0,9659	0,2679	60°	0,866	0,5	1,7321
16°	0,2756	0,9613	0,2867	61°	0,8746	0,4848	1,804
17°	0,2924	0,9563	0,3057	62°	0,8829	0,4695	1,8807
18°	0,309	0,9511	0,3249	63°	0,891	0,454	1,9626
19°	0,3256	0,9455	0,3443	64°	0,8988	0,4384	2,0503
20°	0,342	0,9397	0,364	65°	0,9063	0,4226	2,1445
21°	0,3584	0,9336	0,3839	66°	0,9135	0,4067	2,246
22°	0,3746	0,9272	0,404	67°	0,9205	0,3907	2,3559
23°	0,3907	0,9205	0,4245	68°	0,9272	0,3746	2,4751
24°	0,4067	0,9135	0,4452	69°	0,9336	0,3584	2,6051
25°	0,4226	0,9063	0,4663	70°	0,9397	0,342	2,7475
26°	0,4384	0,8988	0,4877	71°	0,9455	0,3256	2,9042
27°	0,454	0,891	0,5095	72°	0,9511	0,309	3,0777
28°	0,4695	0,8829	0,5317	73°	0,9563	0,2924	3,2709
29°	0,4848	0,8746	0,5543	74°	0,9613	0,2756	3,4874
30°	0,5	0,866	0,5774	75°	0,9659	0,2588	3,7321
31°	0,515	0,8572	0,6009	76°	0,9703	0,2419	4,0108
32°	0,5299	0,848	0,6249	77°	0,9744	0,225	4,3315
33°	0,5446	0,8387	0,6494	78°	0,9781	0,2079	4,7046
34°	0,5592	0,829	0,6745	79°	0,9816	0,1908	5,1446
35°	0,5736	0,8192	0,7002	80°	0,9848	0,1736	5,6713
36°	0,5878	0,809	0,7265	81°	0,9877	0,1564	6,3138
37°	0,6018	0,7986	0,7536	82°	0,9903	0,1392	7,1154
38°	0,6157	0,788	0,7813	83°	0,9925	0,1219	8,1443
39°	0,6293	0,7771	0,8098	84°	0,9945	0,1045	9,5144
40°	0,6428	0,766	0,8391	85°	0,9962	0,0872	11,4301
41°	0,6561	0,7547	0,8693	86°	0,9976	0,0698	14,3007
42°	0,6691	0,7431	0,9004	87°	0,9986	0,0523	19,0811
43°	0,682	0,7314	0,9325	88°	0,9994	0,0349	28,6363
44°	0,6947	0,7193	0,9657	89°	0,9998	0,0175	57,29
45°	0,7071	0,7071	1	90°	1	0	-

	30º	45º	60º
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

No triângulo, os ângulos de 30º, 45º e 60º são considerados notáveis, pois estão presentes em diversos cálculos. Por isso seus valores trigonométricos correspondentes são organizados em uma tabela.

UM POUCO DE HISTÓRIA

A trigonometria é considerada uma das áreas mais importantes da Matemática, pois possui diversas aplicações nos estudos relacionados à Física, Engenharia, Navegação Marítima e Aérea, Astronomia, Topografia, Cartografia, Agrimensura, entre outras.

Mas como medir estas alturas inacessíveis?

No passado era utilizado o Astrolábio.

Atualmente utiliza-se o Teodolito.

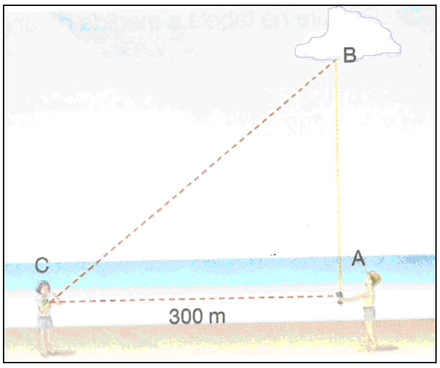
DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

- **Habilidade Relacionada –** Utilização das tabelas de seno, cosseno e tangente para resolver problemas.
- **Pré –requisitos -** Teorema de Pitágoras e conhecimento das razões trigonométricas no triângulo retângulo.
- **Tempo de duração -** 100 minutos
- **Recursos Educacionais Utilizados -** Folha de atividades, vídeo sobre trigonometria – Telecurso 2000 aula 40 com o notebook do professor.
- **Organização da turma -** Dupla
- **Objetivos -** Apresentar ao aluno a fixação do conhecimento sobre o tema e aplicação para resolução de problemas.
- **Metodologia adotada –** Apresentação do vídeo com objetivo de informar sobre o tema da aula e fixação com atividades.
- **Descritores Associados –** H12 – Resolver problemas que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO - No próprio livro didático e debate sobre o vídeo apresentado.

Exemplo de atividade.



Para calcular a altura de uma nuvem duas pessoas que estavam numa praia procederam da seguinte maneira: "Uma delas projetou verticalmente, a partir do ponto A, um feixe de luz que" bateu" na nuvem no ponto B. A outra pessoa, em C a 300m de distância horizontal de A, mediu o ângulo ACB. Que altura encontraram se a medida de ACB resultou em 39º?

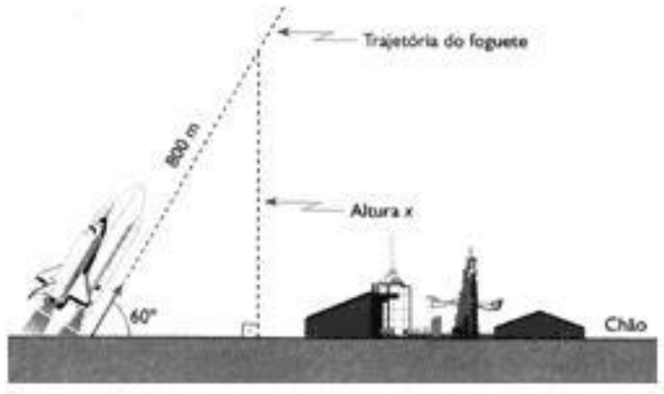
Atividade 2

- **Habilidade Relacionada –** Utilização do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis para resolver problemas.
- **Pré –requisitos –** Conhecimento de triângulo e quadrado.
- **Tempo de duração -** 100 minutos
- **Recursos Educacionais Utilizados -** Folha de atividades, vídeo – aula 41 Telecurso 2000 e notebook do professor. Baseado no Roteiro de Ação 5.
- **Organização da turma –** Individual no primeiro momento e em dupla no segundo momento
- .**Objetivos -** Fazer os alunos entenderem de onde vêm os valores do seno, cosseno e tangente doa ângulo notáveis.
- **Metodologia adotada –** Apresentação do vídeo com objetivo de informar sobre o tema da aula e fixação com atividades.
- **Descritores Associados –**
  - H11 – Utilizar relações métricas no triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
  - H12 – Resolver problemas que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO - No próprio livro didático e debate sobre o vídeo apresentado.

Exemplo de atividade.

Um foguete é lançado a 200m/s, segundo um ângulo de inclinação de 60º (ver figura). Determinar a altura do foguete após 4s, supondo a trajetória retilínea e a velocidade constante.



Solução:

Após 4s, ele percorre 4. (200m) = 800m.

Temos que:

$$\frac{x}{800} = \text{sen}60^0 \Rightarrow x = 800.\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x \cong 692{,}8$$

A altura é aproximadamente 692,8m.

Agora vamos à parte prática. Você irá construir um teodolito caseiro e medirá a altura de sua casa, ou a altura de uma árvore, ou de um prédio conhecido, etc.. Não se esqueça de fazer um relatório de como você procedeu para realizar a medição.
Aprenda como fazer e mãos à obra.

Materiais necessários para a construção do Teodolito caseiro

Um transferidor de plástico ou madeira.

Canudo ou tubo de antena

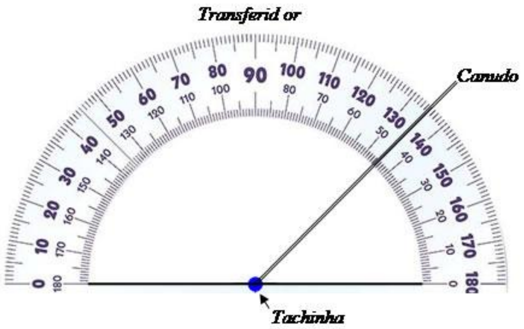
Cola

Tachinha

Construindo

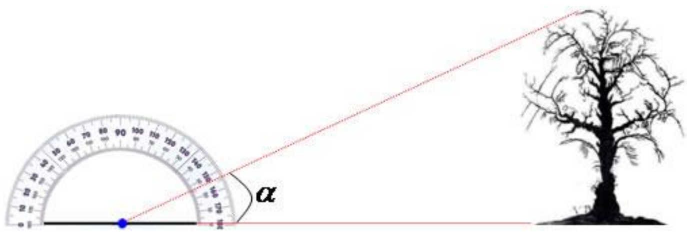
Fixe a tachinha na base central do transferidor de forma que ela fique com mobilidade. Cole o canudo na tachinha, de modo que a sua movimentação seja completa.

Observe o Teodolito caseiro pronto para o uso



Utilizando

O primeiro passo consiste em mirar o canudo na posição horizontal correspondente à base do que se deseja medir, uma árvore, um poste, uma casa, etc., fixando o teodolito. O segundo passo consiste em deslocar o canudo focando o ponto extremo do que está sendo medido. O ângulo indicado no transferidor deve ser analisado com cuidado devido à espessura do canudo usado como mira.



Conhecendo o valor do ângulo e a distância do ponto de medição até o objeto medido, basta utilizarmos a relação trigonométrica adequada para determinarmos a altura. Caso a medida seja feita por uma pessoa de pé, ressaltamos que a altura entre os olhos da pessoa e o chão deve ser acrescentada ao resultado da medição.

CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

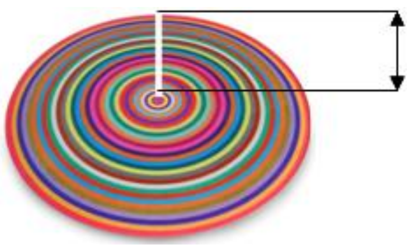
A introdução do assunto foi feita com a apresentação da Tele aula do Telecurso 2000. Aula 44 parte 1 e 2.

http://www.youtube.com/watch?v=qCITZvT3vFo&playnext=1&list=PL8FA656F344F38DE2&feature=results_video
http://www.youtube.com/watch?v=Kt_OH2nFsz0&feature=autoplay&list=PL8FA656F344F38DE2&playnext=2

Comprimento da circunferência – C = 2. π .r.

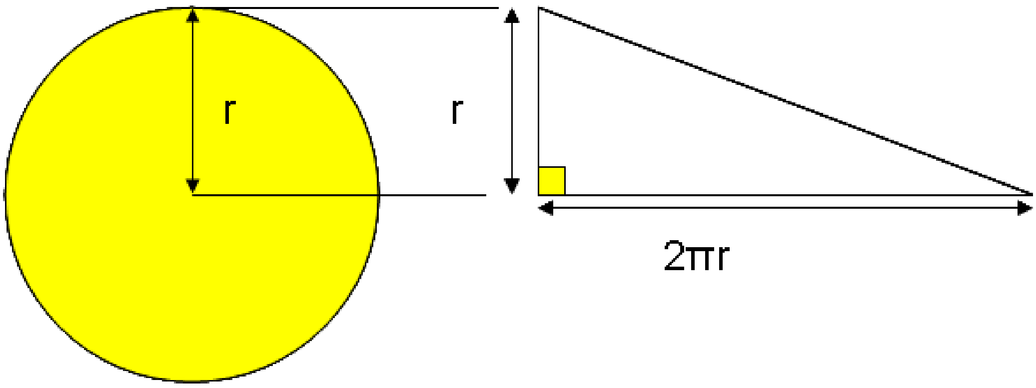
Área do Círculo **– Verificação de sua fórmula, usando a área do triângulo retângulo.**

Adaptado do livro CASTRUCCI, GIONANNINI JR. 2009, p.332.



Você irá precisar de barbante, cola, papel e tesoura. Com esse material, corte pedaços de barbante com medidas suficientes para cobrir os espaços entre as linhas da figura ao lado.

Cole esses pedaços de barbante em um papel do maior para o menor, de forma que fiquem bem esticados, um ao lado do outro, e, ao final, assim dispostos, formem um triângulo retângulo.



Desenho criado pela autora

Verifique que a medida do cateto menor do triângulo formado é igual a medida r do raio do círculo. Observe também que o cateto maior desse triângulo tem a mesma medida da circunferência desse círculo, cujo comprimento é $2\pi r$.

Agora compare as áreas do círculo e do triângulo retângulo.

Considerando que a mesma quantidade de barbante que cobre o círculo também cobre o triângulo retângulo, temos:

Área do círculo = área do triângulo retângulo.

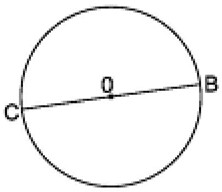
Então, a área do círculo é: $\frac{\cancel{2}\pi r . r}{\cancel{2}} = \pi r^2$.

Agora que você já sabe a diferença entre circunferência e círculo, podemos fazer atividades.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO - No próprio livro didático e debate sobre o vídeo apresentado.

Exemplo de atividade.

1-Veja a circunferência, de centro **O** na figura abaixo.



Nessa circunferência

a) $\overline{CB}$ é o raio

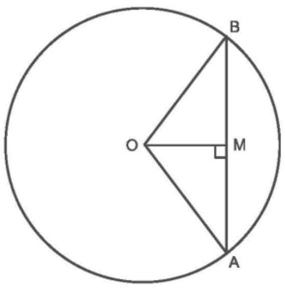
b) $\overline{OB}$ é uma corda

c) $\overline{CB}$ é um diâmetro

d) $\overline{OC}$ é um diâmetro

2- Na figura, **O** é o centro da circunferência.

De acordo com os dados da figura, pode-se afirmar que:



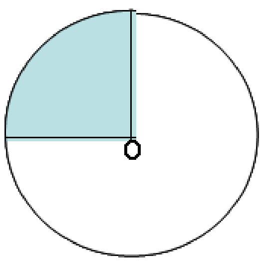
a) OM é um raio da circunferência

b) M é o ponto médio do segmento AB

c) OB é uma corda da circunferência

d) AO é um diâmetro da circunferência

3- Observe a figura.



Responda:

A que fração do círculo corresponde a região colorida de azul? ______________________

Qual é a área da região colorida de azul? ______________

AVALIAÇÃO

É um processo contínuo e diário. E é desta forma que avalio os meus alunos.
Avalio se ele está desenvolvendo as competências necessárias em relação ao conteúdo ministrado. É feita em cada aula, em cada atividade seja individual ou não.

Ao final do ciclo ele é avaliado individualmente, através de uma avaliação escrita onde posso juntar com as avaliações diárias e concluir se o mesmo alcançou os objetivos propostos no período e em relação ao conteúdo ministrado.

Avalio se está desenvolvendo competências e habilidades para a realização da prova do Saerjinho com questões de múltiplas escolhas e com os objetivos bem definidos.

Aplico questões de Saerjinho, Prova Brasil e Saerj anteriores para descobrir se estão em sintonia com as habilidades pedidas.

Este plano foi preparado em função da realidade da minha turma.

Referências Bibliográficas

Roteiros de Ação – Razões Trigonométricas – Curso de Formação Continuada oferecido pelo CEDERJ/CECIERJ, em parceria com a SEEDUC – 3º bimestre.
HTTP:/projeto seeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 13/09/2012

A CONQUISTA DA MATEMÁTICA, 9º Ano/José **RUY GIOVANNI JR**, Benedito **CASTRUCCI** - Ed. FTD - São Paulo,2009.

Endereços eletrônicos acessados de 13/09/2012 a 17/09/2012

<http://www.brasilescola.com/matematica/seno-cosseno-tangente-angulos.htm>
<http://www.mat.uc.pt/~helios/Mestre/Julho00/H42_astr.htm>
<http://www.infoescola.com/matematica/trigonometria/>
<http://www.youtube.com/watch?v=ai59Ai0fNAA&feature=relmfu>
<http://www.youtube.com/watch?v=nQgoVXysCGQ&feature=endscreen>
<http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/construindo-um-teodolito.htm>
<http://www.youtube.com/watch?v=qCITZvT3vFo&playnext=1&list=PL8FA656F344F38DE2&feature=results_video>
<http://www.youtube.com/watch?v=Kt_OH2nFsz0&feature=autoplay&list=PL8FA656F344F38DE2&playnext=2>