

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
PROFESSOR CURSISTA: Juliana Maria S. Rangel dos Santos
MATRÍCULA: 0945051-1
SÉRIE: 9º ano do Ensino Fundamental
TUTOR (A): Bruno Morais Lemos

AVALIAÇÃO DA EXECUÇÃO DO PLANO DE TRABALHO

PLANO DE TRABALHO: RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Juliana Maria S. Rangel dos Santos
julumaria@yahoo.com.br

1. Introdução:

Este Plano de Trabalho foi elaborado com o objetivo de mostrar aos alunos do 9º ano do Ensino fundamental os conceitos básicos necessários ao início do estudo da trigonometria. É indicada para ser utilizada em sala de aula, como reforço ao estudo do conteúdo.

A tônica desta aula é ajudar o aluno a construir, desenvolver e aplicar idéias e conceitos da trigonometria, sempre compreendendo e atribuindo significados ao que está fazendo, buscando relacionar a aplicação dos conceitos à sua vida cotidiana.

Foi produzido de forma a conter recursos visuais que levassem os alunos a ter uma oportunidade de visualizar de forma agradável o conteúdo estudado e consequentemente compreender os valores definidos na tabela trigonométrica.

A trigonometria (do grego: *tri* = três; *gono* = ângulos; *metrien* = medição) é um ramo da Matemática que estuda a relação entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo retângulo. É amplamente empregada na navegação, na aviação, na topografia e etc. É indispensável à engenharia e à Física.

Todas as tarefas envolvem ligações com os conhecimentos já adquiridos, mas também com as técnicas e compreensão de conceitos algébricos como a resolução de equações. Os problemas escolhidos partem de contextos reais, mas também de assuntos matemáticos que precisam ser lembrados e aprofundados.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

As tarefas que proponho visam contribuir para “desenvolver nos alunos a linguagem e o pensamento algébricos, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e de utilizar estes conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações em contextos diversos”.

Definimos o **seno de um ângulo agudo** como sendo a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa do triângulo considerado, enquanto que o **cosseno de um ângulo agudo** é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa do triângulo considerado. Baseados nisso, podemos escrever que a **tangente de um ângulo agudo** pode ser definida como

sendo a razão entre o seno e o cosseno do ângulo, ou seja, é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente a esse ângulo.

Dizendo de outra maneira, a tangente, o seno e o cosseno de um ângulo independem dos triângulos considerados. Desenvolver essas três novas relações traz um ganho substancial à matemática, visto que a partir deste momento conseguimos relacionar as medidas dos lados de um triângulo com os seus ângulos. Este fato propiciou à antiguidade solucionar vários problemas de cunho astronômico, desenvolvendo, por exemplo, a navegação. Distâncias improváveis de serem mensuradas, agora se resumiam a observações de ângulos, consulta a tabelas e alguns cálculos. A matemática descobria um de seus ramos mais frutíferos, que se aplica diretamente a várias outras ciências.

Primeiramente, o professor deve apresentar o desafio do copo com o canudinho plástico. Este problema visa estimular os alunos a pensar em estratégias para encontrar o tamanho do canudo. Após os alunos discutirem e apresentarem suas hipóteses, o professor deve apresentar o contexto histórico da trigonometria. Apresentar também, as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no círculo trigonométrico levando os alunos para o laboratório de informática e construindo o círculo trigonométrico usando o programa Régua e Compasso.

Na etapa seguinte, o professor deve ensinar a construir a tabela dos ângulos notáveis e distribuir a lista de exercícios para os alunos que vão resolvê-la baseados nos conhecimentos adquiridos na etapa anterior.

Na terceira etapa, os alunos construirão o teodolito para fazer medições maiores.

Na quarta etapa, os alunos farão medições na sala de aula, no pátio, na quadra e na rua usando o teodolito construído por eles, aplicando os conhecimentos a situações reais.

Atividade 1:

→ Habilidade relacionada:

- Efetuar cálculos que envolvam operações com números reais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).
- Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
- Utilizar relações métricas do triângulo para resolver problemas significativos.

→ Pré-requisitos:

Para desenvolver esta atividade é requerido dos alunos o conhecimento prévio de:

- ✓ Conhecer os elementos do triângulo retângulo: cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa;
- ✓ Conceito de razão e a propriedade fundamental das proporções.
- ✓ Noções do uso dos instrumentos de medida régua e transferidor;
- ✓ Geometria do triângulo retângulo;

→ Tempo de Duração:

200 minutos (4 horas/aulas).

→ Recursos Educacionais Utilizados:

Para a realização destas atividades, serão necessários os seguintes recursos:

- ✓ Quadro branco;
- ✓ Caneta para quadro branco;
- ✓ Calculadora;
- ✓ Lápis e folha de aula;
- ✓ Computador;
- ✓ Software Régua e Compasso;
- ✓ Transferidor;
- ✓ Fita adesiva;
- ✓ Linha grossa;
- ✓ Chumbinho de pesca;
- ✓ Um pedaço de canudo de plástico rígido (pode ser o corpo de uma caneta usada);

→ Organização da turma:

Esta tarefa será realizada em pequenos grupos (3 ou 4 participantes) para que o trabalho seja colaborativo e que ninguém fique ocioso durante a aula e sim participando e descobrindo o conteúdo apresentado.

→ Objetivos:

Ao término das aulas, o aluno deverá ser capaz de:

- ✓ Auxiliar o aluno a encontrar as razões trigonométricas dos ângulos notáveis 30° , 45° e 60° com o auxílio da geometria.
- ✓ Investigar e reconhecer razões trigonométricas em um triângulo retângulo;
- ✓ Introduzir o estudo da função seno, cosseno e tangente, utilizando a geometria para resolução de uma situação problema que envolva medição;
- ✓ Repensar o ensino de razões trigonométricas com o auxílio de programas computacionais para o aprimoramento educacional dos conteúdos estudados.
- ✓ Buscar resultados favoráveis através das Tecnologias de Informação, possibilitando diagnosticar problemas e avanços no ensino de Matemática.

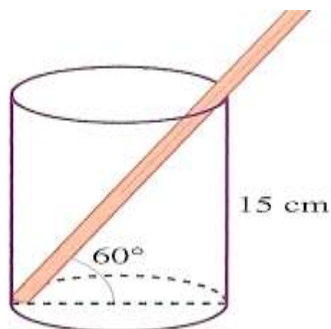
→ Metodologia adotada:

Para a realização destas atividades são necessários 300 minutos de aula. As atividades estão divididas em quatro etapas.

1ª etapa:

Nesta etapa, o professor deve apresentar o desafio do copo com o canudinho plástico.

A figura abaixo representa um copo de 15cm de altura com um canudinho dentro. Calcule o comprimento aproximado desse canudinho sabendo que 8 cm dele está fora do copo.



Este problema visa estimular os alunos a pensar em estratégias para encontrar o tamanho do canudo.

Após os alunos discutirem e apresentarem suas hipóteses, o professor deve apresentar o contexto histórico da trigonometria. Esse contexto deve ser explanado de forma resumida e de simples entendimento por parte dos alunos. Apresentar também, as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no círculo trigonométrico levando os alunos para o laboratório de informática e construindo o círculo trigonométrico usando o programa Régua e Compasso.

O ideal é que cada pequeno grupo de alunos tenha um computador à sua disposição. Apesar das tarefas serem auto-instrutivas, na sala de informática, alguns passos deverão ser observados:














- ☞ A utilização dos recursos concretos deve ser enfatizada, e acontecer, no mínimo, em conjunto com as atividades computacionais.
- ☞ Durante a realização das tarefas, deve-se supervisionar o desenvolvimento do aluno, intervindo no procedimento apenas quando solicitado, pois esse deve ficar sob a responsabilidade do aprendiz por meio de sua interação com o computador.

Cada grupo receberá a folha com o passo a passo abaixo os quais servirão de apoio na sala de informática.

Atividade - Construir uma Circunferência Trigonométrica

Passos da construção:

- 1) Clicar em OPÇÕES e depois em EXIBIR GRELHA ou clicar no botão F12;

- 2) Usando a ferramenta  RETA, construir uma reta r sobre o eixo x e uma outra reta s sobre o eixo y ;
- 3) Usando a ferramenta  CÍRCULO COM RAIO FIXO, construir um círculo OE de raio 1 de centro na origem do plano cartesiano;
- 4) Traçar uma reta t que passa pelo centro do círculo originando um ponto na intersecção C com a circunferência;
- 5) Construir uma reta perpendicular u ao eixo x e outra perpendicular v ao eixo y passando por C usando a ferramenta ;
- 6) Colocar um ponto  na intersecção das retas v e s e chamá-lo de B ;
- 7) Colocar um ponto  na intersecção das retas r e u e chamá-lo de D ;
- 8) Construir o ângulo  COD ;
- 9) Construir os segmentos  OB e OD colocando o valor de suas medidas;
- 10) Construir os segmentos  BC e CD tracejados;
- 11) Ocultar  as perpendiculares u e v e mover o ponto C ;
- 12) Construir uma reta perpendicular  z ao eixo x passando por E ;
- 13) Colocar um ponto  na intersecção das retas z e t e chamá-lo de F ;
- 14) Construir o segmento  EF ;
- 15) Mover o ponto C e verificar quais as relações trigonométricas encontramos;
- 16) Ocultar  os pontos B , O , D , E , F e as retas perpendiculares r , s , z .

Nessa atividade, o aluno deverá perceber as relações trigonométricas no triângulo retângulo. Conforme movemos o ponto C , o ângulo aumenta no sentido anti-horário e diminui no sentido horário. Os detalhes do comportamento dos segmentos do seno, do cosseno e tangente serão discutidas em sala de aula com os alunos.

2ª etapa:

Nesta etapa, o professor deve ensinar a construir a tabela dos ângulos notáveis explicando o motivo de serem chamados de “notáveis”.

Ângulos	30°	45°	60°
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
coseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

É importante que os alunos saibam montar a tabela sem que necessitem de livros ou outros meios para encontrar os valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos 30°, 45° e 60°. Isto também evita a decoreba e facilita a resolução dos mais diversos problemas que envolvam razões trigonométricas.

O professor também distribuirá a lista de exercícios abaixo para os alunos que deverão resolvê-la baseados nos conhecimentos adquiridos na etapa anterior.

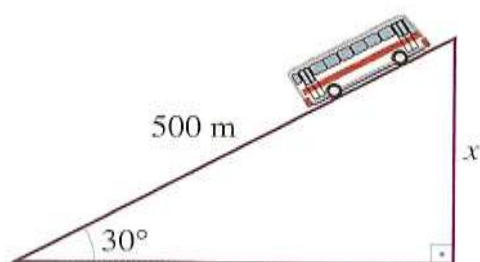
C. E. DR. BARROS BARRETO

Nome: _____ N°: _____

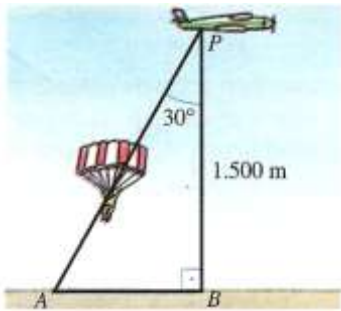
Turma: _____ Data: ____/____/____ Profª.: Juliana Mª Rangel

Exercícios

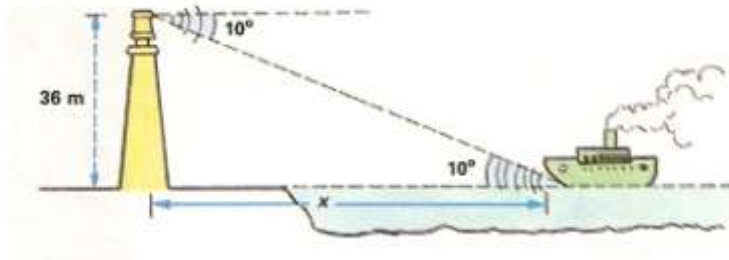
1. Um ônibus sobe uma rampa que forma com a horizontal um ângulo de 30°. Tendo percorrido 500 m, o ônibus se encontra a que altura em relação à horizontal?



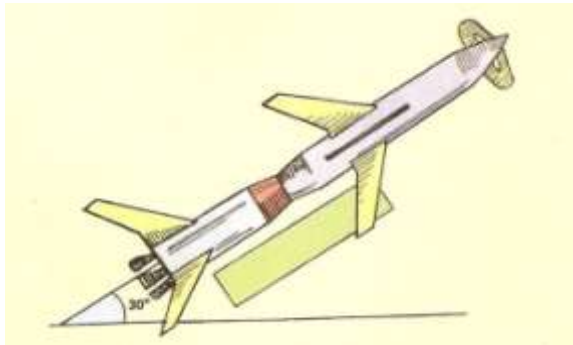
2. Um pára-quedista salta de um avião quando este se encontra a 1500 m de altura. Devido à velocidade do avião e da ação do vento, o pára-quedista cai conforme indica o segmento PA, inclinado 30° em relação a PB (conforme figura abaixo). A que distância do ponto B o pára-quedista vai cair?



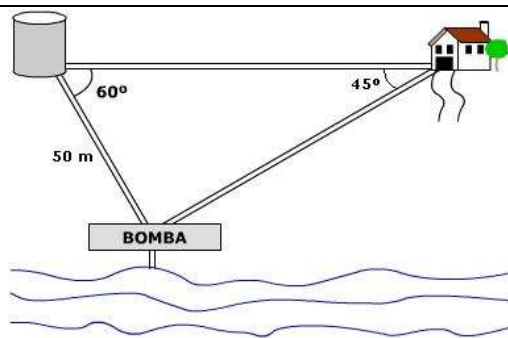
3. Sob um ângulo de depressão de 10° avista-se do alto de um farol, cuja altura é de 36m, um navio. A que distância do farol se encontra tal navio? ($\sin 10^\circ = 0,17$; $\cos 10^\circ = 0,99$; $\tan 10^\circ = 0,18$)



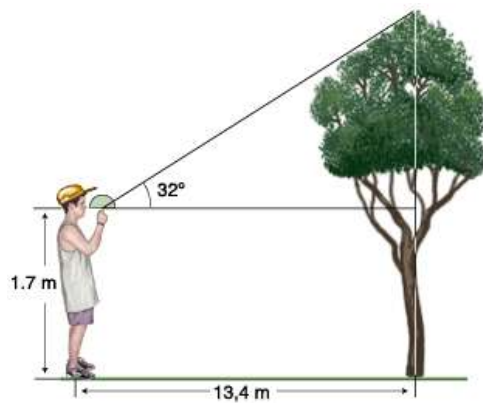
4. Um foguete é lançado de uma rampa situada no solo, sob um ângulo de 30° . A que altura encontra-se esse foguete após percorrer 8 km?



5. A água utilizada na casa de um sítio é captada e bombeada do rio para uma caixa-d'água a 50 m de distância. Sabemos que o ângulo formado pelas direções (caixa d'água-casa) e (casa-bomba) é de 45° e que o ângulo formado pelas direções (bomba-caixa d'água) e (caixa d'água-casa) é de 60° . Se pretendemos bombear água do mesmo ponto de captação até a casa, quantos metros de encanamento são necessários?



6. Deu cupim no pé da árvore e agora, infelizmente, será preciso derrubá-la. Antes, os bombeiros deverão estimar sua altura para saber se, na queda, ela não atingirá as casas vizinhas. Qual é a altura aproximada da árvore?

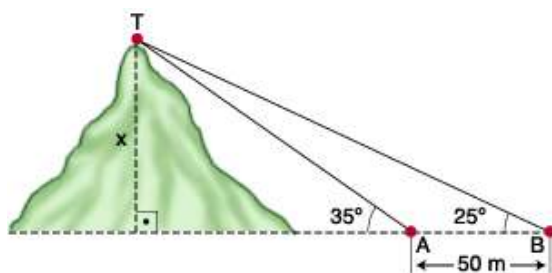


7. Para obter a altura do morro, os técnicos mediram os ângulos \widehat{OAT} e a distância AB , como mostra a figura.

a) Represente por y a medida desconhecida de OA . Escreva uma fórmula relacionando x com y . Informação: $\text{tg } 35^\circ = 0,70$.

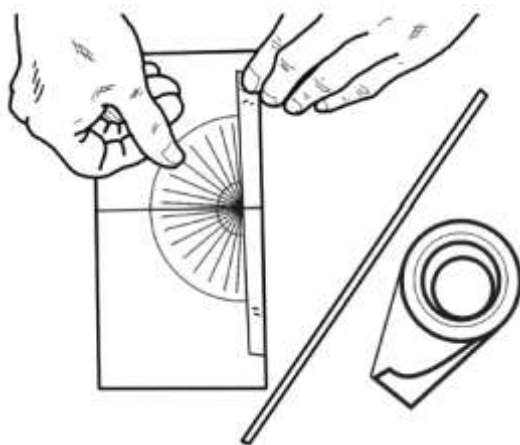
b) No triângulo retângulo BOT , temos:

Agora são duas equações relacionando as incógnitas x e y . Resolva esse sistema e encontre a altura do morro.



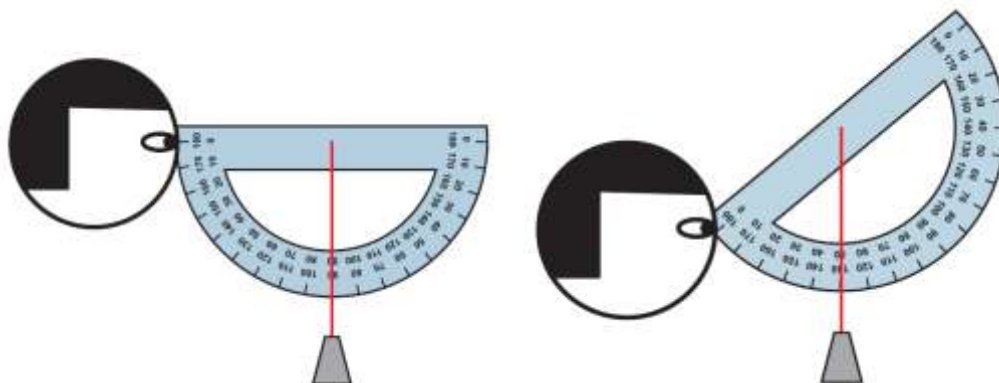
3ª etapa:

Na terceira etapa, os alunos construirão o teodolito rústico para fazer medições maiores. O professor deve mostrar o vídeo do youtube encontrado no endereço eletrônico <http://www.youtube.com/watch?v=jivQJZlbCBY>. O professor deve acompanhar a construção do teodolito na sala de aula.



4ª etapa:

Nesta etapa, os alunos farão medições na sala de aula, no pátio, na quadra e na rua usando o teodolito construído por eles, aplicando os conhecimentos a situações reais.



Pode-se propor que os alunos elaborem situações-problemas que possam ser resolvidas com a aplicação de teodolitos, bem como poderá incentivar os alunos a pesquisar outras normas indicadas pela ABNT as quais tratam de situações técnicas envolvendo a inclinação, como, por exemplo, as relacionadas à construção de vias urbanas. Essa tarefa deverá ser complementada pela elaboração dos procedimentos para solução dos problemas.

Essa tarefa de criação de situações-problema, também possibilita um vínculo interdisciplinar, pois em conjunto com professores de Português, Física ou Ciências, estes poderão contribuir na elaboração das atividades.

3. Avaliação:

A avaliação do processo consiste na auto-avaliação e/ou avaliação mútua. A avaliação dispensa qualquer processo formal, tais como: nota, exames, etc.. Além do mais, neste processo, tanto o professor quanto o aluno saberão suas dificuldades e, também seus progressos. O professor pode observar a evolução do aluno, isto é, se ele construiu seu conhecimento com relação ao que se propõe.

A avaliação levará em conta a participação de cada aluno na execução de cada tarefa proposta, tentativa de resolução dos exercícios de fixação e entendimento do aluno perante os conteúdos apresentados.

4. Referências:

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília – DF: MEC/SEF, 1998.

STOLF, Denise Ortigosa, **Relações trigonométricas nos triângulos**. Disponível em: <http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/denise_matematica_8a_serie_relacoes_trigonometricas_nos_triangulos.pdf> Acesso em: 30 out. 2011.

Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo. Disponível em: <www.rpacisbh.com.br/temporaria/RazoesTrigonometricas-8.ppt> Acesso em: 30 out. 2011.

Noé, Marcos. **Trigonometria no triângulo retângulo**. Disponível em: <<http://www.brasilecola.com/matematica/trigonometria-no-triangulo-retangulo.htm>> Acesso em: 30 out. 2011.

Teodolito Rústico. Disponível em: < <http://www.youtube.com/watch?v=jivQJZlbCBY>> Acesso em: 30 out. 2011.

Avaliação da Execução do Plano de Trabalho 2

Pontos Positivos:

- ✓ Aula mais atrativa com o auxílio do Régua e Compasso,
- ✓ Atividade prática de construção do teodolito e do copo com canudo.
- ✓ Trabalho em equipe, que promoveram a criatividade, reflexão e construção críticas;

Pontos Negativos:

- ✓ Dificuldades em utilizar o laboratório de informática com a finalidade proposta, pois o mesmo não tinha o software instalado, por tanto tive que instalá-lo em todas as máquinas.
- ✓ Faltou por parte dos alunos o pré-requisito da propriedade fundamental das proporções, por tanto acredito que deveria ter feito uma revisão no início deste plano de trabalho.

Alterações:

✓ Acrescento em meu plano de trabalho, uma revisão de proporcionalidade.

✓ Impressões dos alunos:

✓ Os alunos gostaram das aulas diferenciadas, e perguntavam “É assim que calcula a altura de um morro grande?”

✓ Acredito que o que mais gostaram foi do trabalho de construção do teodolito.

✓ Quando falei sobre produto dos meios é igual ao produto dos extremos, me perguntaram?:” O que é produto, professora?”

✓ Comentaram:” Ah! Então aquele instrumento que sempre vejo em obras nas ruas é para medir ângulos?