FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ
Colégio: CIEP 210 – MÁRIO ALVES DE SOUZA VIEIRA.
Professora: LUCIANA SAMPAIO REIS.
Série: 9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL
Tutora: ANA PAULA CABRAL COUTO PEREIRA.

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2

Razões trigonométricas no triângulo retângulo, circunferência e círculo

Pontos positivos

Ao elaborar detalhadamente um plano de aulas sobre razões trigonométricas, círculo e circunferência, percebi que as aulas podem ficar muito mais interessantes e despertar um maior interesse dos alunos. O trabalho em grupo propiciou uma participação ativa e consequentemente um aprendizado surpreendente. O campo geométrico sempre foi "pra mim" de um entendimento maior, o que já não acontecia com os alunos. Com as novas dicas do curso e as pesquisas incessantes em livros, consegui fazer com que eles realizassem uma investigação mais autônoma.

Ao mostrar para os alunos que a matemática nos rodeia o tempo todo, percebi que a matemática e o entendimento podem caminhar juntos. É só pesquisar.

Alterações

Ao remodelar o plano de trabalho vi que poderia me empenhar melhor no planejamento das razões trigonométricas, e começar com um conceito intuitivo em relação ao assunto.

Pontos negativos

Como pontos negativos, a pouca quantidade de tempos para matemática faz com que acabemos enxugando um pouco o conteúdo e trabalhando superficialmente. Volto a questionar também a deficiência com os computadores, impedindo ao professor de apresentar outros instrumentos de aprendizado.

Impressões dos alunos

Eles se alvoroçam todas as vezes que trago algo de diferente para a escola, mesmo um simples papel quadriculado, calculadoras e réguas. Escutei do coordenador de turno certo dia “hoje a aula foi realmente boa. Eles passaram pelo corredor comentando”.

IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 2 REMODELADO

Razões trigonométricas no triângulo retângulo, circunferência e círculo

Introdução

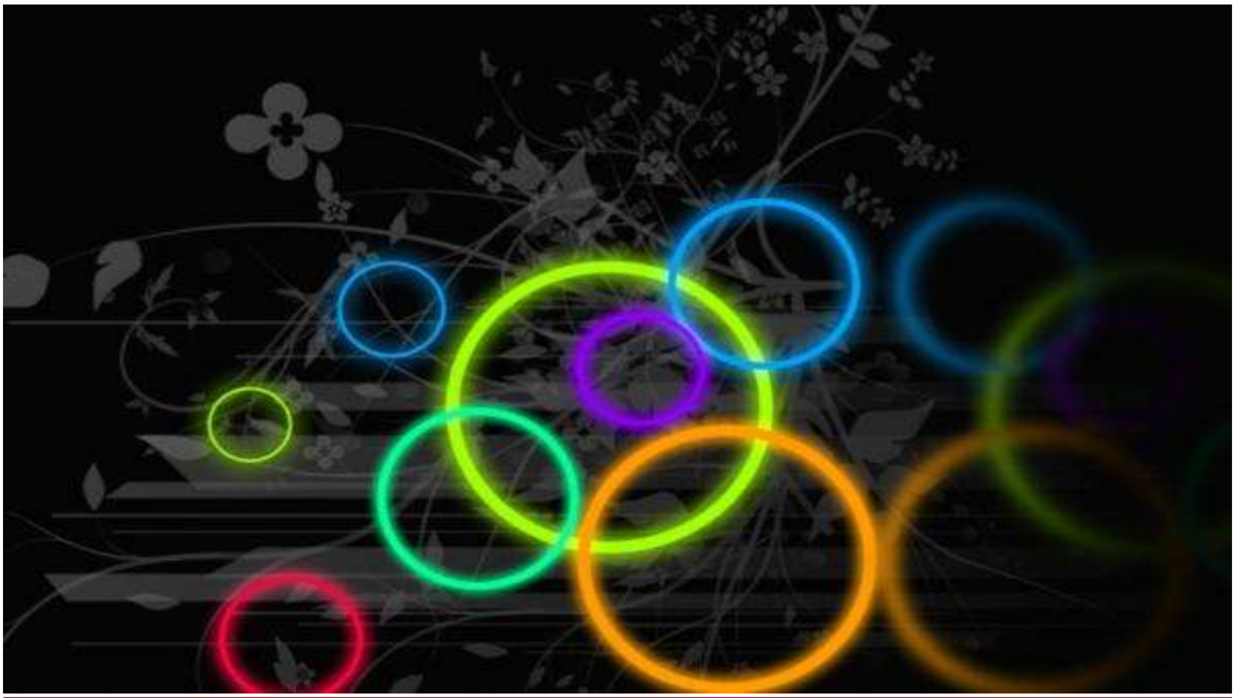
Ao iniciarmos o estudo das Razões trigonométricas no triângulo retângulo, circunferência e círculo (conceitos e linguagens), vamos estudar este assunto que nasceu da necessidade que o ser humano tinha de entender o mundo ao seu redor e de vencer desafios que exigiam medições de grandes distâncias e orientação para se aventurar por terras e mares desconhecidos.

Para dar início aos conteúdos, selecionaremos exemplos de objetos onde vemos claramente a diferença entre círculo e circunferência; e a diferença em subidas mais ou menos íngremes para razões trigonométricas.

Ao explorar os conceitos de circunferência e círculo e razões trigonométricas, espera-se que os alunos possam ampliar e aprofundar noções geométricas e métricas em figuras planas e figuras não-planas, calcular as razões trigonométricas dos ângulos notáveis, refletir sobre a resolução de um problema, diferenciar circunferência de círculo, reconhecer em uma circunferência o diâmetro, o raio e a corda, relacionar os elementos de uma circunferência.

Como indicadores de avaliação, o aluno deverá ser capaz de calcular o comprimento de uma circunferência, área de um círculo, fazer cálculos com o número pi, identificar e conceituar corda, diâmetro e raio; o reconhecimento das razões trigonométricas no triângulo retângulo; identificação dos ângulos notáveis; aplicação das razões trigonométricas dos ângulos notáveis, de comprimento e área de circunferência e círculo em problemas.

Desenvolvimento



http://www.noticiasnumclick.com.br/wp-content/uploads/circunferencias-coloridas1.jpg

Atividade 1 – **CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO**

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Assunto:** Circunferência e círculo.
- **Objetivos:** Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos.
- **Pré-requisitos:** Nenhum.
- **Material necessário:** Folha de atividades, compassos, cópias da imagem do abalo sísmico no Brasil, quadro e giz.
- **Organização da classe:** Individual.
- **Descritores associados:** H09

Metodologia adotada:

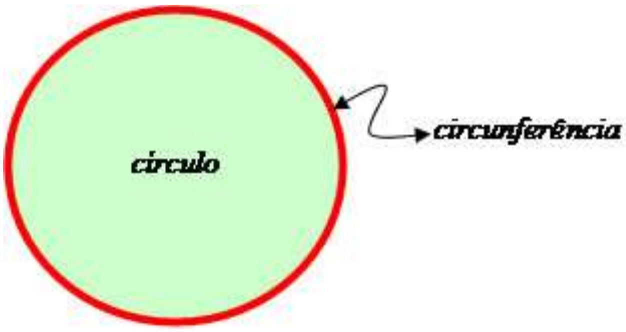
Rodas, bordas de xícaras, CDs, rodas-gigantes, moedas; as formas circulares aparecem com frequência nas construções e nos objetos presentes em nosso mundo.

http://teatrosaladistar.com/amamaia/frutos-espelho/justaposto

http://virtualtuningdesigners.blogspot.com.br/p/pecas-para-vt avulsas.html

http://economia.culturamix.com/blog/wpcontent/uploads/2010/06/Moedas.gif

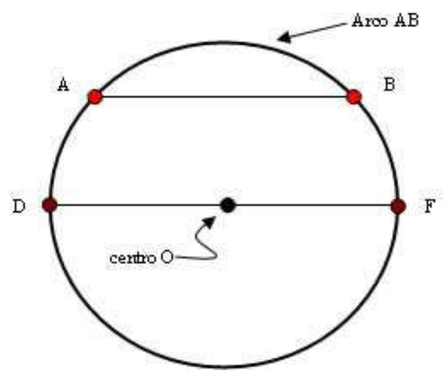
Podemos definir o círculo como a região interna da circunferência. A circunferência limita o círculo, observe a ilustração a seguir:



Circunferência é uma linha formada por todos os pontos do plano que estão a uma mesma distância de um ponto fixo, que é o centro da circunferência. Juntando à circunferência os pontos do seu interior, obtemos um **círculo**.

- ***Elementos de um círculo ou circunferência***

Dada uma região circular, podemos ter: raio, diâmetro, corda, centro. Veja a figura:



- segmento de reta AB: ***corda*** (segmento que parte de um ponto ao outro da circunferência)
- segmento de reta DF: ***diâmetro*** (corda que passa pelo centro do círculo)
- segmento de reta OF e OD: ***raio*** (segmento de reta que liga o centro a um ponto da circunferência)

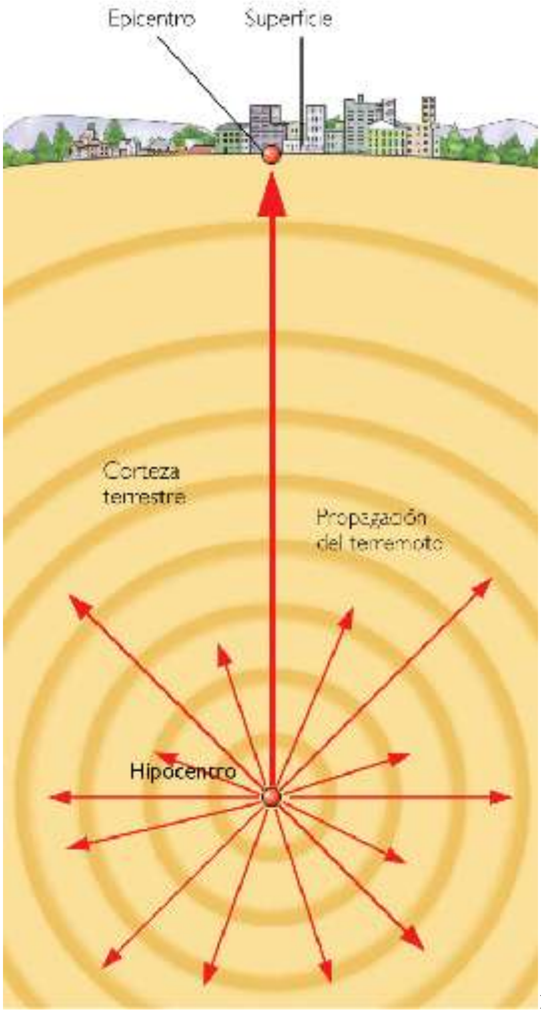
Para construir circunferências, utilizamos o instrumento chamado ***compasso***.

Aprendendo a construir circunferências

O aluno deverá ser capaz de construir circunferências a partir de medidas estipuladas de raio e diâmetro.

Terremotos, também chamados de abalos sísmicos, são tremores passageiros que ocorrem na superfície terrestre. Esse fenômeno natural pode ser desencadeado por fatores como atividade vulcânica, falhas geológicas e, principalmente, pelo encontro de diferentes placas tectônicas.

O local onde há o encontro entre as placas tectônicas é chamado de hipocentro (no interior da Terra) e o epicentro é o ponto da superfície acima do hipocentro. As consequências podem ser sentidas a quilômetros de distância, dependendo da proximidade da superfície que ocorreu a colisão (hipocentro) e da magnitude do terremoto.



Demonstração do hipocentro (foco) e do epicentro de um terremoto http://www.caldeiraodosevero.com/2010/04/terremoto-de-49-graus-de-magnitude.html#ixzz280S5CWPw

1 - Considerando que o abalo foi sentido somente na área rosada, qual cidade no mapa não sofreu com o terremoto?

2 – Utilizando uma régua e adotando a medida em centímetros, qual o maior raio de abrangência do abalo?

Atividade 2 – **Círculo e circunferência**

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Assunto:** Círculo e circunferência
- **Objetivos:** Reconhecer algumas relações no círculo.
- **Pré-requisitos:** Elementos da circunferência.
- **Material necessário:** Folha de atividades, quadro e giz, CDs velhos, moedas, tampas e latas de achocolatado, pires, calculadoras e fitas métricas.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (3 ou 4 alunos)
- **Descritores associados:** H09

<u>Metodologia adotada</u>:

Nesta aula, a intenção é que os alunos aprendam a relação entre diâmetro e circunferência e o valor aproximado do número irracional pi.

Pedir aos alunos que construam uma tabela como o modelo abaixo.

objeto medido	medida da circunferência	medida do diâmetro	$\frac{C}{d}$ = ?
moeda			
pires			
tampa			

(Espera-se que os alunos encontrarem valores aproximados a 3,1)

Há mais de 2000 anos o ser humano descobriu uma relação entre a medida do comprimento de uma circunferência (**C**) e a medida de seu diâmetro (**d**).

Durante séculos os seres humanos tentaram encontrar um valor exato para esse número. Primeiramente usaram fração, depois a forma de um número decimal. Mas não tiveram êxito. A expressão decimal que eles encontraram era um número que continuava sempre:

C = d . 3,14159265358979323846...

Para evitar o uso dessa forma decimal complicada foi adotado o símbolo π (pi). Assim a fórmula que representa a relação entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do diâmetro é :

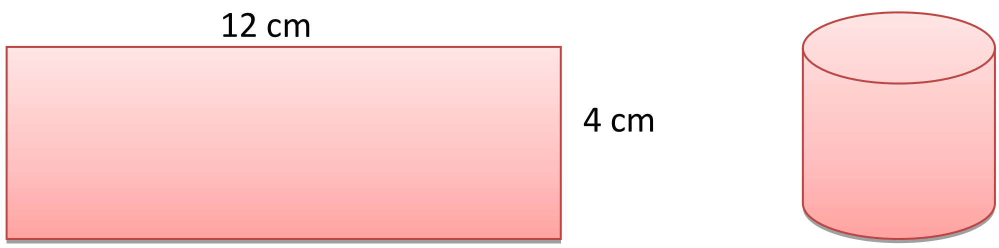
$C = \pi d$ ou ainda $C = 2\pi r$ (a medida do diâmetro é o dobro da medida do raio)

Sim, é útil e fácil memorizar um número grato aos sábios.

3, 1 4 1 5 9 2 6 5 3 6

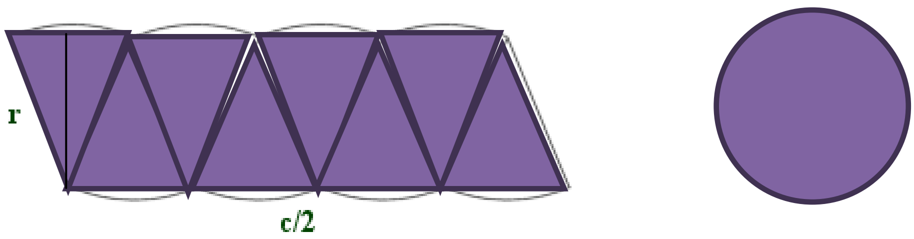
Maravilhas da Matemática de Malba Tahan

- Qual é o comprimento aproximado de uma circunferência cujo diâmetro mede 8,5 cm?
- A roda de uma bicicleta tem diâmetro 70 cm. Qual é o comprimento em metros da circunferência dessa roda? Quantos metros ela percorre dando 20 voltas e meia? *(100cm = 1m)*
- Com uma região retangular de 12 cm por 4 cm é possível montar um cilindro aberto, conforme mostra a figura. Calcule a medida do diâmetro da base do cilindro correspondente?



- Silvana dá 10 voltas em torno de uma praça circular e percorre 3140 m. Qual é a medida do raio dessa praça?

Área do círculo



Podemos encontrar a área do círculo partindo da aproximação de áreas já conhecidas. A área do paralelogramo por exemplo.

- ✓ Recorte em papel sulfite um círculo de 5 cm de raio.
- ✓ Divida-os em doze partes iguais.
- ✓ Recorte e cole cada uma dessas doze partes sobre uma outra folha de papel, obtendo a forma acima.

A superfície do círculo traçada foi reorganizada, mas conservada.

Repare que a área do círculo se aproxima da área de um paralelogramo.

A área do círculo seria igual à área do paralelogramo com comprimento ***C/2*** (metade do comprimento da circunferência do círculo) e altura ***r*** (raio do círculo).

A área do paralelogramo é obtida multiplicando a medida do comprimento pela medida da altura.

$A = \frac{C}{2} . r$, com C = 2.π.r,

$$A = \frac{2.\pi.r}{2} . r$$

$$\boldsymbol{A = \pi r^2}$$

Obtivemos a fórmula da área do círculo de raio r.

$$A = \pi r^2$$

- Calcule a área aproximada do círculo de raio igual a 5cm. Considere $\pi = 3{,}14$
- Um CD tem 12 cm de diâmetro. Calcule sua área.

Atividade 3 – **RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS**

- **Duração prevista:** 200 minutos
- **Assunto:** Razões trigonométricas no triângulo retângulo
- **Objetivos:** relacionar cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa; entender os conceitos de seno cosseno e tangente e a utilização dos ângulos notáveis.
- **Pré-requisitos:** Semelhança de triângulos, teorema de Pitágoras.
- **Material necessário:** Folha de atividades, papel quadriculado, calculadora, quadro, giz e réguas.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (3 ou 4 alunos)
- **Descritores associados:** H12

Metodologia adotada:

Muitas situações que envolvem medidas de lados e de ângulos em um polígono são resolvidas com a trigonometria.

A palavra trigonometria é formada por três radicais gregos:

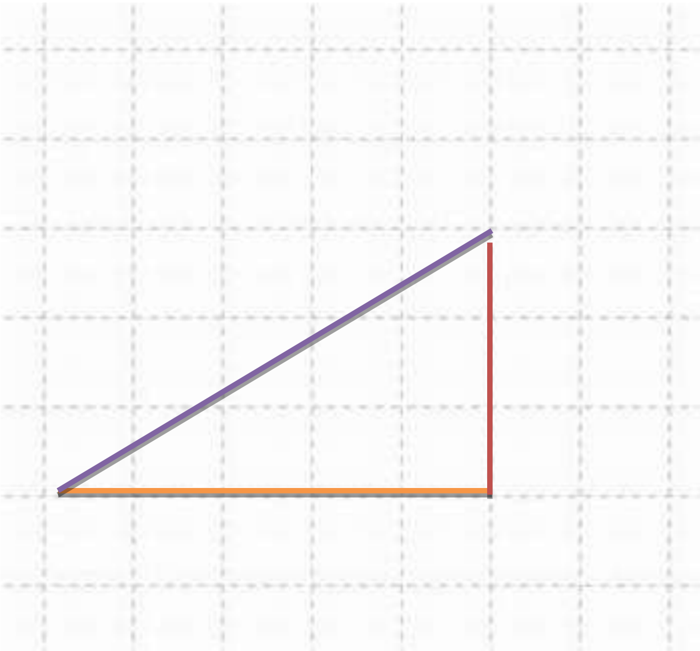
Tri = três **gonos = ângulos** **metron = medir**

Parte 1

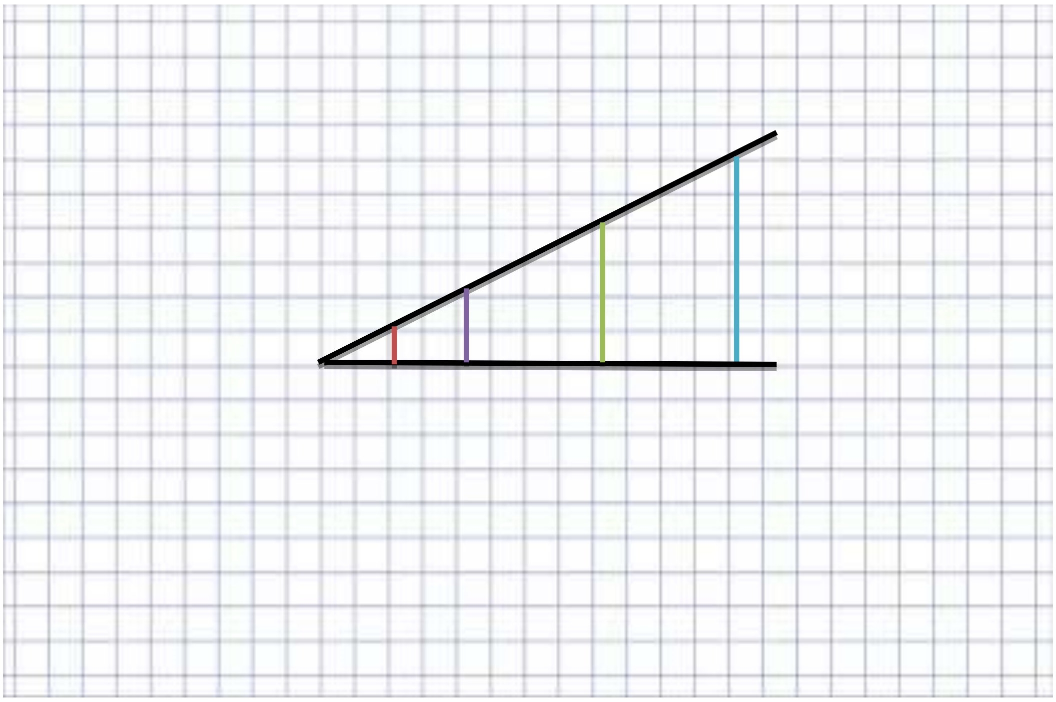
Neste momento estudaremos o conceito intuitivo da trigonometria nos triângulos e suas aplicações.

Usando o papel quadriculado, construir diversas rampas como o modelo abaixo, onde:

P = percurso **H = altura** **A = afastamento**



Nesses modelos, analisaremos quando uma subida é mais ou menos íngreme, ou seja calcularemos o índice de subida.



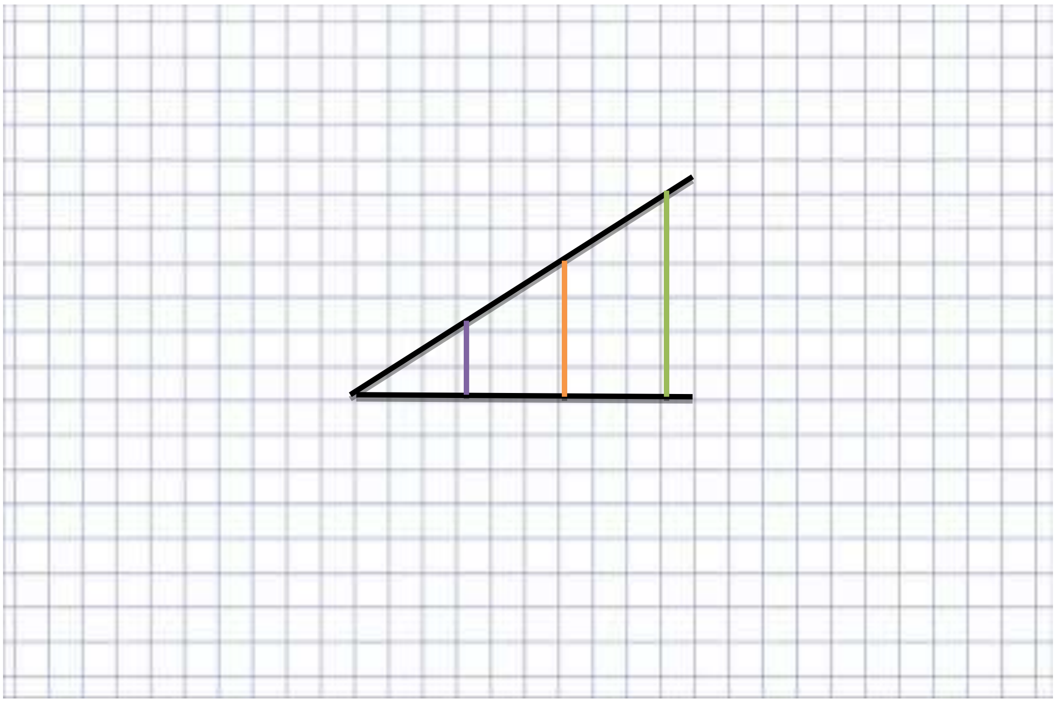
$$A = \frac{1}{2} \quad B = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad C = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad D = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

O que você pode observar em relação ao ângulo de inclinação (abertura)?

$$\text{índice de subida} = \frac{\text{altura}}{\text{afastamento}}$$

Mantendo sempre a mesma trajetória, vemos que a razão entre a altura (h) e o afastamento (a) é sempre o mesmo = índice de subida.

Agora, qual é o índice de subida encontrado nos três casos abaixo?

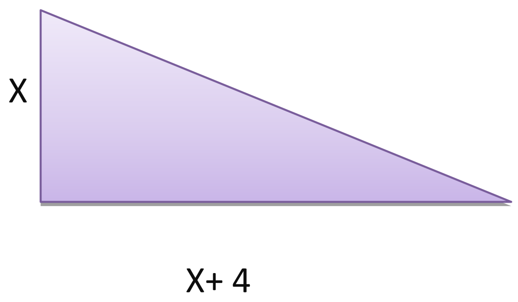


$$\mathbf{A} = \frac{2}{3} \qquad \mathbf{B} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \qquad \mathbf{C} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Comparando os dois índices, mesmo sem conhecer os ângulos, qual das rampas é mais íngreme?

$$\frac{1}{2} > \frac{2}{3}$$

Calcule o valor de x em cada uma das rampas abaixo.



(índice de subida : $\frac{3}{5}$)

Parte 2

AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Existe um valor constante obtido pela razão entre as medidas da altura e do afastamento, que é conhecido por índice de subida ou por **tangente de α**

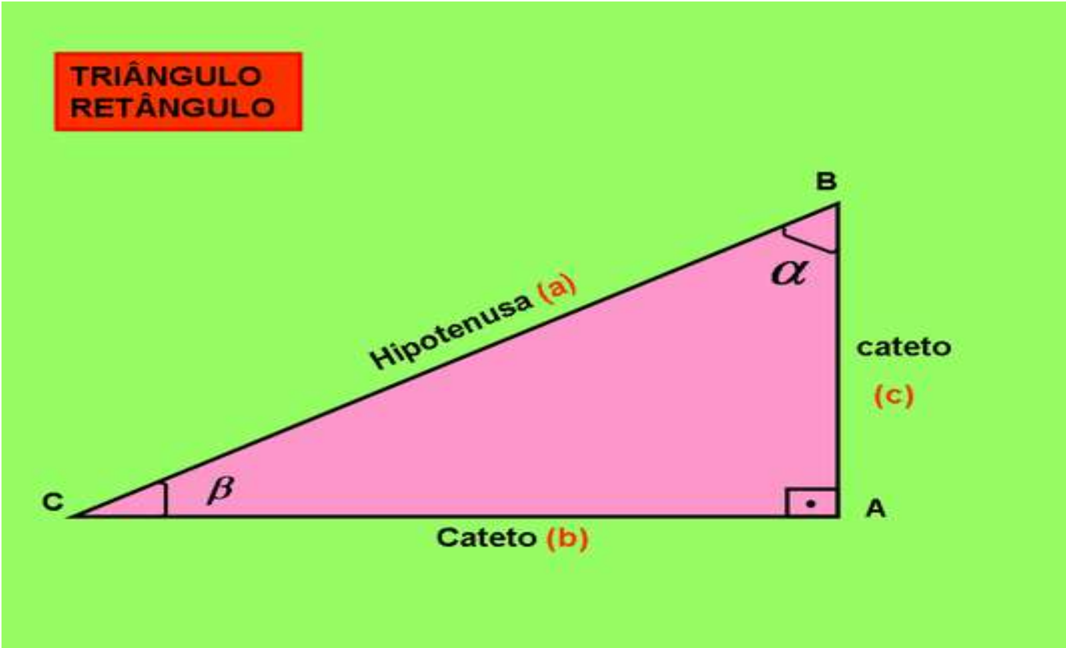
Tangente de um ângulo de subida : tg α.

$$\text{índice de subida} = \frac{\text{altura}}{\text{afastamento}} = tg\ \alpha$$

Além desse valor, podemos determinar o **seno de α** e o **cosseno de α**. Assim como a **tangente de α**

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{\text{altura}}{\text{percurso}} \qquad \cos\alpha = \frac{\text{afastamento}}{\text{percurso}}$$

Definição de seno, cosseno e tangente



Em relação ao ângulo α

Cateto oposto = cateto b

Cateto adjacente = cateto c

Em relação ao ângulo β

Cateto oposto = cateto c

Cateto adjacente = cateto b

Definição de seno, cosseno e tangente

- **Seno** de um ângulo agudo

$$\text{Sen}(\alpha) = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$$

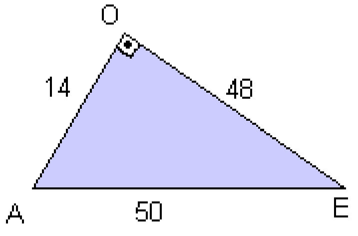
- **Cosseno** de um ângulo agudo

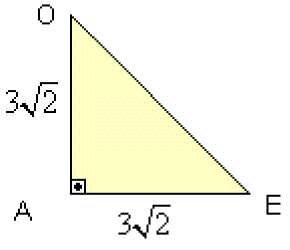
$\text{Cos}(\alpha) = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$

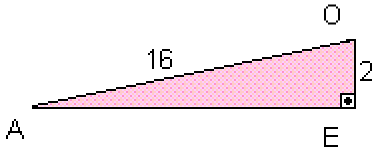
- **Tangente** de um ângulo agudo

$\text{Tg}(\alpha) = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$

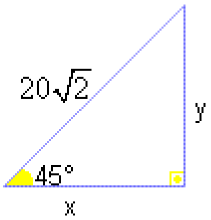
1) Nos triângulos das figuras abaixo, calcule tg Â, tg Ê, tg Ô:

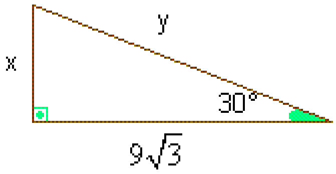






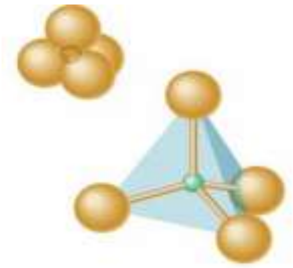
2) Encontre os valores de **x** e de **y** nos triângulos:





Razões trigonométricas para ângulos de 30º, 45º e 60º

Os ângulos de medidas 30º, 45º e 60º são largamente utilizados em estudos matemáticos em também em outras ciências, com a física e a química. Por isso, merecem um tratamento especial.

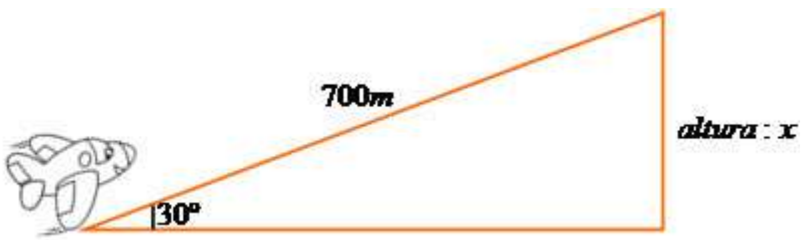


http://4.bp.blogspot.com/_Ass4GXUO6X8/Sc8VlH2Kh4I/AAAAAAAAAXw/xrgG5c26YLs/s400/teta.bmp

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

- A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 8 cm e um de seus ângulos mede 60°. Calcule a medida do cateto adjacente ao ângulo dado.

- Um avião, ao decolar, sobe formando com a pista um ângulo de 30°. Após percorrer 700 metros, qual a altura em que ele se encontra do solo? Observe o desenho do esquema



AVALIAÇÃO

Quando houver a possibilidade de usar meios de multimídia, seria interessante o acesso com os alunos dos sites: http://www.youtube.com/watch?v=IEucccdZ2P0 que envolve cálculo de comprimento da circunferência contextualizado e

http://www.youtube.com/watch?v=sY1IB8YalOQ que exemplifica claramente a diferença entre círculo e circunferência.

O trabalho em grupo ajuda muito no aprendizado e no cooperativismo entre os alunos.

Referências bibliográficas

- Projeto Araribà: Matemática / obra coletiva. São Paulo: Editora Moderna, 2006.
- IEZZI, GELSO. Matemática e Realidade: 9º ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antônio Machado. São Paulo: Atual, 2009.
- PAIVA, Manoel. Matemática Paiva – São Paulo: Moderna, 2009.
- DANTE, Luiz Roberto / Luiz Roberto Dante – São Paulo: Ática 2009.
- IEZZI, DOLCE, DEGENSZAJN, PÉRIGO, ALMEIDA. Matemática: Ciências e aplicações, 1: ensino médio / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo, Nilze de Almeida. São Paulo: Saraiva 2010.
- http://www.youtube.com/watch?v=IEucccdZ2P0
- http://www.youtube.com/watch?v=sY1IB8YalOQ
- http://www.brasilescola.com/matematica/circulo-ou-circunferencia.htm
- http://www.youtube.com/watch?v=r16Aw0wWGxU
- http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28649

"para Tales a questão primordial não era o que sabemos, mas como sabemos''.