

**MARCUS VINICIUS DIONISIO DA SILVA - Angra dos Reis**

## **PLANO DE AULA**

ASSUNTO:



### **1. INTRODUÇÃO:**

Com interesse de ir além de um ensino tradicional, pois os alunos em sua maioria têm grandes dificuldades em diferenciar círculo de circunferência.

#### **1.1. Objetivos Gerais:**

Este plano de aula tem por objetivo geral analisar as dificuldades dos alunos em interpretar, distinguir e resolver situações de círculo e circunferência.

#### **1.2. Objetivos Específicos:**

Construir junto com os alunos as diferenças entre círculo e circunferência, e mostrar que esse conteúdo está presente em várias situações do nosso cotidiano e pode ser observado e aplicado através de problemas contextualizados.

### **2. DESENVOLVIMENTO:**

1º Análise do abstrato: Mostrar imagens que contêm círculo e circunferências, questionar os alunos com relação às semelhanças que estão encontrando nas imagens;

2º Análise do concreto: Pelo menos um objeto concreto referente ao círculo e outro à circunferência. (preferência por objetos que constem das imagens apresentadas na 1ª parte).

3º Construção: Através do concreto ficará mais fácil perceber a diferença entre círculo e circunferência. Os próprios alunos irão responder.

4º Entendimento: A aprendizagem obtida pode usar questões dos livros didáticos, pois será possível o entendimento de situações concretas e também sem a visualização dos mesmos. Nessa etapa é possível compreender que na circunferência achamos o *comprimento* (perímetro) e através do círculo calculamos a *área*.

5º Cálculos:

Circunferência - comprimento (perímetro): É o conjunto de todos os pontos de um plano eqüidistantes de um ponto fixo, desse mesmo plano, denominado centro da circunferência.

O perímetro da circunferência é calculado pela fórmula:

$$\frac{C}{D} = \pi \Rightarrow C = D \cdot \pi \Rightarrow C = 2r\pi \Rightarrow \boxed{C = 2\pi r}$$

Círculo – Área: É o conjunto de todos os pontos de um plano cuja distância a um ponto fixo **0** é menor ou igual que uma distância **r** dada.

A área do círculo é calculada pela fórmula **A =  $\pi \times r^2$** , na qual “pi” é o valor constante de 3,1416 e **r** é o raio do círculo.

## 2.3. Exemplos de imagens:

### 2.3.a. Círculo



### 2.3.b. Circunferência



### 3. AVALIAÇÃO:

Solicitar que os próprios alunos descrevam com suas palavras o que entenderam sobre a aula.

#### 3.1. Atividades:

##### 3.1.a Distinguir:

- a) Analise as figuras quais são consideradas círculos ou circunferências?



##### 3.1.b Analise e cálculos

- a) Pesquisar alguns modelos de bicicletas, registrando os diâmetros das rodas de cada modelo. Construir uma tabela indicando esses diâmetros e os respectivos perímetros, calculados a partir da fórmula que foi deduzida em sala de aula.
- b) Sendo  $\pi = 3,1416$ ; calcule a área do círculo com diâmetro de 20 cm?
- c) Um menino amarra uma pedra em um barbante e começa a girá-la, formando a linha de uma circunferência com raio igual a 60 cm. Qual é a distância percorrida pela pedra durante uma volta completa?

#### 3.2. Conclusões:

Mediante os procedimentos e participação dos alunos, nas atividades, os indicadores para a avaliação poderão ser:

- O aluno soube identificar circunferência e círculo?

- O aluno soube representar os elementos da circunferência e as regiões do círculo?
- O aluno soube efetuar cálculos relacionados ao círculo e à circunferência?

#### **4. Recursos:**

Livro didático: BONJORNIO, J. R. *et alii. Matemática: fazendo a diferença*. 1ª Edição. São Paulo: FTD, 2006. 4 v.

Materiais diversos: Régua; Compasso; Objetos concretos.

Sites:

<http://www.coladaweb.com/matematica/circunferencia>

<http://educacao.uol.com.br/planos-aula/fundamental/matematica-perimetro-do-circulo.jhtm>

## Plano de Aula 2

*Assunto: Relações trigonométricas no triângulo retângulo.*

---

### 1. Introdução:

Com interesse de ir além de um ensino tradicional, já que os alunos em sua maioria apresentam grandes dificuldades em analisar e resolver questões contextualizadas referente às relações trigonométricas nos triângulos retângulos.

#### 1.1 Objetivos gerais:

Este plano de aula tem por objetivo analisar as dificuldades dos alunos em interpretar e resolver situações de relações trigonométricas no triângulo retângulo.

#### 1.2 Objetivos específicos:

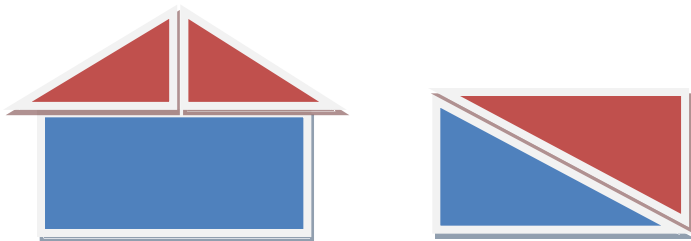
Construir junto com os alunos triângulos retângulos e mostrar as relações existentes nos mesmos. Através disso, poderemos resolver problemas contextualizados envolvendo seu cotidiano.

### 2. Desenvolvimento:

#### 2.1 Ações

##### 1º - Análise do abstrato

Mostrar imagens que contêm triângulos retângulos e questionar os alunos sobre a semelhança dos mesmos.



##### 2º - Análise do concreto

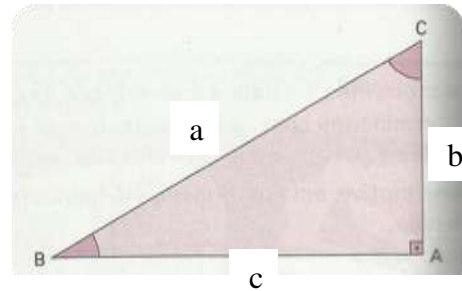
Pelo menos um objeto concreto referente à triângulo retângulo (de preferência objetos que constem das imagens apresentadas).



##### 3º - Construção

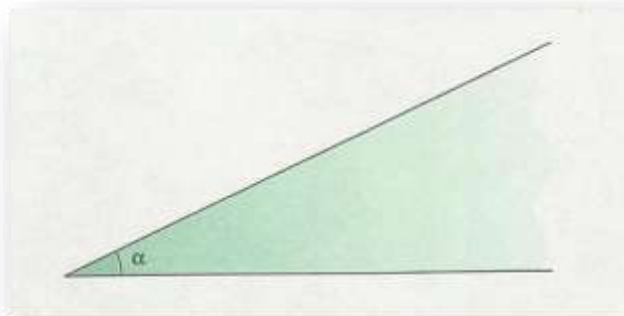
Através do concreto ficará mais fácil perceber os elementos de um triângulo retângulo.  
Ex.: No triângulo retângulo ABC, destacamos:

- \*  $\overline{BC}$  é a hipotenusa;
  - \*  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  são os catetos;
  - \*  $a$  é a medida da hipotenusa (oposto ao ângulo de 90°);
  - \*  $b$  e  $c$  são as medidas dos catetos.
- Referente aos ângulos  $\widehat{B}$  e  $\widehat{C}$ , temos:
- \*  $\overline{AC}$  é o cateto oposto ao ângulo  $\widehat{B}$ ;
  - \*  $\overline{AB}$  é o cateto adjacente ao ângulo  $\widehat{B}$ ;
  - \*  $\overline{AB}$  é o cateto oposto ao ângulo  $\widehat{C}$ ;
  - \*  $\overline{AC}$  é o cateto adjacente ao ângulo  $\widehat{C}$ .

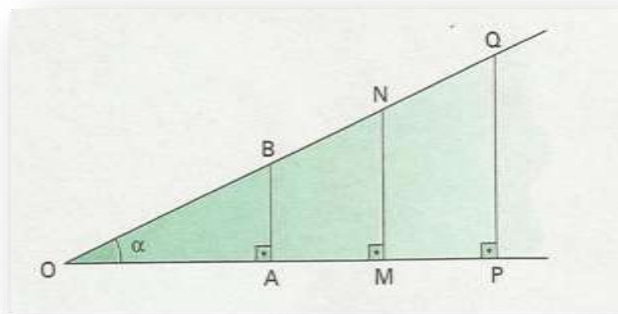


#### 4ª Cálculos

Vamos considerar uma rampa na qual destacamos o ângulo de medida *alfa*, chamado ângulo de subida.



Sobre um dos lados da rampa marcamos os pontos **B**, **N**, e **Q**, e por esses traçamos perpendiculares sobre o outro lado.



Por semelhança de triângulos notamos que:

$$\triangle OAB \sim \triangle OMN \sim \triangle OPQ \sim \triangle \dots$$

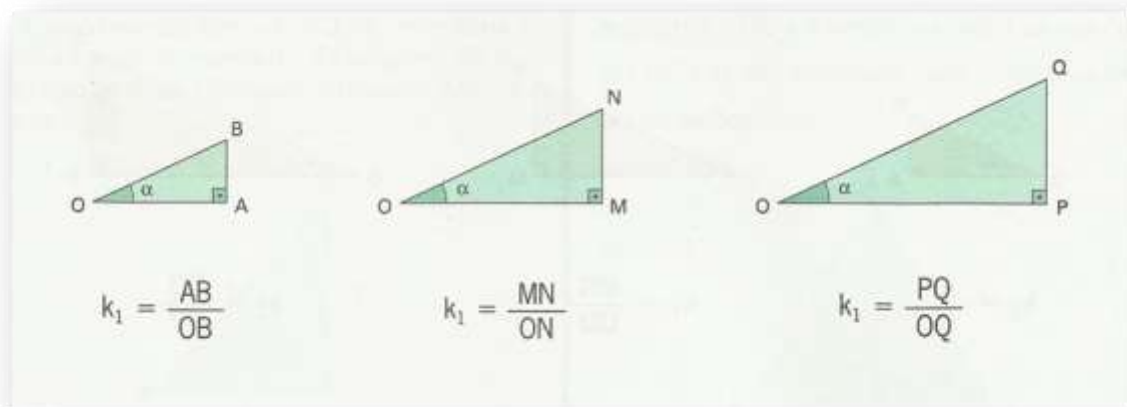
Podemos então estabelecer as seguintes razões:

$$\frac{AB}{OB} = \frac{MN}{ON} = \frac{PQ}{OQ} = \dots = K1 \text{ (constante)}$$

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OM}{ON} = \frac{OP}{OQ} = \dots = K2 \text{ (constante)}$$

$$\frac{AB}{OA} = \frac{MN}{OM} = \frac{PQ}{OP} = \dots = K3 \text{ (constante)}$$

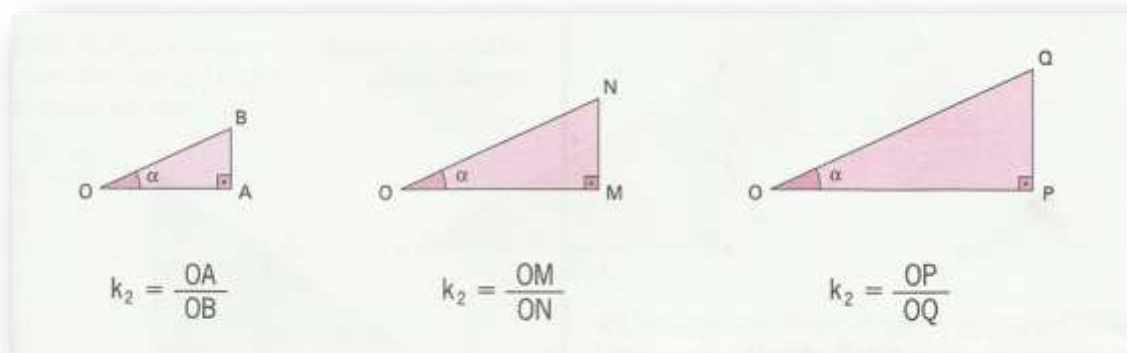
O número **k1** é chamado **seno do ângulo agudo  $\alpha$**  e representa a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo  $\alpha$  e a medida da hipotenusa em qualquer triângulo retângulo, conforme figuras seguintes, obtidas a partir da figura original:



$$\text{Seno do ângulo } \alpha = k \frac{AB}{OB} = \frac{MN}{ON} = \frac{PQ}{OQ}$$

**$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$**

O número **k2** é chamado cosseno do ângulo agudo  $\alpha$  e representa a razão entre a medida do cateto adjacente ao ângulo  $\alpha$  e a medida da hipotenusa em qualquer triângulo retângulo, conforme figuras seguintes, obtidas a partir da figura original:

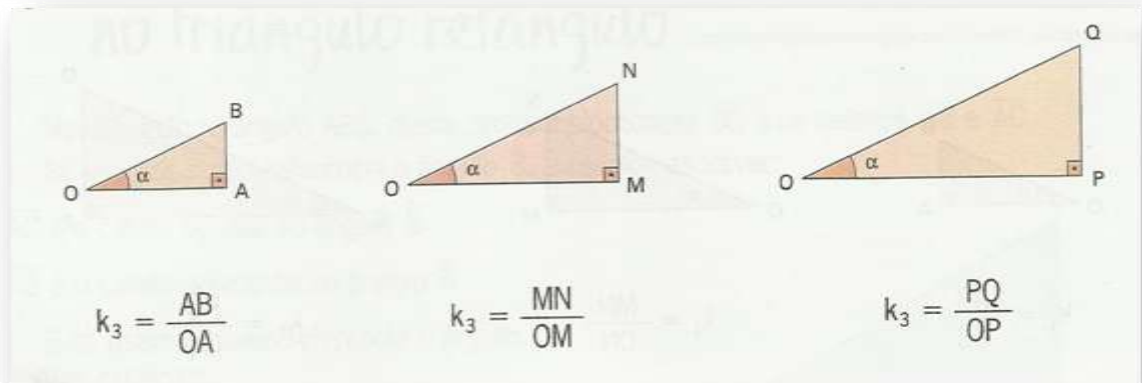


$$\text{Cosseno do ângulo } \alpha = K2 : \frac{OA}{OB} = \frac{OM}{ON} = \frac{OP}{OQ}$$

ou

$$\cos \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

O número **k3** é chamado tangente do ângulo agudo  $\alpha$  e representa a razão entre a medida do cateto oposto e a medida do cateto adjacente ao ângulo  $\alpha$  em qualquer triângulo retângulo, conforme figuras seguintes, obtidas a partir da original:



$$\text{tangente do ângulo alfa} = k \quad \frac{OA}{OB} = \frac{OM}{ON} = \frac{OP}{OQ}$$

ou

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{medida do oposto ao ângulo } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \alpha}$$

Os números **k1**, **k2**, **k3**, que expressam, respectivamente, o seno, o cosseno e a tangente do ângulo agudo  $\alpha$ , são denominados razões trigonométricas relativas ao ângulo  $\alpha$ .

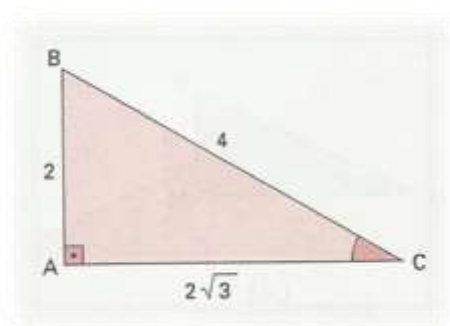


Na resolução de alguns problemas é mais conveniente usar os valores da seguinte tabela:

Ângulo	sen	cos	tg
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Por extensão de definição, consideramos:

Ângulo	sen	cos	tg
0°	0	1	0
90°	1	0	não existe



No exemplo seguinte, a aplicação dessas relações vistas.

No triângulo retângulo ABC da figura, calcular o valor do seno, do cosseno e da tangente do ângulo agudo C, considerando raiz quadrada de 3 = 1,73.

$$\text{Sen } C : \frac{\text{cateto oposto a } \hat{C}}{\text{hipotenusa}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\text{Cos } C : \frac{\text{cateto adjacente a } \hat{C}}{\text{hipotenusa}} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1,37}{2} = 0,86$$

Tag C =

$$\frac{\text{cateto oposto a } \hat{C}}{\text{cateto adjacente a } \hat{C}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1,73}{3} = 0,57$$

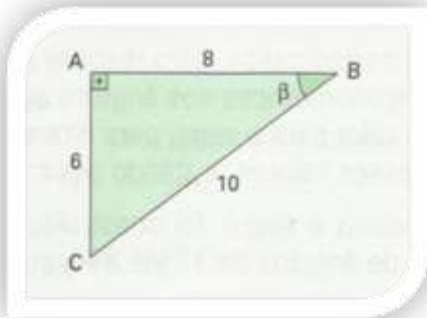
### 5º Entendimento

A aprendizagem obtida pode usar questões dos livros didáticos, pois será possível através dos triângulos retângulos perceberem seus elementos e aplicarem as relações trigonométricas na resolução dos exercícios propostos.

### 3- Avaliação

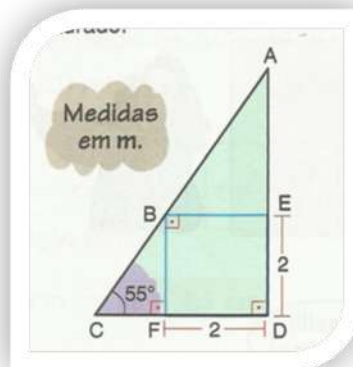
#### 3.1 Análises e cálculos:

1 – Determine o valor do seno, do cosseno e da tangente do ângulo B, no triângulo ABC. Dar os valores em decimal.



2- Na figura, ACD é um triângulo retângulo e BFDE é um quadrado (medida em metro).

Dados:  $\sin 55^\circ = 0,81915$ ,  $\cos 55^\circ = 0,57358$ ,  $\text{tg} = 1,42815$

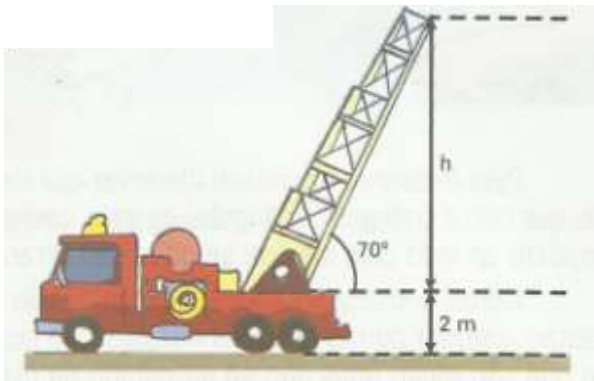


- a) Qual é a medida aproximada do cateto AD?
- b) Qual é o perímetro do triângulo ABE?
- c) Qual é a área do triângulo ACD?

3-Uma escada de um carro de bombeiros pode estender-se até um comprimento máximo de 30 m, quando é levantada a um ângulo máximo de  $70^\circ$ . Sabe-se que a base da escada

está colocada sobre um caminhão, a uma altura de 2 m do solo. Que altura, em relação ao solo, essa escada poderá alcançar?

(use:  $\sin 70^\circ = 0,94$ ;  $\cos 70^\circ = 0,34$ ;  $\operatorname{tg} 70^\circ = 2,75$ )



4-Determine a altura de uma árvore, sabendo que o ângulo em relação à horizontal, de onde o observador vê o topo da árvore, varia de  $30^\circ$  e  $45^\circ$  quando este avança 12 m em direção à base da árvore.

5 - Um helicóptero e um carro observam uma ambulância. O helicóptero está a 250 m de altura, e o carro, bem abaixo do helicóptero (no prumo). Do helicóptero, a ambulância é avistada segundo um ângulo de  $60^\circ$ . Qual a distância entre o carro e a ambulância?

(Dado:  $\operatorname{tg} 60^\circ = 1,73$ .)

6 - Dado um mapa tirado da internet, que visualiza os seguintes pontos referentes ao Colégio Estadual Arthur Vargas, a esquina do Centro Educacional Moraes Bastos e a plataforma de embarque situada no porto de Angra dos Reis. Onde entre os pontos forma um triângulo retângulo que mede do ponto A ao ponto C a distância de 600 m e do ponto C ao ponto B a distância é de 500m, assim dado os ângulos  $\angle ACB = 90^\circ$  e  $\angle CAB = 30^\circ$ , pergunta-se:

- Qual a distância em linha reta do Colégio Estadual Arthur Vargas à plataforma de embarque?
- Estimando-se uma velocidade de 12 km/h, qual o tempo gasto para se chegar do ponto B ao ponto A em linha reta?



### 3.2 Conclusão:

- \* Os alunos souberam identificar os elementos do triângulo retângulo.
- \* Os alunos souberam identificar as relações existentes no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
- \* Os alunos souberam efetuar cálculos relacionados ao triângulo retângulo e às aplicações no cotidiano.

### 4. Recursos:

Livros didáticos: Bonjorno & Ayrton. Matemática: Fazendo a Diferença Editora: FTD, 2006 – São Paulo / 9º ano Livro didático: Giovanni Castrucci / Giovanni Jr./ A Conquista da Matemática A + Nova Editora FTD - 8ª série.

<http://maps.google.com.br/>

## *Avaliação do Plano de Trabalho 2*

**Pontos positivos** – com a aplicação do plano de trabalho os alunos construíram o conhecimento e entenderam os conteúdos. Com o concreto os alunos entenderam os exercícios com mais facilidade. A participação foi mais efetiva e a colaboração dos mesmos se tornou maior. Com a participação do professor como mediador, os alunos entenderam o conteúdo de uma maneira mais eficaz e significativa, não decorando os exercícios como era de praxe mas sim, entendendo.

**Pontos Negativos** – os alunos precisam revisar conteúdos anteriores. Quanto ao referido Plano de Trabalho precisamos atentar aos conteúdos necessários para o entendimento do mesmo. Os alunos têm grande dificuldade com séries anteriores e com problemas contextualizados, pois trabalham há muito tempo decorando fórmulas.

**Alteração** - Minha alteração foi fazer uma breve revisão desses conteúdos e depois aplicá-los em uma aprendizagem mais abrangente.

**Observação dos alunos** – eles observaram que as aulas ficaram mais atrativas e poderiam participar da construção do conhecimento. Não ficaram apenas decorando fórmulas, sem saber a sua origem e a sua aplicabilidade. Eles observaram que a matemática tem aplicação no cotidiano, que todo o conteúdo é aplicável no dia-a-dia.