# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GIOVANNI JR. E CARTUCCI, José Ruy e Benedicto. *A Conquista da Matemática*. ed. São Paulo: FTD, 2009.

SMOLE E DINIZ, Kátia Stocco e Maria Ignez. *Matemática Ensino Médio*. ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

*Disponível pela internet nos sites abaixo e acessados em 15 de setembro de 2012.*
*http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/geometria/geom-circ/geom-circ.htm*
*http://www.brasilescola.com/matematica/circulo-ou-circunferencia.htm*
*http://www.gnosisonline.org/curiosidades/brincadeiras-esotericas/*

# AVALIAÇÃO

Nos instrumentos de avaliação serão observados os objetivos previstos e estes usados de forma criteriosa e coerente mediante os procedimentos e participação dos alunos nas atividades, atreladas aos descritores do Currículo Mínimo.

A avaliação permitirá uma visão mais detalhada sobre o processo de ensinar e aprender devendo ser considerada como elemento articulador do processo de ensino-aprendizagem e pelo acompanhamento que faz das ações pedagógicas e de seus resultados junto aos alunos. Estimula a apresentação de raciocínios, interpretações e argumentos em situações complexas e reais.

Pensando neste sentido que usaremos como instrumento de avaliação não apenas a verificação do aproveitamento do aluno por meio de testes e provas, que poderão ser dissertativas ou objetivas, mas também a partir de:

- Pesquisas realizadas durante as aulas e como tarefa de casa, como por exemplo, reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações **(H09);**
- Relatório dos conteúdos apreendidos durante as aulas;
- Trabalhos realizados individualmente ou em grupos, calculando um dos lados de um triângulo retângulo em problemas contextualizados ou não, com o auxílio do seno, cosseno ou tangente dos ângulos de 30º, 45° e 60° (**H12** /C1);
- Auto avaliação;
- Portfólio, onde os melhores trabalhos dos alunos sejam relacionados;
- Trabalhos em dupla e/ou grupo Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°) **(H12);**
- Atividades complementares com o auxílio do livro didático (C1) Diferenciando circunferência de círculo, (C2) Reconhecendo em uma circunferência o diâmetro, o raio e a corda, (C3) Relacionando os elementos de uma circunferência.

a) Qual deve ser o valor de x para que o ponto P seja externo à circunferência?

*Após a realização da atividade prática e das reflexões suscitadas pelo exercício, os alunos já devem perceber que o ponto P externo à circunferência pode assumir posições infinitas. Assim, podem inferir que, se o raio tem 10 cm, todos os pontos que passaram de 10 cm serão externos à circunferência; concluindo, portanto, que o ponto P será externo à circunferência quando x for maior que 10 cm.*

b) Qual deve ser o valor de x para que o ponto P seja interno à circunferência?

*Aqui, os alunos podem verificar que o ponto P interno à circunferência pode assumir múltiplas posições. Se o raio tem 10 cm, todos os pontos internos à circunferência necessariamente terão de ter menos de 10 cm. Portanto, o ponto P será interno à circunferência sempre que x for menor que 10 cm.*

c) Qual deve ser o valor de x para que o ponto P seja ponto da circunferência?

*Agora, os alunos verificam que o ponto P posicionado na circunferência também pode assumir múltiplas posições, mas sempre estando a uma mesma distância do centro O. Como viram que o raio é qualquer segmento que une o centro O a um ponto da circunferência, e no exercício é dado r=10 cm, logo concluirão que o ponto P será ponto da circunferência sempre que x for igual a 10 cm.*

6. Escolher três alunos: cada aluno vai representar algumas das possíveis posições que o ponto P pode assumir de acordo com uma das três condições (externo à circunferência, interno à circunferência, um ponto da circunferência).

7. Orientar a classe a localizar os pontos e a posicionar os três alunos em relação ao círculo que formaram, obedecendo as condições anteriores.

8. Assim os pontos forem localizados, e os alunos posicionados de acordo com essa localização, peça aos três alunos que mudem de posição pelo menos três vezes, mas sempre atendendo às condições indicadas.

9. Ao fim dessa atividade, solicitar aos alunos que voltem a se reunir com um colega, mantendo as duplas iniciais, e registrem, na circunferência que desenharam inicialmente, todas as posições que escolheram para o ponto P na atividade prática.

10. Os alunos podem responder, apresentando suas conclusões e observações com base tanto na atividade prática que realizaram quanto aos desenhos e representações que fizeram nos cadernos, sempre tendo como referência que o raio da circunferência do exercício possui a medida de 10 cm.

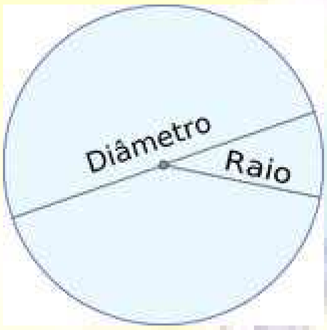
11. Propor as seguintes indagações:

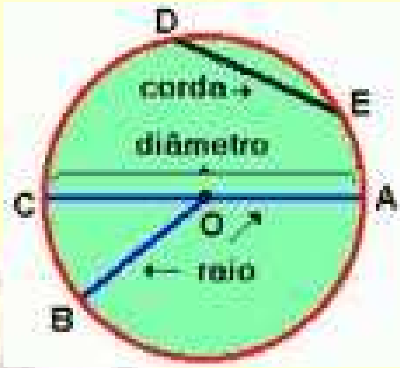
- **Metodologia adotada:**

1. Organizar os alunos em duplas e conduzi-los a desenhar a circunferência usando a medida dada para o raio.

Assim:

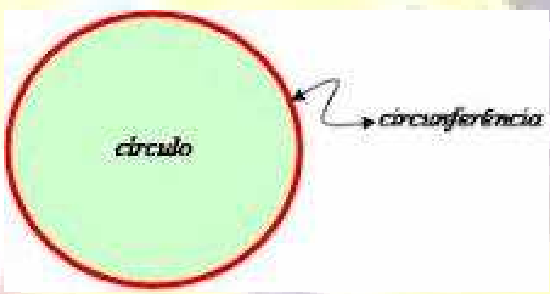
*r = 10 cm*




2. Deixar os alunos conversarem e orientá-los a registrar, tanto por meio do desenho como com a elaboração de um texto, o significado que atribuem para pontos internos e externos à circunferência, bem como os pontos para a própria circunferência.

3. Perceber que toda circunferência determina no plano duas regiões distintas: a região interna denominada círculo e a região externa.




4. Solicitar aos alunos que indiquem, de forma prática, possíveis valores para o ponto P, estando ele externo à circunferência, interno à circunferência e na circunferência.

5. De mãos dadas, organizarem uma grande roda, formando uma circunferência.

# 6ª Atividade: A medida do raio sob vários ângulos

- **Habilidade relacionada:**

- Identificar o nome de figuras planas.

- Resolver as questões utilizando cálculo algébrico.

- Noções de grandezas proporcionais.

- **Pré-requisitos:**

- Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica como linguagem das ciências, necessária para expressar as relações de grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da Matemática.

- **Tempo de Duração:**

Duração: 4 aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

- Caderno do aluno

- lápis

- folha sulfite

- **Organização da turma:**

- Dividir os alunos em duplas.

- **Objetivos:**

- Identificar relações entre duas grandezas;

- Verificar a noção de função por meio de exemplos práticos;

- Determinar a lei de formação que define uma função;

- Utilizar os conhecimentos sobre função para resolver as situações-problema apresentadas.

*b) Se você dividir o número que expressa o comprimento da circunferência que contorna os objetos pelo número que expressa a medida do diâmetro, qual o número que você irá encontrar como resultado?*

*Deixar que os alunos encontrem possíveis aproximações do número π = 3,1415...*

13. Utilizar objetos cilíndricos de tamanhos variados e deixar que procedam como no modo acima.



10. Por último, registre a medida do comprimento da circunferência que contorna os objetos e registre na tabela abaixo:

| *OBJETO* | $\frac{C}{d}$ |  |
|---|---|---|
| Garrafa de água | | |
| Lixeira | | |
| Cilindro | | |
| Garrafa de suco | | |
| Vidro de remédio | | |
| Garrafa de cloro | | |
| Durex | | |
| Corretor | | |
| moeda | | |

11. Em seguida calcule cada objeto de acordo com seu comprimento e diâmetro.

12. Responda as seguintes questões:

*a) A medida utilizada em cada caso é igual? Por quê?*

- Determinar a região dos pontos internos e a região dos pontos externos a uma circunferência;

- **Metodologia adotada:**

1. Iniciar o assunto com a seguinte pergunta:

*Você sabia...*

*Que a medida da borda de um copo é maior que todo o seu tamanho?*

2. Pegar uma fita métrica e fazer as medições e demonstrá-las a turma.

3. Em seguida utilizar-se de vários objetos que estarão expostos sob a mesa.

4. Orientar os alunos para que peguem um objeto cilíndrico qualquer, como a latinha de refrigerante.

5. Depois, usar uma fita métrica ou trena para contornar a lata, obtendo as duas medidas, dividir o comprimento C da circunferência pelo comprimento 2*r* do seu diâmetro, encontrando uma aproximação do número irracional π, isso ocorre sempre, qualquer que seja a circunferência.

6. Montar a fórmula:

$$\boxed{\frac{C}{2r} = \tau \Rightarrow C = 2r.\tau \Rightarrow C = 2\tau r}$$

7. Perceber que essa fórmula permite calcular o comprimento de qualquer circunferência conhecido o comprimento *r* do seu raio.

8. Em seguida, marque a medida necessária para esse contorno.

## 5ª Atividade: Descobrindo o valor aproximado de π calculando o comprimento da circunferência

- **Habilidade relacionada:**

- **H09** Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

C1 - Diferenciar circunferência de círculo.

C2 - Reconhecer em uma circunferência o diâmetro, o raio e a corda.

C3 - Relacionar os elementos de uma circunferência

- **Pré-requisitos:**

- Estabelecer relações entre duas grandezas.

- **Tempo de Duração:**

Duração: 2 aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

- Caderno do aluno
- lápis
- folha sulfite
- variedade de objetos circulares e cilíndricos
- fita métrica ou trena

- **Organização da turma:**

- As tarefas serão realizadas em pequenos grupos ou em duplas.

- **Objetivos:**

- Calcular que o comprimento da circunferência em função do seu raio é 2π vezes maior;
- Identificar o número π.
- Relacionar as medidas do diâmetro e do raio para determinar suas medidas;

1- Quantos metros de altura se eleva uma pessoa que sobe uma das escadas rolantes de acesso ao monumento? 8 m

2- Um turista com 1,80 m de altura, que se coloca a 20 m do pedestal da estátua, vê o Cristo sob um ângulo α de quantos graus?

α = 44°

3- O cume do Morro do Corcovado, onde está assentado o pedestal do Cristo Redentor, se encontra a uma altitude de 710 m em relação ao nível do mar. Desprezando a altura de um observador, para que ele veja esse morro e o Cristo sob um ângulo de 30°, estando no nível do mar, ele deve se colocar a uma distância d de quantos metros, aproximadamente? (Use $\sqrt{3} = 1{,}73$)

$d \approx 1{,}297\ m$

## • Aplicação:

Utilize a tabela trigonométrica abaixo, quando necessário, para resolver as questões que seguem.

| Medida do ângulo | sen | tg |
|---|---|---|
| 15° | 0,26 | 0,27 |
| 16° | 0,28 | 0,29 |
| 17° | 0,28 | 0,31 |
| 18° | 0,31 | 0,33 |
| ... | ... | ... |
| 15° | 0,85 | 1,66 |
| 15° | 0,86 | 1,73 |
| 15° | 0,87 | 1,81 |
| 15° | 0,88 | 1,88 |
| 15° | 0,89 | 1,96 |

## • Sugestão:

Para reforçar ainda mais as questões abaixo e melhorar a visualização dos dados do problema, distribuir cópias xerocadas com as imagens do Cristo Redentor e do Morro do Corcovado para que os alunos desenhem a figura do triângulo retângulo projetando o ângulo a ser desenvolvido em cada questão.

## VEJA ALGUNS DADOS SOBRE A ESTÁTUA E SOBRE OS ELEMENTOS QUE FAVORECEM A CHEGADA DOS VISITANTES PERTO DELA:

Fonte: www.corcovado.org.br.. Acesso em: 12 de set. 2012.

- Altura da estátua = 30 m.
- Altura do pedestal = 8 m.
- Número de escadas rolantes = 2 para subir e 2 para descer.
- Comprimento de escada rolante = 16 m.
- Inclinação de cada escada rolante = 30°.
- Número de elevadores = 3

- **Objetivos:**

- Conceituar seno, co-seno e tangente;

- Apresentar tabelas de razões trigonométricas;

- Identificar e aplicar essas razões trigonométricas.

- **Metodologia adotada:**

Como em nosso país acontecerá a próxima Olimpíada, aproveitei para trabalhar um dos maiores pontos turísticos que é o Cristo Redentor. Propus a atividade abaixo como aplicação prática que associada à história, onde tive o apoio do professor da turma.

## Um pouco de história

*A Baía de Guanabara constitui a segunda maior baía, em extensão, do litoral brasileiro, com uma área de aproximadamente 380 km². A primeira é a Baía de Todos os Santos em Salvador, Bahia. No Morro do Corcovado, de braços abertos para a Baía de Guanabara, está o mais significativo ícone da cidade do Rio de Janeiro: a estátua do Cristo Redentor.*

**Habitada por diversos grupos indígenas, a Baía de Guanabara foi descoberta por uma expedição exploradora portuguesa, em 1° de janeiro de 1502.**

## 4ª Atividade: Descobrindo a altura do Morro do Corcovado e do Cristo Redentor

- **Habilidade relacionada:**

- Compreender o conceito de razão trigonométrica a partir da semelhança de triângulos.

- Calcular o valor do seno, co-seno e tangente dos ângulos agudos de um triângulo retângulo.

- Utilizar as razões trigonométricas para resolver problemas do cotidiano

- **Pré-requisitos:**

- Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica como linguagem das ciências, necessária para expressar as relações de grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da Matemática.

- **Tempo de Duração:**

Duração: 4 aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

- Caderno do aluno

- lápis

- régua

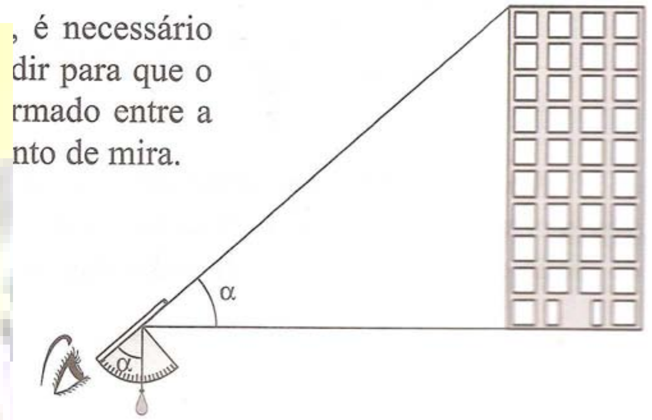
- folha xerocada

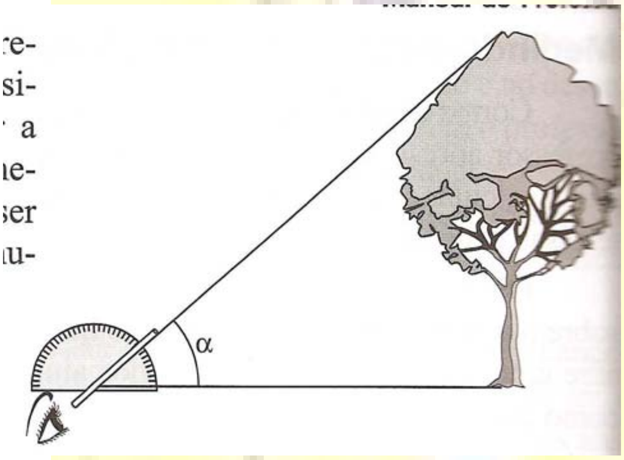
- folha sulfite

- **Organização da turma:**

- Dividir os alunos em pequenos grupos.

No caso do teodolito simplificado, é necessário mirar o ponto extremo do que se quer medir para que o barbante com o peso indique o ângulo formado entre a horizontal e a direção do observador ao ponto de mira.




No caso do segundo instrumento, é preciso primeiro mirar na horizontal para posicionar o transferidor, e a seguir deslocar a mora para o ponto extremo do que se quer medir. O ângulo indicado pelo transferidor deve ser lido com cuidado devido à espessura do canudo usado como mira.

**Lembre-se que, nos dois casos, para os cálculos de alturas, deverá ser acrescentada a altura entre o chão e os olhos da pessoa que efetua a medição.**

**ATIVIDADE:** Com os instrumentos construídos, trenas para a medição de comprimentos e tabelas trigonométricas, encontrar a altura da escola, de postes, torres e outras que não possam ser obtidas diretamente.

Para encerrar esta parte do projeto, os alunos apresentarão relatórios sobre a construção dos instrumentos, as medições feitas e os cálculos realizados.

- Quem precisa dessas medidas?

- Como essas pessoas fazem medições?

- Por que se precisa dessas medidas?

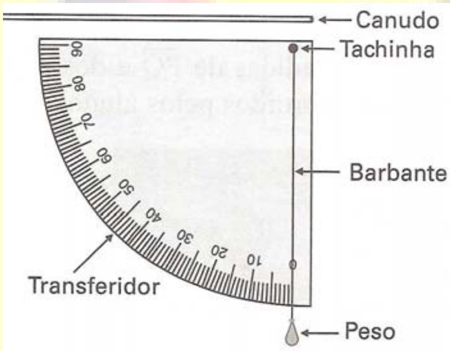
De posse dessa lista, organizar os alunos em grupos e distribuir entre as equipes as tarefas para tentas responder às questões da classe, orientando-os nas pesquisas necessárias.

Propor construir com os alunos algum instrumento de medição semelhante aos usados pelos topógrafos, engenheiros e até mesmo pelos antigos navegadores.

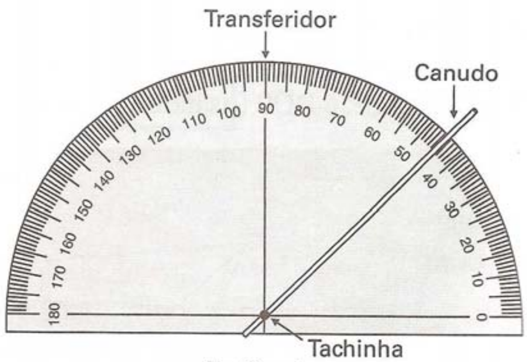
Organizar um cronograma de trabalho reforçando a necessidade de cada grupo registrar e relatar aos demais suas contribuições.

*Sugerir a necessidade em pesquisar a utilidade dessas medições, sua história e as profissões que as utilizam.*

Sugerir a construção de um dos instrumentos abaixo. Para isso serão necessários alguns materiais.




**Teodolito**




**Grafômetro**

*Esses aparelhos são constituídos fundamentalmente por um óculo (instrumento provido de lentes para ampliar a visão) que se move horizontal e verticalmente, permitindo a leitura de ângulos em dois discos (ou limbos), devidamente graduados e protegidos.*

*Mas, nem sempre foi assim. Ao longo dos séculos, outros aparelhos mais simples foram usados, especialmente na navegação marítima, como os astrolábios e os sextantes, para determinar medidas angulares relativas aos astros.*

Teodolito.

*O transferidor que usamos na escola também é um sistema simples e improvisado de determinação de ângulos. Com ele não se alcança o rigor dos teodolitos, necessário para o traçado de um túnel ou de uma estrada, ou para o levantamento cartográfico de uma região.*

Será observado o que os alunos sabem, suas hipóteses, e anotado posteriormente seus conhecimentos sobre o assunto. A seguir, será organizado uma lista com os interesses dos alunos e, incluir o modo como as medições são feitas. Algumas perguntas como por exemplo:

- **Objetivos:**

- Calcular distâncias inacessíveis usando relações trigonométricas.

- Desenvolver o conceito de razões trigonométricas.

- Conhecer e aplicar, na resolução de problemas, as relações fundamentais entre razões trigonométricas.

- **Metodologia adotada:**

Com o objetivo de mostrar algumas aplicações de Trigonometria, iniciaremos este projeto apresentando um texto informativo, questionando: quem sabe como os engenheiros conseguem calcular alturas e distâncias de prédios, estradas, pontes, etc., sem medir diretamente essas distâncias?

## O Elo Matemática-Engenharia Como medir ângulos

*Para medir ângulos em terrenos ou em construções, topógrafos e engenheiros utilizam aparelhos que oferecem grande precisão – os teodolitos.*

## 3ª Atividade: Medindo distâncias inacessíveis

## Construindo um teodolito

- **Habilidade relacionada:**

- Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis.

- Compreender o conhecimento tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico social.

- Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre diferentes temas.

- **Pré-requisitos:**

- Identificar posições relativas entre duas retas.

- Identificar figuras semelhantes.

- Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução dos problemas.

- Resolver triângulos retângulos.

- **Tempo de Duração:**

Duração: 4 aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

- Caderno do aluno

- lápis

- régua

- folha xerocada

- folha sulfite

- transferidor

- canudo

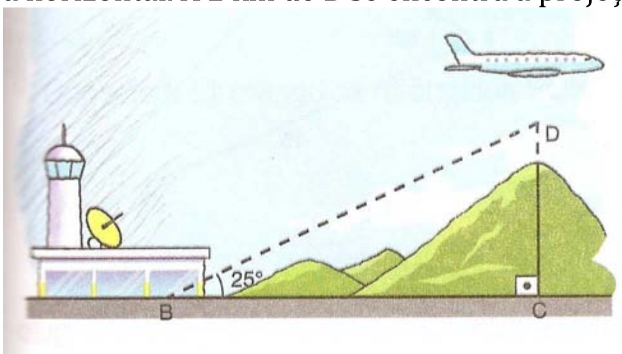
- tachinha

- cola

- **Organização da turma:**

- Dividir os alunos em pequenos grupos.

4- Um avião decola de um ponto B sob inclinação constante de 25º com relação à horizontal. A 2 km de B se encontra a projeção vertical C do ponto mais alto e D de uma serra de 600 m de altura. Sabendo que nesse instante o avião está distante x metros do ponto D, calcule o valor de x. (Use: sen 25º = 0,42, cos 25º = 0,91 e tg 25º = 0,47.)



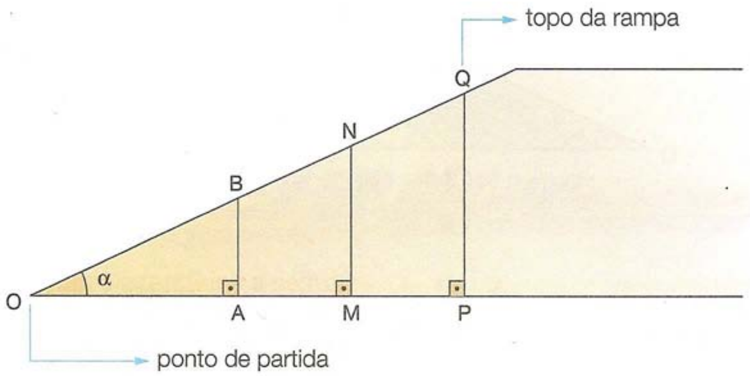

5- Pesquise no livro didático e descubra o nome que recebem as razões:

a) medida do cateto oposto / hipotenusa→ ________________________

b) medida do cateto oposto / hipotenusa→ ________________________

c) medida do cateto oposto / hipotenusa→ ________________________

6- Sobre um dos lados de uma rampa marcamos os pontos B, N e Q, e por esses pontos traçamos perpendicularmente sobre o outro lado.




Observando os triângulos formados, temos que:

$\Delta OAB \approx \Delta OMN \approx \Delta OPQ$

Estabeleça as seguintes razões de acordo com a figura acima:

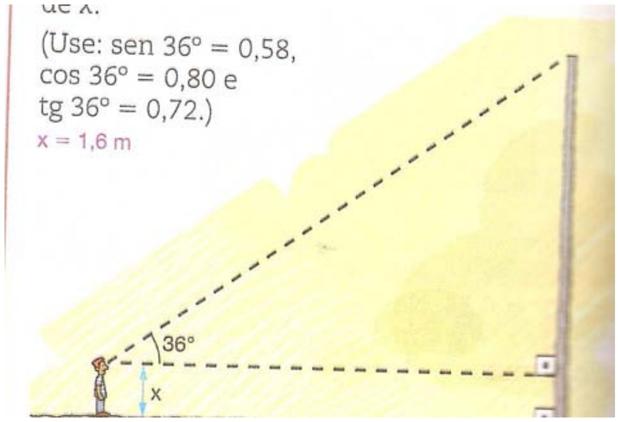
| |
|---|
| ________ = ________ = ________ = número $k_1$ |
| ________ = ________ = ________ = número $k_2$ |
| ________ = ________ = ________ = número $k_3$ |

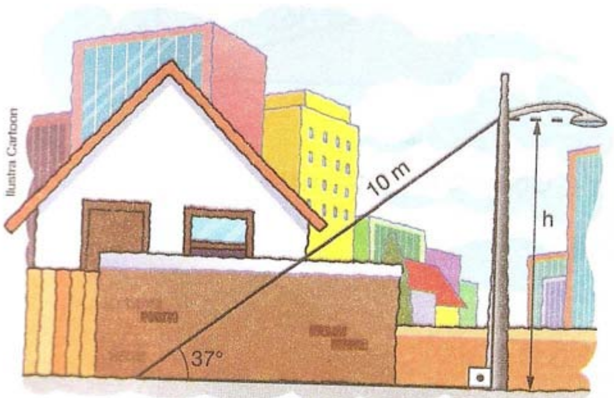
# CIEP BRIZOLÃO 337 – BERTA LUTZ

| | | |
|---|---|---|
| **DATA:** de | de 2012 | |
| **PROFESSOR (A):** Raquel | **DISCIPLINA: Matemática** | |
| **ALUNO (A):** | | **N º** |
| **TURMA:** | **SÉRIE:** | **TURNO:** |

## FICHA DE ATIVIDADES

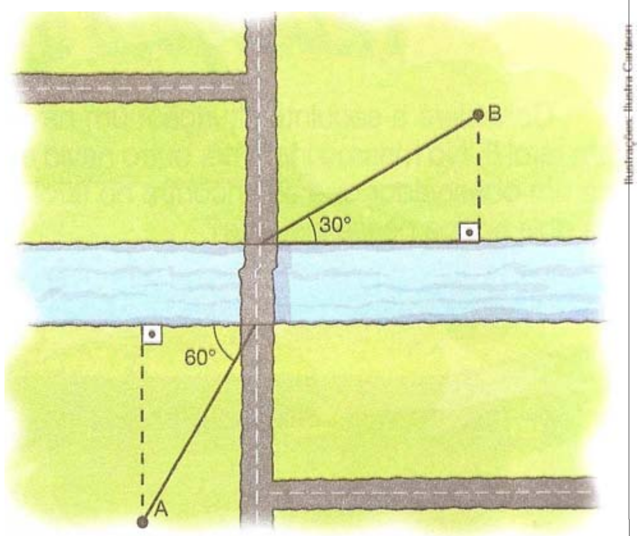
1- Caio está distante 40 m da base de um obelisco de 30,4 m de altura. Os olhos de Caio estão x metros do plano horizontal. Observando o esquema, calcule o valor de x. (Use: sen 36º - 0,58, cos 36º = 0,80 e tg 36º = 0,72.)




2- No desenho abaixo, a altura do poste está representada por h. Calcule o valor de h, em metros. (Use: sen 37º = 0,602, cos 37º = 0,799 e tg 37º = 0,754.)

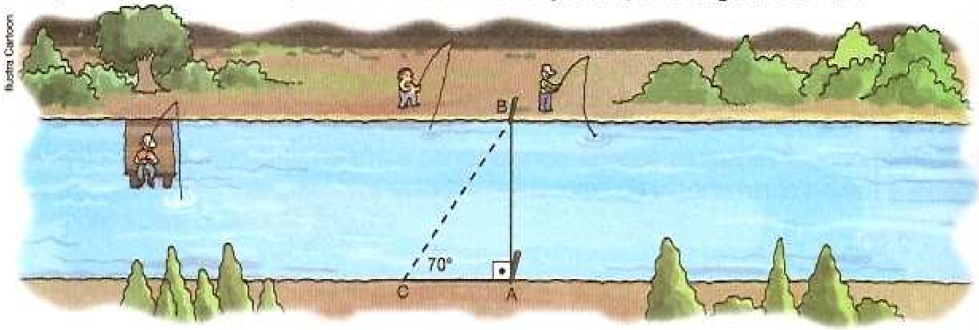
3- Deseja-se construir uma estrada ligando as cidades A e B, separadas por um rio de margens paralelas, como nos mostra o esquema abaixo. Sabe-se que a cidade A está distante 30 km da margem do rio, a B está a 18 km da margem do rio, e a ponte tem 3 km de extensão. Qual a distância de A e B, pela estrada, em quilômetros? (Use: $\sqrt{3} = 1,7$ )



2- Resolvendo problemas:

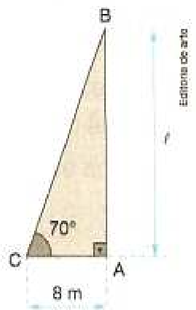
Usando os valores do seno, cosseno e da tangente de um ângulo agudo de um triângulo retângulo, podemos resolver problemas como os que estão a seguir:

**4** Queremos saber a largura $\ell$ de um rio. Para isso, marcamos com estaca dois pontos, $A$ e $B$, um em cada margem, de tal modo que o ângulo no ponto $A$ seja reto. Depois, marcamos um ponto $C$, distante 8 m de $A$, onde fixamos o teodolito (aparelho de medir ângulos). Medimos, então, o ângulo de 70° no ponto $C$. Nessas condições, qual a largura $\ell$ do rio?




Na representação matemática do problema, que está esboçada na figura abaixo, temos que:

- $\ell$ é a medida do cateto oposto a 70°.
- 8 é a medida do cateto adjacente a 70°.




$$\text{tg } 70° = \frac{\text{medida do cateto oposto a } 70°}{\text{medida do cateto adjacente a } 70°} \Rightarrow \text{tg } 70° = \frac{\ell}{8}$$

Como tg 70° = 2,747 (conforme a tabela da página 273), temos:

$$2{,}747 = \frac{\ell}{8} \Rightarrow \ell = 2{,}747 \cdot 8 \Rightarrow \ell = 21{,}976$$

Assim, a largura $\ell$ do rio é 21,976 metros.

Na Trigonometria, há alguns ângulos agudos que são frequentemente utilizados: os de **30º, 45º e 60º.**

Para facilitar a consulta, colocamos os valores obtidos numa tabela:

| $\alpha$ | 30º | 45º | 60º |
|---|---|---|---|
| sen $\alpha$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| cos $\alpha$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| tg $\alpha$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ |

Em muitos casos, para resolver problemas com triângulos retângulos é necessário conhecer as razões trigonométricas dos ângulos agudos do triângulo. Como cada ângulo agudo está associado um único valor para o seno, para o cosseno e para a tangente, podemos elaborar uma tabela que nos forneça esses valores, evitando assim a necessidade de calculá-los a toda hora.

A tabela foi construída há séculos e nos dará os valores de ângulos de 1º até 89º, com aproximação até milésimos.

TABELA DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

| Ângulo | sen | cos | tg | Ângulo | sen | cos | tg | Ângulo | sen | cos | tg |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1° | 0,017 | 1,000 | 0,017 | 31° | 0,515 | 0,857 | 0,601 | 61° | 0,875 | 0,485 | 1,804 |
| 2° | 0,035 | 0,999 | 0,035 | 32° | 0,530 | 0,848 | 0,625 | 62° | 0,883 | 0,469 | 1,881 |
| 3° | 0,052 | 0,999 | 0,052 | 33° | 0,545 | 0,839 | 0,649 | 63° | 0,891 | 0,454 | 1,963 |
| 4° | 0,070 | 0,998 | 0,070 | 34° | 0,559 | 0,829 | 0,675 | 64° | 0,899 | 0,438 | 2,050 |
| 5° | 0,087 | 0,996 | 0,087 | 35° | 0,574 | 0,819 | 0,700 | 65° | 0,906 | 0,423 | 2,145 |
| 6° | 0,105 | 0,995 | 0,105 | 36° | 0,588 | 0,809 | 0,727 | 66° | 0,914 | 0,407 | 2,246 |
| 7° | 0,122 | 0,993 | 0,123 | 37° | 0,602 | 0,799 | 0,754 | 67° | 0,921 | 0,391 | 2,356 |
| 8° | 0,139 | 0,990 | 0,141 | 38° | 0,616 | 0,788 | 0,781 | 68° | 0,927 | 0,375 | 2,475 |
| 9° | 0,156 | 0,988 | 0,158 | 39° | 0,629 | 0,777 | 0,810 | 69° | 0,934 | 0,358 | 2,605 |
| 10° | 0,174 | 0,985 | 0,176 | 40° | 0,643 | 0,766 | 0,839 | 70° | 0,940 | 0,342 | 2,747 |
| 11° | 0,191 | 0,982 | 0,194 | 41° | 0,656 | 0,755 | 0,869 | 71° | 0,946 | 0,326 | 2,904 |
| 12° | 0,208 | 0,978 | 0,213 | 42° | 0,669 | 0,743 | 0,900 | 72° | 0,951 | 0,309 | 3,078 |
| 13° | 0,225 | 0,974 | 0,231 | 43° | 0,682 | 0,731 | 0,933 | 73° | 0,956 | 0,292 | 3,271 |
| 14° | 0,242 | 0,970 | 0,249 | 44° | 0,695 | 0,719 | 0,966 | 74° | 0,961 | 0,276 | 3,487 |
| 15° | 0,259 | 0,966 | 0,268 | 45° | 0,707 | 0,707 | 1,000 | 75° | 0,966 | 0,259 | 3,732 |
| 16° | 0,276 | 0,961 | 0,287 | 46° | 0,719 | 0,695 | 1,036 | 76° | 0,970 | 0,242 | 4,011 |
| 17° | 0,292 | 0,956 | 0,306 | 47° | 0,731 | 0,682 | 1,072 | 77° | 0,974 | 0,225 | 4,332 |
| 18° | 0,309 | 0,951 | 0,325 | 48° | 0,743 | 0,669 | 1,111 | 78° | 0,978 | 0,208 | 4,705 |
| 19° | 0,326 | 0,946 | 0,344 | 49° | 0,755 | 0,656 | 1,150 | 79° | 0,982 | 0,191 | 5,145 |
| 20° | 0,342 | 0,940 | 0,364 | 50° | 0,766 | 0,643 | 1,192 | 80° | 0,985 | 0,174 | 5,671 |
| 21° | 0,358 | 0,934 | 0,384 | 51° | 0,777 | 0,629 | 1,235 | 81° | 0,988 | 0,156 | 6,314 |
| 22° | 0,375 | 0,927 | 0,404 | 52° | 0,788 | 0,616 | 1,280 | 82° | 0,990 | 0,139 | 7,115 |
| 23° | 0,391 | 0,921 | 0,424 | 53° | 0,799 | 0,602 | 1,327 | 83° | 0,993 | 0,122 | 8,144 |
| 24° | 0,407 | 0,914 | 0,445 | 54° | 0,809 | 0,588 | 1,376 | 84° | 0,995 | 0,105 | 9,514 |
| 25° | 0,423 | 0,906 | 0,466 | 55° | 0,819 | 0,574 | 1,428 | 85° | 0,996 | 0,087 | 11,430 |
| 26° | 0,438 | 0,899 | 0,488 | 56° | 0,829 | 0,559 | 1,483 | 86° | 0,998 | 0,070 | 14,301 |
| 27° | 0,454 | 0,891 | 0,510 | 57° | 0,839 | 0,545 | 1,540 | 87° | 0,999 | 0,052 | 19,081 |
| 28° | 0,469 | 0,883 | 0,532 | 58° | 0,848 | 0,530 | 1,600 | 88° | 0,999 | 0,035 | 28,636 |
| 29° | 0,485 | 0,875 | 0,554 | 59° | 0,857 | 0,515 | 1,664 | 89° | 1,000 | 0,017 | 57,290 |
| 30° | 0,500 | 0,866 | 0,577 | 60° | 0,866 | 0,500 | 1,732 | | | | |

- Aplicar as razões trigonométricas para determinar elementos dos triângulos.

- Apresentar tabelas de razões trigonométricas.

- Aplicar as razões trigonométricas no triângulo retângulo para resolver problemas.

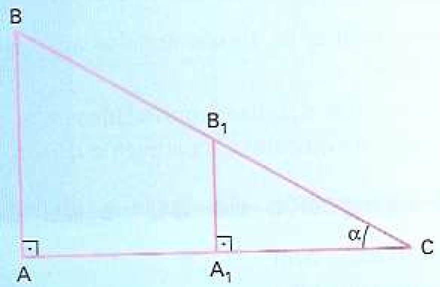
- **Metodologia adotada:**

1- Apresentação do tema a ser abordado.

*Do ponto de vista da Matemática a Trigonometria está associado à descoberta de constantes nas relações entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo*.

*Essas relações nos triângulos retângulos permitem, entre outras coisas, calcular a medida de um lado do triângulo, desde que se conheçam as medidas de um ângulo e de um outro lado; ou calcular um ângulo conhecendo-se as medidas de dois dos três lados do triângulo.*

*Observe o triângulo retângulo da figura e observe as relações:*




Em todo triângulo retângulo, o **seno** de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa:

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{A_1B_1}{B_1C} = \frac{AB}{BC}$$

Em todo triângulo retângulo, o **cosseno** de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa:

$$\cos \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{A_1C}{B_1C} = \frac{AC}{BC}$$

Em todo triângulo retângulo, a **tangente** de um ângulo agudo é a razão entre as medidas dos catetos oposto e adjacente a esse ângulo:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha} = \frac{B_1A_1}{A_1C} = \frac{BA}{AC}$$

## 2ª Atividade: Resolvendo problemas num triângulo retângulo através das relações métricas

- **Habilidade relacionada:**

- **H12** Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°).

- **C1** Calcular um dos lados de um triângulo retângulo em um problema contextualizado ou não, com o auxílio do seno, cosseno ou tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°.

**- H11** Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos

- **Pré-requisitos:**

- Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução dos problemas.

- Resolver triângulos retângulos.

- **Tempo de Duração:**

Duração: 4 aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

- Caderno do aluno
- lápis
- régua
- folha xerocada

- **Organização da turma:**

**-** Dividir os alunos em pequenos grupos.

- **Objetivos:**

-Conceituar seno, cosseno e tangente de um ângulo interno agudo de um triângulo retângulo.

- Identificar e calcular essas razões trigonométricas.

- **Metodologia adotada:**

1- Reunir os alunos em grupo e repetir com os alunos a experiência dos egípcios de construir “cantos retos” a partir de uma corda com 12 nós, construindo triângulos com os lados 3, 4 e 5 unidades.

2- Distribuir um pedaço de barbante para cada grupo e orientar para que construam o triângulo.

## O triângulo retângulo dos egípcios

*A construção de pirâmides de base quadrada é uma das muita aplicações do conhecimento geométrico dos antigos egí usavam um processo prático para obter “cantos” retos (ângulo*

*Usando uma corda com12 nós, os egípcios parecem ter um triângulo retângulo particular para obter “cantos” em âng Nesse triângulo, cujos lados mediam 3 unidades 4 es e 5 unidades de comprimento, o ângulo formado pelos ângulo reto.*

3- Pedir aos alunos que identifiquem o ângulo reto, o cat a hipotenusa.

4- Discutir algumas perguntas como: quantas unidades de medida têm o menor cateto? E o maior? E a hipotenusa? Calcule o quadrado de cada cateto e também o da hipotenusa? Some os quadrados dos catetos e compare com o quadrado da hipotenusa.

5- Para complementar o trabalho os alunos deverão pesquisar sobre a vida e a obra de Pitágoras.

## 1ªAtividade: Conhecendo os elementos de um triângulo retângulo

- **Habilidade relacionada:**

- A atividade proposta apresenta os elementos de um triângulo retângulo: ângulo reto, catetos e hipotenusa.

- Construir quadrados sobre os lados do triângulo retângulo.

- **Pré-requisitos:**

- Conhecimento da área de um quadrado.

- Recordar o estudo sobre ângulos.

- **Tempo de Duração:**

Duração: 3 aulas

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

- lápis

- pedaço de barbante

- folha ofício

- **Organização da turma:**

- Reunir os alunos em pequenos grupos.

- **Objetivos:**

- Preparar os alunos para a introdução do teorema de Pitágoras;

- Reconhecer a hipotenusa e os catetos em um triângulo retângulo;

- Identificar os elementos de um triângulo retângulo e associar cada um a sua medida.

# ESTRATÉGIAS ADOTADAS

As estratégias adotadas para a realização das atividades propostas visam levar o aluno a vivenciar de forma lúdica a situação proposta, trabalhando os conceitos apresentados e, ao mesmo tempo compartilhar suas hipóteses com a de seus colegas. Nas atividades propostas estará inserido o uso de alguns jogos para enriquecer as atividades que serão propostas, além de exercícios de verificação e pesquisa (com ou sem a utilização do livro didático). Estas por sua vez, não serão o único instrumento de avaliação a ser utilizado, mais sim o canal pelo qual o aluno viabilizará para conclusão dos fatos observados. A idéia principal é despertá-lo para as outras tarefas a serem cumpridas em cada tópico, aguçando a sua curiosidade e percebendo que brincando também se aprende.

Estabelecendo questões que nos façam pensar e argumentar sobre o fundamento de tais coisas: Qual a diferença entre círculo e circunferência? De onde vem o fascínio pelas formas circulares? Vem do Sol, da Lua, da Terra, dos planetas... Monte um gráfico circular contendo determinada informação. Pra pensar, sem se cansar! Como você pode fazer para dividir um círculo em partes iguais?

A esse tema deve ser dado o mesmo tratamento conferido aos demais. Procurando uma abordagem intuitiva, experimental e o mais concreta possível. Sem subestimar suas bases concretas, procurando avançar nas abstrações e no encadeamento lógico para que não deixem de ser abordados. Onde tais indagações levem o aluno a pensar, observar e ao mesmo tempo interagir com o tema abordado buscando suas próprias soluções para as resoluções das questões apresentadas.

Através do trabalho com os descritores, podemos observar os distratores que precisam de mais atenção no processo de aprendizagem dos alunos.

Descritores: baseando-se nas atividades propostas, poderemos identificar estabelecer a relação entre duas grandezas quando ao efetuamos a divisão da circunferência pelo seu diâmetro relacionando seus elementos, contextualizamos as situações problemas contextualizando as relações métricas do triângulo retângulo e estabelecemos as diferenças entre circunferência e círculo.

Distratores: geralmente os alunos apresentam dificuldades em realizar os cálculos que envolvem as operações devido a alguma deficiência de conteúdo no que envolve as quatro operações matemáticas, além de situações que envolvam estabelecer semelhanças e diferenças mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

# INTRODUÇÃO

Nosso estudo irá introduzir o essencial sobre o teorema de Pitágoras e discutiremos as razões trigonométricas num triângulo retângulo que é um dos teoremas mais conhecidos da Matemática. Foi demonstrado pelo filósofo e matemático grego Pitágoras de Samos (séc. VI a.C.) quando fundou uma escola mística secreta, chamada Escola Pitagórica. Nela, a ciência era considerada um bem comum e todos pesquisavam e discutiam coletivamente. Por isso, as contribuições científicas conquistadas não possuíam autoria individual.

Para a formação de seu famoso teorema, é possível que Pitágoras e seus discípulos tenham se baseado nos conhecimentos geométricos dos egípcios e em mosaicos que apareciam com freqüência em paredes das construções do Egito antigo. As descobertas dos babilônios no campo da Astronomia eram baseadas no triângulo retângulo. Isso veio facilitar a noção de localização, o traçado de rotas terrestres e de navegação.Este teorema estabelece uma relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo, mostrando que a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

O resgate histórico teve como objetivo mostrar diferentes momentos da civilização humana, nos quais os conhecimentos sobre as relações trigonométricas foram estruturados e adequados às necessidades da época.

A trigonometria trata da resolução de problemas envolvendo triângulos. A origem dessa palavra é grega: *trigonos* significa **triângulo** e *metrein* significa **medir.**

A trigonometria tem um enorme valor prático em variados campos, como engenharia, Arquitetura, navegação marítima ou aérea e Astronomia e da Eletrônica. Do ponto de vista da Matemática, o desenvolvimento da trigonometria está associado à descoberta de constantes nas relações entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo.

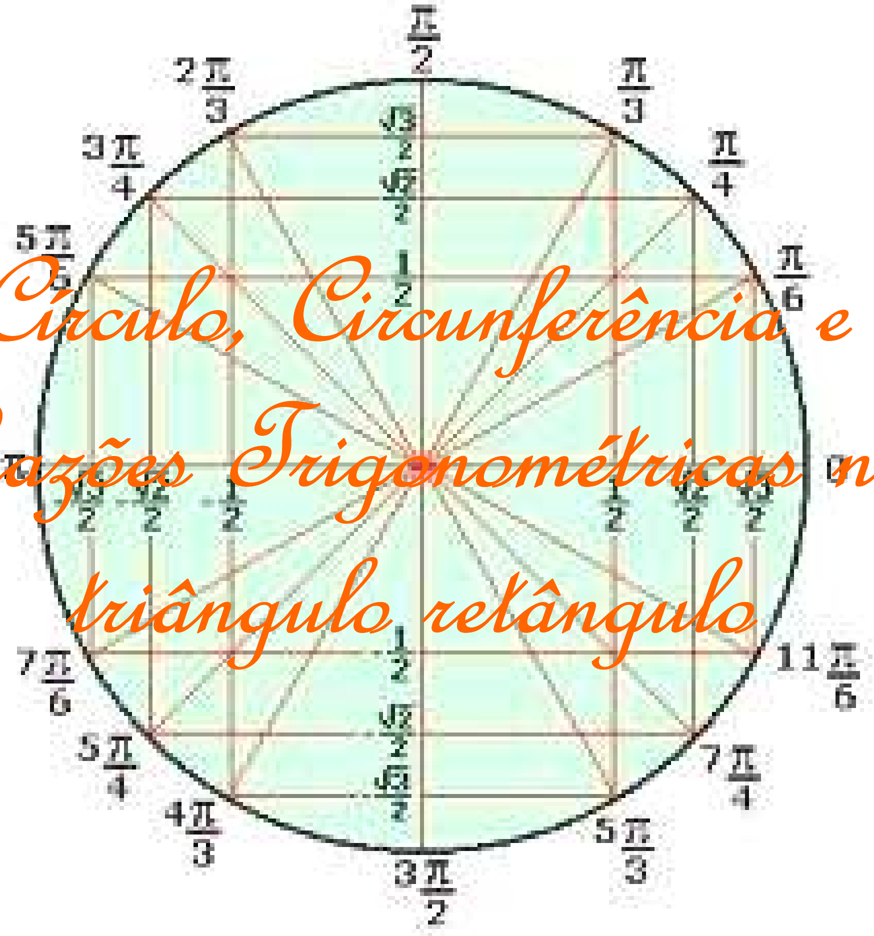
Olhando a nossa volta encontramos muitas formas circulares, como por exemplo, a microscópica alga forma um círculo quase perfeito. Rolos de filme e engrenagens apresentam circunferência. O astrolábio, um dos instrumentos científicos mais importantes de sua época, possibilitava a medida da latitude e do tempo. Os instrumentos musicais nos lembram que círculo também combina com música.

# SUMÁRIO



**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ**

# PLANO DE TRABALHO
## 9º ANO – 3º BIMESTRE




# *Círculo, Circunferência e Razões Trigonométricas no triângulo retângulo*


COLÉGIO: CIEP BRIZOLÃO 337 BERTA LUTZ
PROFESSORA: RAQUEL CRUZ CABRAL TOLEDO
[raquelcruztoledo@yahoo.com.br]
MATRÍCULA: 00925676-9 / 5010146-8
SÉRIE: 9º ANO DE ESCOLARIDADE
TUTOR: BRUNO MORAIS LEMOS

Preferência por determinados grupos de trabalho;

Pouca ou nenhuma habilidade com alguns materiais lúdicos;

Pouco domínio na realização das operações que envolvam cálculos.

- **Melhoras a serem implementadas**

Realizar tarefas que visem sanar as dificuldades em resoluções de cálculos;

Promover mais trabalhos em grupo no intuito de maior interação entre os alunos;

Incentivar o uso de materiais lúdicos como recursos a serem utilizados em sala de aula;

Sanar as dificuldades apresentadas sobre algum conceito abordado.

- **Alterações**

Como ao PT2 foi aferida a nota máxima permitida, não foi preciso fazer alterações, sendo apresentadas apenas a questões referentes a implementação no que diz respeito às observações  pertinentes.

- **Impressões dos alunos**

Os alunos tiveram uma boa aceitação porque é um conteúdo que se pode trabalhar com desenhos e materiais didático como apoio e para eles, isso é o diferencial. Como eles dizem “saímos da mesmice” e é o que torna as aulas mais interessantes e menos cansativas. Mesmo apresentando alguma dificuldade eles insistiram em aprender, pois como disse antes, o conteúdo é visto sob um novo ponto de vista. Foi atraente também e pudemos fazer um breve histórico relacionado ao tema sugerido.

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ**

**COLÉGIO: CIEP BRIZOLÃO 337 BERTA LUTZ**

**PROFESSOR: RAQUEL CRUZ CABRAL TOLEDO**

**MATRÍCULA: 00925676-9 / 5010146-8**

**SÉRIE: 9° ANO DE ESCOLARIDADE**

**TUTOR (A): BRUNO DE OLIVEIRA CHAGAS**

## Avaliação da Implementação do PT 2

Na realização desta tarefa forem observados alguns aspectos de grande relevância que valem ser considerados:

- **Pontos positivos**

Maior interesse por parte da turma;
Oportunidade de entender novos conceitos;
Participação nos trabalhos em grupo;
Conhecimento histórico sobre o Teorema de Pitágoras e a relação trigonométrica;
Recordar conceitos como ângulos e área do quadrado;
Maior oportunidade de trabalho em grupo;
Interesse em resolver as questões propostas;
Oportunidade de manuseio com instrumentos e objetos de medida;
Percepção das semelhanças e diferenças sobre os termos utilizados;
Vocabulário diferenciado;
Boa freqüência às aulas.

- **Pontos negativos**

Pouco tempo para a realização das tarefas apresentadas;
Dificuldades em entender e aplicar a relação trigonométrica e em entender o porquê do número $\pi$; ;
Desinteresse por parte de alguns;