

# Avaliação da Execução do Plano de Trabalho – Razões trigonométricas no triângulo retângulo, circunferência e círculo

## PONTOS POSITIVOS:

O material do curso é pertinente aos conteúdos trabalhados, de fácil compreensão, os roteiros são muito bem elaborados, as aulas tornam-se mais participativas e dinâmicas.

## PONTOS NEGATIVOS:

O tempo de aula proposto pelos roteiros de uma hora quase sempre é insuficiente para a aplicação dos mesmos. Muitos roteiros não são trabalhados pois os nonos anos só possuem quatro tempos de matemática em sua grade.

## ALTERAÇÕES:

Não faria até agora nenhuma alteração no conteúdo e na forma apresentada, somente com relação a grade curricular e ao tempo gasto em cada roteiro.

## IMPRESSÕES DOS ALUNOS:

Os alunos estão satisfeitos com a maneira em que vem sendo trabalhados em sala, sempre em grupos, propiciando uma maior interação entre eles, com um material mais rico e dinâmico ao seu alcance.

**PLANO DE TRABALHO SOBRE: Razões trigonométricas no triângulo retângulo, circunferência e círculo**

COLÉGIO ESTADUAL DOUTOR JOÃO MAIA  
ROSA HELENA RIBEIRO LUSOLI  
rhrl\_ribeiro@yahoo.com.br  
TURMAS: 901/902 – 9º ANO ENSINO FUNDAMENTAL II

## INTRODUÇÃO

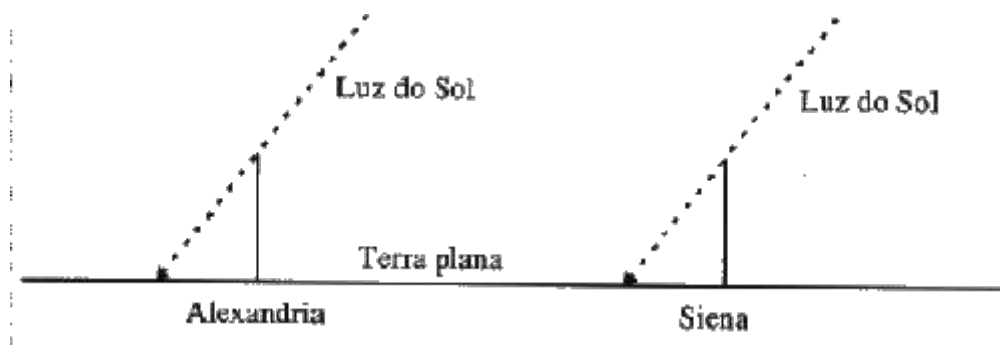
Leia o texto a seguir e participe das atividades propostas.

**Eratóstenes e a circunferência da Terra**

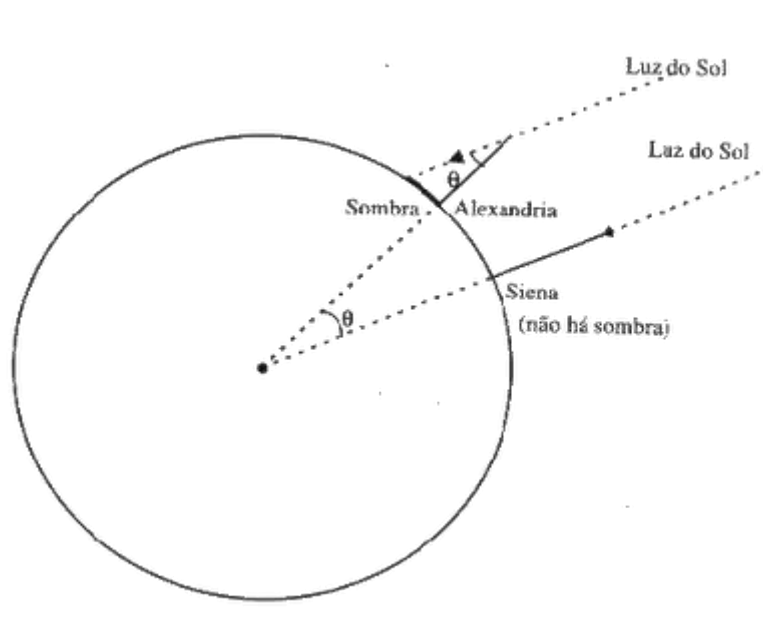


Eratóstenes viveu em Alexandria algumas décadas depois de Euclides, foi diretor da Biblioteca e do Museu. Era também excelente poeta, crítico literário, geógrafo, atleta e matemático. Certa vez, ao ler um papiro da Biblioteca, encontrou a informação de que na cidade de Siena, no vale do Nilo, cerca de 800 Km ao sul de Alexandria, ao meio dia do solstício de verão ( [o dia](#) mais longo do ano, no hemisfério norte - 21 de junho) , colunas verticais não projetavam qualquer sombra, ou seja, o Sol situava-se a prumo. Desconhece-se quem teria sido o autor dessa observação. Eratóstenes resolveu verificar o que acontecia nesse dia, o solstício de verão, em Alexandria ao meio dia e para sua surpresa, em Alexandria as colunas projetavam sombras suficientemente grandes para que não houvesse dúvidas de que as coisas se comportavam de forma distinta em Siena.

Por que, no mesmo dia e hora, em localidades diferentes, as sombras eram diferentes? Há quase 23 séculos, Eratóstenes deu a resposta correta: porque a terra é redonda. Fosse ela plana as sombras seriam iguais.



Exagerando o tamanho das colunas em relação ao tamanho da Terra, consegue-se ver o que acontece ( como o Sol está muito distante, seus raios podem ser considerados paralelos)



É facil ver que o ângulo que o raio do Sol faz com a vertical em Alexandria é exatamente o ângulo, sobre um círculo máximo da terra, entre Alexandria e Siena. Pela projeção da sombra, Eratóstenes não teve dificuldades em calcular o ângulo, que era aproximadamente  $7^\circ$ , ou seja,  $1/50$  de  $360^\circ$ . Portanto, a circunferência da Terra deveria ser mais ou menos 50 vezes a distância entre Alexandria e Siena. Conta a tradição que Eratóstenes mandou um de seus escravos para que, a pé, medisse aquela distância, que multiplicada por 50 resultou aos 40.000 Km, hoje conhecidos, com um erro de apenas 10%.



De qualquer forma, ainda há controvérsias quanto à margem de erro dos cálculos de Eratóstenes, uma vez que existem versões diferentes sobre quanto vale em metros a unidade grega de medida que ele usou, os chamados "estádios"

## Desenhando uma Circunferência

**Duração prevista:** 100 minutos

**Área de conhecimento:** Circunferência e Círculo

**Objetivos:** Apresentar ao aluno a circunferência como um lugar geométrico, explorando suas propriedades e elementos, como centro, raio, diâmetro e corda

**Pré-requisitos:** Noções de segmento de reta - traçado e medida

**Material necessário:** Folha de atividades, régua e compasso.

**Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**Descritor associado:**

**H09** - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

### ATIVIDADE 1

1. Siga os passos abaixo indicados. A seguir, responda às perguntas atentamente:

- Pegue um compasso e trace uma circunferência, marque o seu centro, chamando-o de  $O$ .
- Marque em qualquer lugar sobre a circunferência os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ .
- Usando uma régua, meça a distância de  $O$  a  $A$ ,  $O$  a  $B$  e  $O$  a  $C$ . Quais os resultados que você encontrou?
- O que você pode observar sobre os resultados encontrados no item anterior? Isso acontece para pontos quaisquer da circunferência ou somente para os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  que você tomou?
- Agora, levando em consideração o que você observou no item anterior, responda à pergunta: o que é uma circunferência?

2. No exercício anterior, você escolheu a abertura do seu compasso. Vamos agora fixar esta abertura e ver o que acontece? Trace outra circunferência com auxílio do compasso, mas agora este deve ter uma abertura de 4 cm. (Dica: trace com auxílio da régua um segmento com 4 cm de comprimento e posicione a ponta de metal do compasso em uma das suas extremidades e a outra ponta na outra extremidade. Desta maneira, seu compasso terá uma abertura de 4 cm). Marque o seu centro como o ponto  $O$ .

- Marque na circunferência que você traçou 3 pontos, chamando-os de  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Sem medir a distância de  $O$  a  $A$ ,  $B$  ou  $C$ , responda: quanto medirão essas distâncias?
- Agora use a régua e verifique se sua resposta ao item anterior está correta.
- Trace os segmentos  $AO$ ,  $OB$  e  $OC$ . Quanto mede cada um deles? Você sabe o nome que se dá ao segmento que une o centro e um ponto qualquer de uma circunferência?

d. Se você quiser traçar uma circunferência de raio 6 cm, como você procederá? Escreva aqui em detalhes!

3. Trace agora uma circunferência de raio 5 cm, nomeando seu centro como  $O$ . Tome um ponto  $A$  qualquer sobre a circunferência e, com auxílio da régua, trace a reta que passa por  $O$  e  $A$ , prolongando-a até que corte novamente a circunferência. Chame este ponto de  $B$ . Agora, responda as perguntas propostas:

a. Quanto mede a distância entre os pontos  $O$  e  $A$ ? E entre  $O$  e  $B$ ?

b. Quanto mede o segmento  $AO$ ? E o segmento  $OB$ ?

c. Sem o auxílio da reta, responda quanto mede o segmento  $AB$  (que passa por  $O$ )? Por quê? Explique detalhadamente!

d. Use a régua para verificar se a sua resposta ao item anterior está correta. Você sabe o nome do segmento que une dois pontos de uma circunferência, passando pelo seu centro?

e. Tome um ponto  $C$  em qualquer lugar da circunferência que você traçou, diferente de  $A$  e  $B$ , e novamente com auxílio da régua una-o com o centro  $O$ , prolongando até encontrar novamente a circunferência (chame este ponto de  $D$ ). Com base no que você fez nos itens anteriores, responda: quanto mede o segmento  $CD$ , que passa por  $O$ ?

f. Quanto mede o raio da circunferência que você traçou? Qual a relação existente entre  $AB$  e o raio da circunferência? E entre  $CD$  e o raio?

g. Conclua a atividade, escrevendo uma definição para o diâmetro de uma circunferência e ainda explicando como o diâmetro se relaciona com o raio de circunferência.

h. Se uma circunferência tem raio 3 cm, quanto mede o seu diâmetro? Explique!

i. Se uma circunferência tem diâmetro 9 cm, quanto mede seu raio? Por quê?

j. Trace uma circunferência com 4 cm de diâmetro. Como você fez? Explique em detalhes!

4. Vamos descobrir mais coisas sobre a circunferência? Trace outra circunferência com raio 6 cm. Chame seu centro de  $O$  e tome os pontos  $A$  e  $B$  sobre essa circunferência de maneira que  $AB$  não seja o diâmetro dessa circunferência. Marque também o ponto  $C$  de forma que  $AC$  seja um diâmetro. Sem o auxílio da régua, responda às perguntas abaixo formuladas:

a. Quanto medem  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  e  $AC$ ? Como você descobriu isso?

b. Quanto mede  $AB$ ? Você consegue responder a essa pergunta sem o auxílio da régua? Por quê?

c. Quem é maior:  $AB$  ou  $AC$ ? Por quê?

d. Agora, use a régua e meça o segmento AB, verificando se a sua resposta ao item anterior está correta.

e. Marque um outro ponto D qualquer nessa mesma circunferência, de maneira que D seja diferente de A, B e C e de forma que BD não seja diâmetro. Sem usar a régua, responda: quem é maior, AC ou AD? Por quê? Confirme com a régua a sua resposta!

f. Você sabe o nome de um segmento qualquer cujas extremidades sejam pontos de uma circunferência? Chamamos estes segmentos de cordas. Nessa atividade, AB, AC, AD, BC e BD são cordas, sendo que duas delas são cordas especiais, que recebem o nome de diâmetro. Quais são elas?

g. Para concluir esta atividade, escreva qual relação podemos estabelecer entre o comprimento de cordas que não são diâmetros em uma circunferência e o seu diâmetro.

h. Complete a frase: Em uma circunferência, o diâmetro é a corda

### **Entrando em Campo**

**Duração prevista:** 100 minutos

**Área de conhecimento:** Circunferência e Círculo

**Objetivos:** Explorar as idéias de contorno e área relacionadas a circunferências e círculos, diferenciando-as.

**Pré-requisitos:** Noções de círculo, circunferência e seus elementos

**Material necessário:** Folha de atividades, régua e compasso, fita métrica, papel ofício branco e colorido, cartolinas emendadas, tesoura, cola, barbante

**Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**Descritor associado:**

**H09** – Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

### **ATIVIDADE 2**

1. Vamos construir o nosso próprio campo de futebol (em miniatura)? Mas quais são as suas dimensões? Monte sua equipe e mãos à obra! Pesquise todas as dimensões de um campo oficial de futebol na internet e monte o seu usando cartolinas emendadas! Sugerimos que você adapte as medidas usando uma escala de 1:100, ou seja, cada 1 centímetro do seu desenho do campo equivalerá a 100 centímetros (ou 1 metro) no campo real. Mãos à obra! Represente o campo em todos os seus detalhes! Faça os traços todos a lápis, ok? Use régua e compasso para facilitar o seu trabalho.

2. Observando o seu campo e lembrando-se do como você o construiu, responda às seguintes perguntas:

a. Você vê circunferências ou círculos no campo de futebol que o seu grupo montou? Descreva-O(s), contando como você e o seu grupo procederam para desenhá-lo.

b. Existem figuras que são partes de círculos no seu campo de futebol? Descreva-os também, contando onde se localizam e como você e seu grupo procederam para desenhá-lo.

3. Vamos cobrir o contorno do círculo de meio de campo com barbante? Quantos centímetros de barbante você vai precisar?

4. Agora, vamos "plantar grama" no interior do círculo de meio de campo? Imagine que a grama é vendida em placas quadradas com 1 metro de lado (no seu desenho, as "placas de grama" serão quadradinhos com 1 centímetro de lado. Recorte-os em papel verde para imitar a grama). "Plante" a grama no interior do círculo de meio de campo, usando cola branca.

a. Quantas "placas de grama" foram usadas?

b. Qual a área de cada "placa de grama" no seu campo?

c. Qual a área do círculo de meio de campo do seu grupo?

d. O resultado foi o mesmo encontrado no item 3? Explique!

5. Você sabia que a bola de futebol também tem dimensões oficiais regulamentadas pela FIFA? Pois é, segundo este órgão, ela deve ser esférica e sua circunferência maior deve variar entre 68 e 70 centímetros.

a. Como os árbitros de futebol podem fazer para verificar se as bolas que serão usadas no jogo estão dentro dos padrões exigidos? Use a sua criatividade e invente um dispositivo em que isso possa ser feito rapidamente!

b. Faça com barbante uma figura que se pareça com uma circunferência com a medida indicada acima, colando-o na folha. Qual o seu raio? E o seu diâmetro? Use a régua para saber!

c. Use o compasso e desenhe em papel branco uma circunferência com o raio que você encontrou acima. Agora, experimente "gramar" esta circunferência, usando quadradinhos de papel, como fizemos no item de número 4 acima. De quantos quadradinhos de papel você precisará?

### **Descobrimos $\pi$**

**Duração prevista:** 100 minutos

**Área de conhecimento:** Circunferência e Círculo

**Objetivos:** Determinar aproximações para o valor de  $\pi$  a partir de situações experimentais em embalagens ou objetos circulares de maneira geral.

**Pré-requisitos:** Noções de círculo, circunferência e seus elementos.

**Material necessário:** Folha de atividades, régua e compasso, fita métrica, embalagens ou objetos diversos em formato circular, calculadora básica.

**Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**Descritor associado:**

**H09** - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações..

### ATIVIDADE 3

1. Verifique os objetos que o seu grupo trouxe para a aula de hoje. Procure agrupá-los, e registre os critérios usados.
2. Agora meça as circunferências existentes nestes objetos, envolvendo-as com barbante e a seguir esticando-o e colocando na régua para verificar o seu comprimento. Repita também medindo o diâmetro de cada uma delas, completando a tabela a seguir.
3. Divida, em cada linha da tabela, o comprimento da circunferência pelo seu diâmetro e anote o resultado na última coluna da tabela. Use uma calculadora simples para auxiliar sua tarefa.

OBJETO	CIRCUNFERÊNCIA	DIÂMETRO	CIRCUNFERÊNCIA / DIÂMETRO

Ocorreu algum fato interessante? Qual? Descreva-o! Verifique com seus colegas se aconteceu o mesmo com eles! Converse com seu professor a respeito disto!

4. Você sabia que esses números que você encontrou se aproximam do número conhecido em Matemática como  $\pi$ ? O  $\pi$  é um número irracional, o que significa que tem infinitas casas decimais e que ele não é periódico. A última coluna da tabela que você completou retorna aproximações para o número  $\pi$ .



- a. Volte à tabela e escreva aqui que cálculo você efetuou para encontrar os resultados expressos na última coluna.
- b. Vamos generalizar isso? Se o comprimento da circunferência que você mediu com o barbante for  $C$  e o diâmetro for  $d$ , escreva algebricamente a conta que você fez, percebendo que o resultado desta conta é  $\pi$ .
- c. Procure isolar o termo  $C$  na relação escrita no item anterior, completando a fórmula.  $C = \underline{\hspace{2cm}}$
- d. Podemos relacionar diâmetro e raio de uma circunferência, não é verdade? Que relação é esta? Escreva-a algebricamente, chamando o diâmetro de  $d$  e o raio de  $r$ .
- e. Retome a relação que você escreveu no item c, substituindo  $d$  pela relação que você encontrou no item anterior, completando a fórmula  $C = \underline{\hspace{2cm}}$ . Você já tinha visto esta fórmula antes? Quando?

## **AVALIAÇÃO**

A avaliação é parte integrante do processo de aprendizagem, trabalho contínuo e sistemático e não, simplesmente, um aspecto final da aprendizagem.

Os alunos serão avaliados mediante os trabalhos realizados em sala, no decorrer das aulas, na organização dos grupos e participação efetiva no mesmo, mediante relatos do grupo com a exposição de suas tarefas, através de atividades avaliativas em sala.

## **BIBLIOGRAFIA**

[http://www.grupoescolar.com/materia/eratostenes\\_calcula\\_a\\_circunferencia\\_da\\_terra.html](http://www.grupoescolar.com/materia/eratostenes_calcula_a_circunferencia_da_terra.html)

<http://www.mecatronicaatual.com.br/secoes/leitura/630>

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=7>