

Plano de Trabalho 2

Matemática 3º Bimestre



Trigonometria na circunferência

Tempo para execução: 8 aulas

Professora: Marizete Beviláqua Tinte Castellani

Turma: 1001 – 1ª série/ Ensino Médio

Ano: 2012

Colégio Estadual “Roberto Silveira”

Introdução

Ao longo da história, a Matemática evoluiu muito e sofreu muitas modificações desde a antiguidade até os tempos atuais. E o principal responsável por essa evolução foi a transmissão de conhecimentos, que se dá, através do processo ensino-aprendizagem. Porém, "Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua própria produção ou a construção." (FREIRE, 1996,p.52).



Como o ensino da Matemática é de fundamental importância para a evolução da humanidade, para a formação social e intelectual do aluno, fazendo deste um ser humano dotado de conhecimento, possuidor da capacidade de evoluir culturalmente, se tratando de um cidadão apto e preparado para lidar com as mudanças da sociedade, é imprescindível o desenvolvimento da autonomia, da criatividade e da capacidade de argumentação. E, para isso, o educador matemático tem uma enorme responsabilidade e precisa contribuir efetivamente para que o ensino seja apropriado e significativo para que seus alunos alcancem estes requisitos.

Este plano de ação tem como objetivo, para o conteúdo de "trigonometria na circunferência", criar condições para que os alunos participem do processo de construção dos conceitos básicos. Inicialmente, lhes será apresentada, uma poesia cujo teor, remete a exemplos de padrões periódicos de comportamento. E, posteriormente, a unidade de medida radiano para conhecerem e compreenderem arcos e ângulos.

As sugestões dos roteiros, visando atender os pontos de maior carência na aprendizagem do aluno, sugerem um ensino atrativo, contextualizado e objetivo, possibilitando a estruturação do pensamento lógico e do raciocínio, despertando a curiosidade e o interesse do aluno.

As atividades selecionadas envolvem a interpretação e resolução de alguns problemas práticos do cotidiano.

Desenvolvimento

Os roteiros escolhidos e adaptados são:

Roteiro de Ação 1 e Roteiro de Ação 3:

- Roteiro de Ação 1 - A Matemática é poesia...

Objetivos: Apresentar ao aluno uma poesia cujo teor nos remete a exemplos de padrões periódicos de comportamento. Reconhecer padrões periódicos de comportamento que sirvam para exemplificar, e justificar o estudo de funções periódicas. Identificar nas situações do cotidiano, padrões periódicos de comportamento.

Área de conhecimento: Trigonometria.

Pré-requisitos: Noções de periodicidade; conceito de função.

Material necessário: Folha de atividades, apresentada em arquivo anexo; calculadora comum.

Organização da classe: Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Obs.: Este roteiro propõe uma atividade de caráter não usual em aulas de Matemática: a interpretação de uma poesia produzida com a utilização de alguns conceitos matemáticos. Ele poderia ser usado em uma aula de Língua Portuguesa. Justamente por isso, permite que articulemos essas duas áreas do conhecimento, aparentemente distintas, mas que devem sempre aparecer conjuntamente em nossas aulas: o estudo da língua escrita e falada e da Matemática.

Pôr do Sol Trigonométrico

"Pôr do sol.
Oscila a onda
Baixa a maré
Vem o pôr do sol
A noite cai
O pêndulo marca a hora
Chega a onda sonora
Os fenômenos sucedem-se em ritmos amenos
Os ciclos repetem-se com simetria
O cientista estudou
E tudo são senos e co-senos
Da trigonometria."



Maria Augusta Ferreira Neves

Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm22/indecccccx.htm>

1. O texto acima faz alusão a diversos fenômenos naturais que se manifestam, segundo a autora, em ritmos amenos. Em sua opinião, todos os fenômenos descritos no verso acima são de fato periódicos? Justifique.

R.: Sim, pois se repetem após um ciclo completo: onda sonora, pêndulo, pôr do sol, etc.

2. A natureza de um fenômeno dito periódico reside no fato de que conhecendo um ciclo completo de sua manifestação podemos prever todo o comportamento deste fenômeno, em qualquer momento. Cite dois fenômenos do texto acima que são periódicos.

R.: Pôr do sol e movimento pendular.

3. Você seria capaz de fornecer três exemplos de outros fenômenos físicos que possuem essa propriedade?

R.: Estações do ano, ciclo anual de movimentação de peixes no mar, movimento lunar.

4. Pesquise sobre algum fenômeno que possa servir de exemplo para ilustrar fenômenos periódicos. Traga-o na nossa próxima aula.

R.: Ciclo menstrual, movimento de corpos celestes, batimentos cardíacos, fenômeno da marés, etc .

Videoteca

Exibição do vídeo <http://www.youtube.com/watch?v=g2awla6KO30&feature=related>,

"Círculo trigonométrico, graus e radianos", em que o autor do vídeo faz uma apresentação, comparando a circunferência a uma pizza. Dividindo-a em pedaços, ele explica sobre os quadrantes, arcos notáveis, graus, radianos e outras informações importantes.

Roteiro de Ação 3 - O que é mesmo esse tal de radiano?!?!

Área de conhecimento: Trigonometria.

Objetivos: Conhecer a unidade de medida radiano para arcos e ângulos.

Pré-requisitos: Arcos e ângulos na Circunferência.

Material necessário: Folha de atividades; Laboratório de Informática / Projetor Multimídia e Notebook do Professor .

Organização da classe: Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritores: **H21** Transformar grau em radiano ou vice-versa.

C1 - Converter em graus a medida de um arco dado em radianos, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária.

C2 - Converter em radianos a medida de um arco dado em graus, a qual não exceda duas voltas da circunferência unitária.

O Radiano

Rever o conceito de ângulo e suas medidas e acrescentar que os graus estão ligados não apenas a ângulos, mas também a arcos, introduzindo uma unidade de medida nova: **o radiano**.

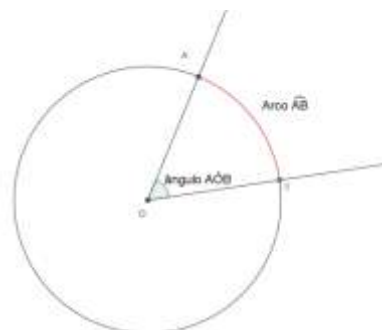
Rever algumas definições:

Definição A 1: "O ângulo é a figura formada por duas semi-retas de mesma origem".

Definição B 2: "O grau é a fração de $1/360$ do círculo".

Definição C 3: "Arco é uma das partes da circunferência delimitada por dois pontos, inclusive".

Quando pensamos no ângulo situado na circunferência de maneira que seu vértice coincida com o centro desta, os lados desse ângulo interceptarão a circunferência em exatos dois pontos (sendo o ângulo



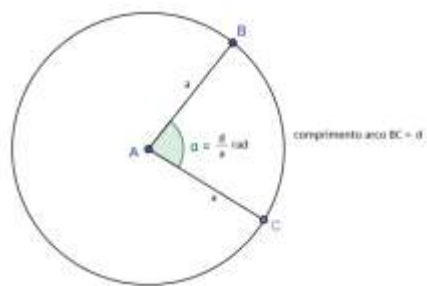
não nulo e diferente de 360°). Esses dois pontos determinam, portanto, um arco na circunferência.

- Usar a relação que define o radiano, calculando a razão r entre o comprimento do arco e o do raio da circunferência.
- Mostrar ao aluno o ângulo e arco de medida 1rad e levá-lo a construir esse ângulo usando a sua definição.
- Rever ângulos na circunferência (ângulos inscritos e centrais);

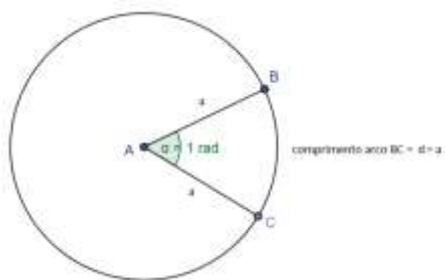
Utilizar relógios de pulso analógico, por exemplo. O ângulo entre os ponteiros é o mesmo em qualquer um dos dois relógios, considerando a medida desse ângulo no mesmo horário e pelos eixos dos ponteiros



Definição D 4 : "A medida de um ângulo em radianos é a razão entre o comprimento do arco determinado pelo ângulo em um círculo cujo centro é o vértice do ângulo e o comprimento do raio do círculo".



A medida em *graus* de um ângulo consiste em inserir este ângulo em uma circunferência dividida em 360 partes congruentes entre si, dessa forma, cada parte equivalerá a um arco de medida igual a 1° (um grau).



Ao dividirmos esse arco de 1° em 60 partes denominamos cada parte como $1'$ (um minuto), e dividindo, mais uma vez, esse arco de $1'$ minuto em 60 partes iguais teremos arcos denominados de $1''$ (um segundo). Logo, teremos $1^\circ = 60'$ e $1' = 60''$. De modo análogo, a medida angular de um arco, tomada

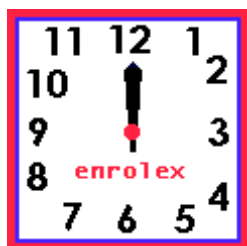
em graus é efetuada, exatamente da mesma forma.

Para o aluno ter essa noção, **a conversão entre graus e radianos**, basta pensar que, como o comprimento da circunferência é $2\pi r$, ou seja, 2π "vezes" r , isso significa que o raio da circunferência cabe 2π vezes na circunferência.

Além disso, como a circunferência mede 360° , então temos a equivalência entre 360° e 2π rad, o que pode ser escrito como $180^\circ = \pi$ rad. Entendendo essa relação, fica mais fácil nosso aluno compreender as conversões de graus em radianos e de radianos em graus.

Para que o aluno compreenda essa relação, propor algumas situações-problemas para solução (recorrendo à regra de três), como por exemplo:

- 1) Suponha uma circunferência de raio 6 cm, contendo ângulo central $A\hat{O}B$ de 40° , que intersecta a circunferência nos pontos A e B, determinando o arco AB sobre ela. Qual a medida desse arco?



- 2) Qual é a medida do ângulo que o ponteiro das horas de um relógio descreve em um minuto? Calcule o ângulo em graus e em radianos.

O ponteiro das horas percorre em cada hora um ângulo de 30 graus, que corresponde a $360/12$ graus. Como 1 hora possui 60 minutos, então o ângulo percorrido é igual a $a=0,5$ graus, que é obtido pela regra de três:

$$60 \text{ min} \dots\dots\dots 30 \text{ graus}$$

$$1 \text{ min} \dots\dots\dots a \text{ graus}$$

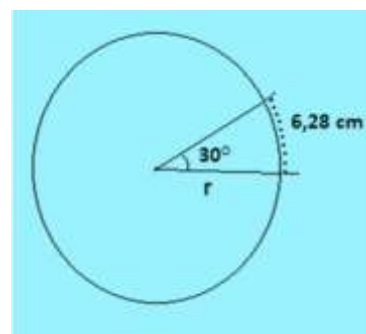
Convertemos agora a medida do ângulo para radianos, para obter $a = \text{ / } 360 \text{ rad}$, através da regra de três:

$$180 \text{ graus} \dots\dots\dots \text{ rad}$$

$$0,5 \text{ graus} \dots\dots\dots a \text{ rad}$$

- 3) Um arco de 30° tem 6,28 cm de comprimento, em uma circunferência de raio r. Calcule o valor de r:

- (A) 15 cm
- (B) 10,5 cm
- (C) 30 cm
- (D) 12 cm
- (E) 20 cm



Resolução:

Sabemos que a medida completa de uma circunferência, em graus, é 360° . Portanto, esse problema pode ser resolvido através de uma regra de três simples e direta:

$$\begin{array}{rcl} 360^\circ & \underline{\hspace{2cm}} & 2 \pi r \\ 30^\circ & \underline{\hspace{2cm}} & 6,28 \end{array}$$

$$\frac{360}{30} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot r}{6,28}$$

$$12 = \underline{6,28 r}$$

6,28

$r = 12 \text{ cm}$

4) Nas Olimpíadas de Londres, um atleta percorreu $\frac{1}{5}$ de uma pista circular, correndo sobre uma única raia. Qual é a medida do arco percorrido em graus? E em radianos?

Solução:

Uma volta inteira na pista equivale a 360° graus, assim $\frac{1}{5}$ de 360° graus é 72° graus. Uma volta inteira na pista equivale a 2π radianos, então o atleta percorreu $(\frac{2}{5}) \cdot \pi$

Outra solução:

$$2\pi \underline{\hspace{2cm}} 360^\circ$$

$$x \underline{\hspace{2cm}} 360^\circ/5$$

Revendendo os conteúdos de regra de três simples e de proporcionalidade multiplicamos 2π por $360^\circ/5 = 360^\circ$ vezes a incógnita x .

resultado final $\frac{2}{5} \pi$

Uso de material concreto no ensino de trigonometria

Cartaz com o círculo trigonométrico para ilustrar, enriquecer e facilitar o entendimento sobre o assunto.



Este artigo apresenta uma proposta pedagógica de trabalhar o círculo trigonométrico através de material concreto.

Avaliação

Este plano tem por finalidade ajudar o aluno a compreender o conteúdo e a superar as dificuldades durante o processo de ensino e aprendizagem. Para isso, a avaliação será contínua, formativa e estará relacionada à participação dos alunos. Como? Ouvir as suas opiniões, as suas dúvidas, encorajá-los a persistirem em seus próprios esforços e a desenvolverem e atingirem a autonomia.

Outras formas de avaliação:

- * Trabalhos realizados individualmente ou em grupo;
- * Testes ou provas objetivas;
- * Pesquisas realizadas durante as aulas e como tarefa de casa.

Bibliografia

- ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS - Trigonometria na circunferência
Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio - 3º bimestre - disponível em <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava>.
- Livro de apoio: MATEMATICA PAIVA, 1º Ano/Manoel PAIVA - 1ª Edição - São Paulo: 2009
- Troca de idéias com os colegas- atividades compartilhadas no Forum 2
- Midiateca - disponível em <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava>.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- Links acessados:
http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anaais/pdf/3164_1725.pdf
<http://www.brasilescola.com/matematica/circunferencia-trigonometrica.htm>
http://www.youtube.com/watch?v=IchVd2En_eo
<http://www.youtube.com/watch?v=r72XHiJD2Cg&feature=related>
<http://www.youtube.com/watch?v=g2awla6KO30&feature=related>
<http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/relacao-entre-graus-radianos.htm>
<https://www.google.com/search?q=Trigonometria+na+circunfer%C3%Aancia&hl=pt-PT&client=firefox-a&hs=iQO&rls=org.mozilla:pt-BR:official&prmd=imvns&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=aYZXUPSXHcqjggHD-4Eq&ved=OCEIQsAQ&biw=1024&bih=592>

“Na Matemática, para saborear com prazer o fruto é preciso conhecer bem as suas raízes.”