

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos:

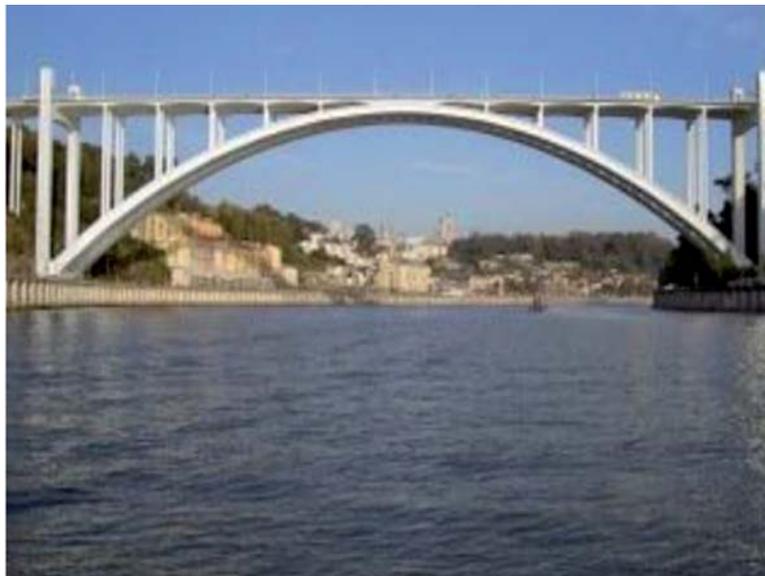
ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Ampliações e Reduções no dia a dia	15 a 20 min	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual
2	Um novo olhar ...	Semelhança entre Triângulos	15 a 20 min	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual
3	Fique por dentro!	Problemas Semelhantes	25 a 35 min	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

## APRESENTAÇÃO

Esta dinâmica busca compreender o conceito de razão trigonométrica a partir da semelhança de triângulos. Desta forma, na primeira etapa, pretende-se que os alunos reconheçam as relações entre figuras semelhantes e que construam ampliações e reduções de figura. Já na segunda etapa, vamos explorar a semelhança entre triângulos. Finalmente, na terceira etapa vamos verificar as razões trigonométricas em duas situações distintas, sendo que ambas apresentam triângulos semelhantes. Como sempre, você terá a possibilidade de fazer algumas escolhas, entre usar mais ou menos tempo nas atividades aqui propostas ou enfatizar algum ponto que considere mais crucial para os seus alunos.

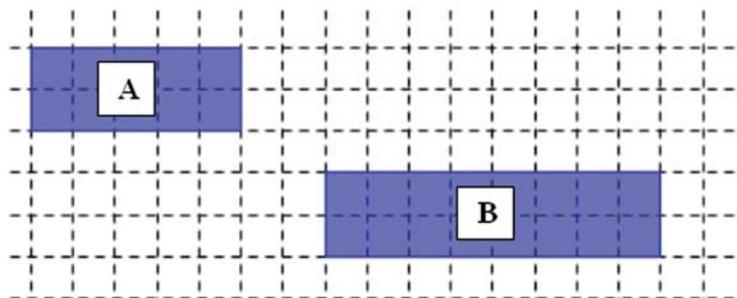
Bom trabalho!

Mas as figuras seguintes são parecidas e não são semelhantes.



Professor

Estes dois polígonos também são parecidos e não são semelhantes. Repare nas medidas dos lados dos retângulos A e B.



Já os retângulos da figura seguinte são semelhantes.

Fig(a)

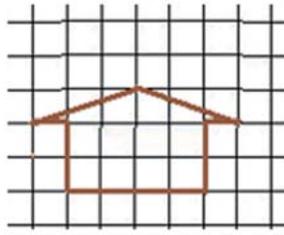
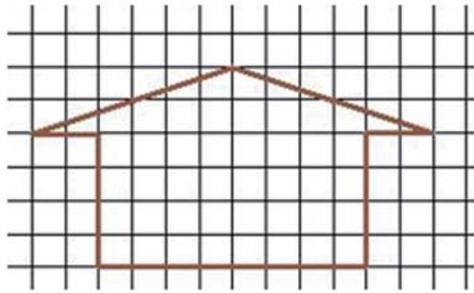


Fig (b)



Utilizamos o fator 2 (dobro) para encontrar a figura ampliada (b) – cada lado desta figura (b) tem o dobro de “lados de quadradinho” da figura (a).

Assim, o contorno da figura (b) é de 20 lados de quadradinhos inteiros e mais 6,5 de cada lado do telhado, dando um total de aproximadamente  $20 + 2 \times 6,5 = 33$  lados de quadradinho.

Lembre-se de que, nesta atividade, estamos trabalhando com aproximações e estimativas.

**Situação 1**

Considere a Figura 1.

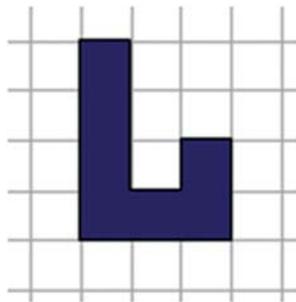
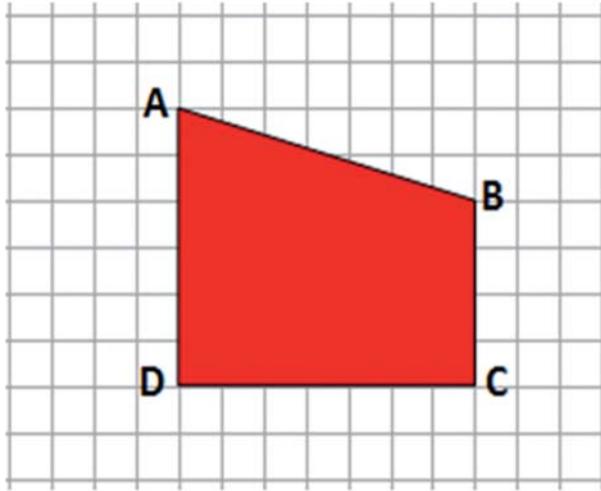


Figura 1

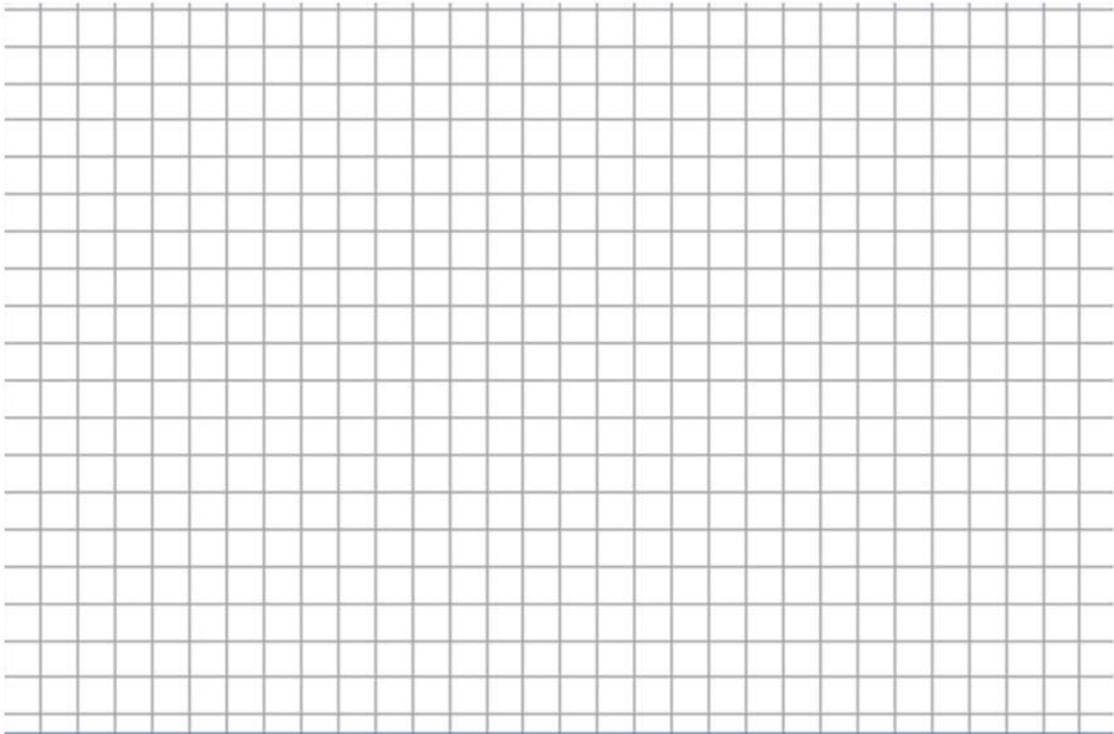
Utilize o quadriculado a seguir (Figura 2) para fazer uma ampliação da Figura 1, de razão 2.

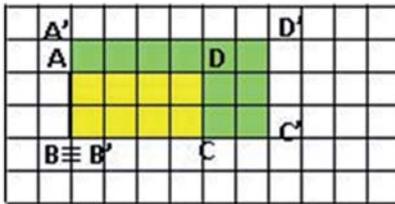
## Situação 2

Considere o quadrilátero ABDC :



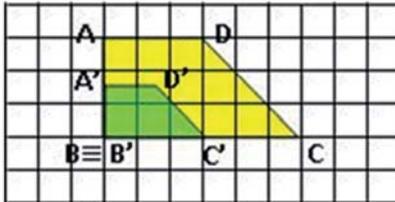
Use o quadriculado a seguir para fazer uma ampliação, de razão 3, do quadrilátero ABCD e uma redução, de razão  $1/2$ .





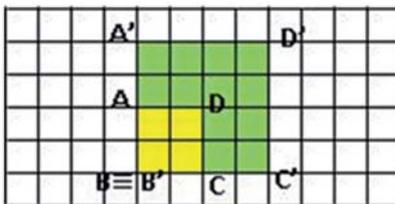
$$\frac{\overline{A'D'}}{\overline{AD}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Razão de redução = 1/2



$$\frac{\overline{A'D'}}{\overline{AD}} = \frac{6}{2} = 3$$

Razão de ampliação = 3



$$\frac{\overline{A'D'}}{\overline{AD}} = \frac{4}{2} = 2$$

Razão de ampliação = 2

**Recursos Necessários**

- Encarte do aluno.

**Procedimentos Operacionais**

A atividade poderá ser feita em dupla de alunos e o registro individual.



**Intervenção Pedagógica**

- Professor, nesta etapa, pretende-se que os alunos reconheçam as relações entre figuras semelhantes e que construam ampliações e reduções de figura.
- Neste sentido, deve-se reforçar que, em qualquer par de figuras semelhantes com tamanhos diferentes, cada uma constitui uma cópia da outra com outra escala. Mais precisamente, se uma figura  $F'$  é semelhante a uma figura  $F$ , então  $F'$  é uma ampliação de  $F$ , ou  $F'$  é uma redução de  $F$ .

Razão de semelhança  
0,5      Redução

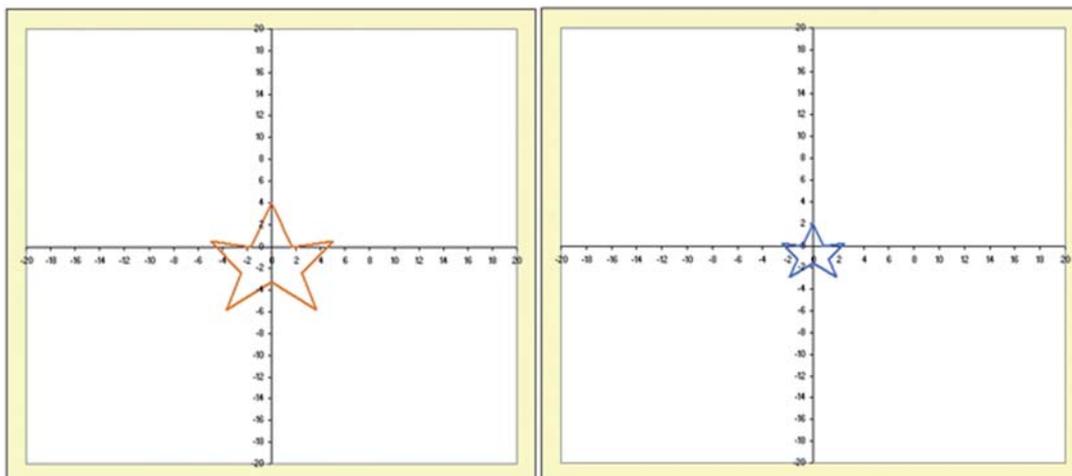


Figura: Estrela 2 (Figuras semelhantes – Redução)



## SEGUNDA ETAPA UM NOVO OLHAR ...



### ATIVIDADE • SEMELHANÇA ENTRE TRIÂNGULOS.

#### Objetivo

Descobrir as condições de semelhança de triângulos

#### Descrição da atividade

Ao realizar as tarefas a seguir você irá encontrar um resultado interessante e fundamental sobre a **semelhança de triângulos** que lhe será útil na resolução de muitas situações problema.

Situação 1:

Considere **três triângulos** ABC, EFG e MNP cujos lados, em centímetros, medem respectivamente:

Triângulo 1: ABC	AB = 4	BC = 3	AC = 2
Triângulo 2: EFG	EF = 8	FG = 6	EG = 4
Triângulo 3: MNP	MN = 12	NP = 9	MP = 6

Observe que esses **triângulos** têm a mesma “forma”, mas os “tamanhos” são diferentes. Verifique que:

As medidas dos lados do triângulo ABC são proporcionais às medidas dos la-

Pela definição de semelhança o que está faltando para que se possa concluir que esses três triângulos sejam semelhantes entre si?

---

---

Resposta

É preciso verificar os ângulos.



Compare os dois triângulos menores e, por superposição, verifique quais são os ângulos correspondentes que têm a mesma medida; escreva os resultados dessa verificação. Depois disso, você pode concluir que os três triângulos são semelhantes? Por quê?

---

---

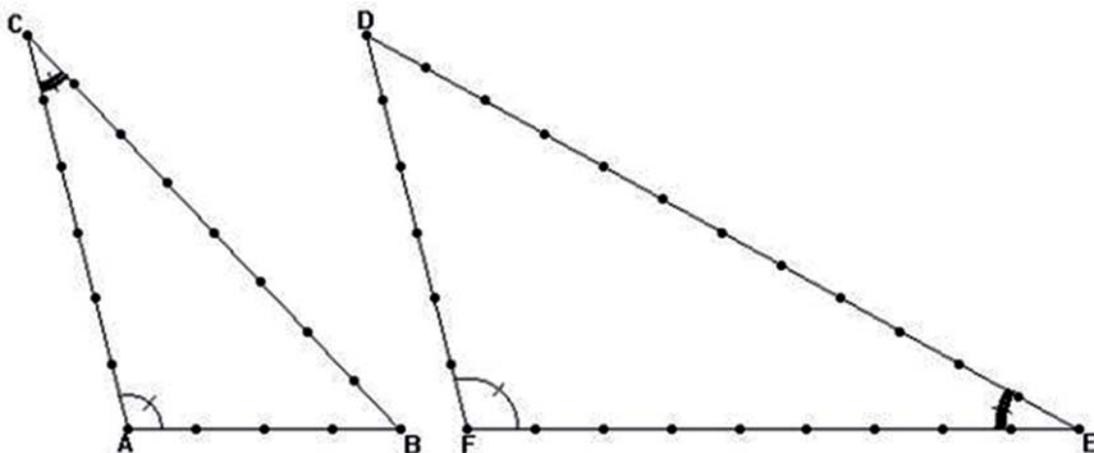
Resposta

Sim.  $\hat{A}=\hat{E}=\hat{M}$ ,  $\hat{B}=\hat{F}=\hat{N}$ ,  $\hat{C}=\hat{G}=\hat{P}$ . Os triângulos apresentam lados correspondentes proporcionais e ângulos congruentes, logo podemos dizer que são semelhantes.



### Situação 2:

Observe os triângulos ABC e DEF da figura a seguir. Os pontos que você vê sobre os lados desses triângulos dividem esses lados em segmentos, todos de mesma medida. (É como se eles fossem construídos usando palitos de fósforo, todos de mesmo comprimento). **Você acha que eles são semelhantes? Justifique por escrito a sua resposta.**



dele decorre a igualdade das medidas do terceiro ângulo e a proporcionalidade dos lados correspondentes e, portanto, dispensa a verificação das outras quatro condições necessárias de semelhança;

- explicitar e definir o que é razão de semelhança.



## TERCEIRA ETAPA

### FIQUE POR DENTRO!



#### ATIVIDADE • PROBLEMAS SEMELHANTES

##### Objetivo

Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo.

##### Descrição da atividade

Existem muitos problemas ou situações do nosso cotidiano que podem ser representados por triângulos semelhantes. Como é o caso da decolagem de aviões, da altura de uma escada ou de um poste, do cálculo da largura de um rio e de muitas outras. A seguir, são apresentados dois exemplos de situações como estas.

##### Situação 1



Fonte: <http://www.sxc.hu/photo/1289620>

Ao decolar, um avião sobe formando um ângulo  $x$  com a pista (horizontal). Para estar a 100m de altura em relação ao solo, a partir da decolagem, um avião percorre em linha reta 200m. E a distância, em relação ao solo, do momento da decolagem até o ponto em que o avião atinge essa altura é de  $100\sqrt{3}$ . A partir das informações obtidas, construa um triângulo que representa a Situação 1 e determine as razões trigonométricas para o ângulo  $x$ .

Considerando as **Situações 1 e 2**. Responda:

- a. O que se pode concluir sobre o ângulo  $x$ ? Quanto mede esse ângulo?

---



---

Resposta

*Resposta: O ângulo  $x$  da situação 1 é igual ao ângulo  $x$  da situação 2, pois apresentam o mesmo valor de seno, cosseno e tangente. Esse ângulo mede  $30^\circ$ .*



- b. O que se pode dizer em relação ao triângulos obtidos nas situações 1 e 2.

---



---

Resposta

*São triângulos semelhantes.*



#### Recursos Necessários

- Encarte do aluno.

---



---

## Procedimentos Operacionais

*A atividade poderá ser feita por dupla de alunos e o registro individual.*




---



---

## Intervenção Pedagógica

- *Professor, como o principal objetivo desta 3ª atividade é utilizar as razões trigonométricas no triângulo retângulo, seria importante construir com os alunos a dedução das razões trigonométricas, a partir da semelhança de triângulo.*
- *Tomando um ângulo com uma determinada medida, a partir de pontos marcados em um de seus lados, traçando retas perpendiculares em relação ao outro lado, construindo triângulos retângulos semelhantes (que têm ângulos congruentes e lados correspondentes*

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{CD}{OD} = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo}}{\text{medida da cateto adjacente ao ângulo}}$$

As razões são chamadas razões trigonométricas.

- Professor, seria interessante, após esta atividade, falar da existência de tabelas trigonométricas com os valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos agudos. Construir a tabela dos principais ângulos agudos com a classe e pedir aos alunos que comparem os valores da tabela com aqueles que eles encontraram.

	30°	45°	60°
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

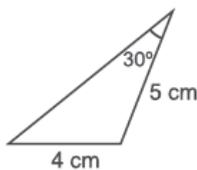


## QUARTA ETAPA

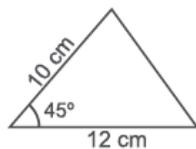
### Quiz



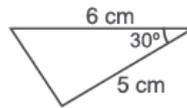
**Questão:** (Questão 15 da Avaliação Diagnóstica – C0905 – 2º bimestre – SAERJINHO – 2012). **Observe os desenhos dos triângulos abaixo.**



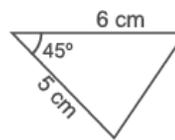
Triângulo P



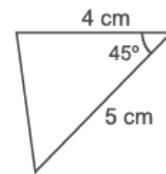
Triângulo Q



Triângulo R



Triângulo S



Triângulo T

Qual é o par de triângulos semelhantes?

- P e T.
- Q e S.
- R e S.
- S e T.

Vídeo (**Parte 3**) Disponível em:

<http://www.youtube.com/watch?v=Kpyt809PJwY>

Razões trigonométricas no Triângulo Retângulo



Agora, você verá que as relações trigonométricas existentes no triângulo retângulo admitem três casos: seno, cosseno e tangente. É o que estudaremos nestes **dois vídeos**.

Vídeo (**Parte 1**) Disponível em:

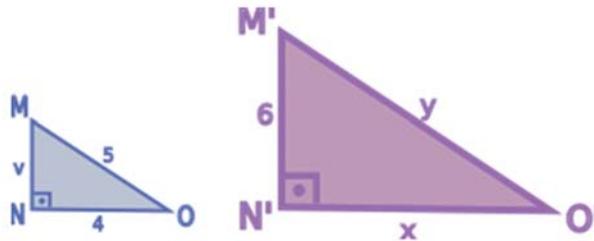
<https://www.youtube.com/watch?v=f0i13e4Fj0w>

Vídeo (**Parte 2**) Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=HkTIT5oN8g8>

## AGORA, É COM VOCÊ!

- Os triângulos MNO e M'N'O' seguintes são semelhantes. Se a razão entre seus perímetros é de 1 para 2, calcule as medidas de  $v$ ,  $x$ ,  $y$ .



Resposta

$$6/v = 2 \text{ p } v = 6/2 = 3$$

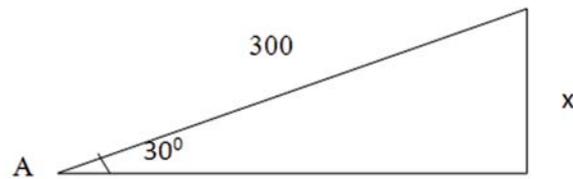
$$x/4 = 2 \text{ p } x = 2(4) = 8$$

$$y/5 = 2 \text{ p } y = 2(5) = 10$$



4. Um motociclista percorre, a partir de um ponto A, 300m de estrada, inclinada  $30^\circ$  em relação ao plano horizontal, em auge. Qual a altura do ponto atingido, em relação ao plano horizontal que passa por A?

Resposta



$$\text{sen } 30 = \frac{x}{300}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{300}$$

$$2x = 300$$

$$x = 150$$

A altura é de 150m.



