Reforço escolar • Matemática •

# No ritmo do futebol

## Dinâmica 2

### 2ª Série | 3º Bimestre

| DISCIPLINA | SÉRIE | CAMPO | CONCEITO |
|---|---|---|---|
| Matemática | 2ª Série do Ensino Médio | Algébrico-Simbólico | Matrizes e Determinantes |

Aluno

## Primeira Etapa
## Compartilhar ideias

### Atividade • Tabelas no futebol.

Em uma determinada escola, ocorre, anualmente, um campeonato de futebol, envolvendo quatro times. Neste ano, no primeiro turno foram realizados oito jogos, nos quais cada time jogou com os demais uma única vez. Observe o placar dos jogos.

| JOGO | PLACAR |
|---|---|
| Bola na trave x Tô sem controle | 2x1 |
| Bola na trave x Deixa que eu chuto | 2x2 |
| Bola na trave x Só o que sobrou | 4x1 |

| JOGO | PLACAR |
|---|---|
| Tô sem controle x Deixa que eu chuto | 1x1 |
| Tô sem controle x Só o que sobrou | 3x1 |
| Deixa que eu chuto x Só o que sobrou | 4x3 |



GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

1. Você e seus colegas devem contar o número de vitórias, empates e derrotas de cada time e preencher a tabela a seguir.

| TABELA 1: TIMES×RESULTADOS | | | |
|---|---|---|---|
| RESULTADOS / TIMES | VITÓRIAS | EMPATES | DERROTAS |
| Bola na trave | | | |
| Tô sem controle | | | |
| Deixa que eu chuto | | | |
| Só o que sobrou | | | |

2. Observando os dados numéricos da tabela, responda.

a. Qual informação temos na linha do time “Tô sem controle”?

b. Qual informação temos na coluna “derrotas”?

3. Pelo regulamento desse campeonato escolar, são classificados para a final os dois times que tiverem maior número de pontos. Além disso, cada vitória vale 3 pontos, cada empate vale 1 e cada derrota vale 0. Registre essas informações na tabela a seguir:

| TABELA 2: RESULTADOS×PONTOS | |
|---|---|
| RESULTADOS | PONTOS |
| Vitória | |
| Empate | |
| Derrota | |

Aluno

4. A partir das informações das Tabelas 1 e 2, preencha a Tabela 3 com o total de pontos de cada time nesse turno. É importante que você escreva a expressão que utilizou e não apenas o resultado final. Indique também quais foram os dois times que disputaram a final.

| TABELA 3: TIMES×TOTAL DE PONTOS | |
|---|---|
| TIMES | TOTAL DE PONTOS |
| Bola na trave | |
| Tô sem controle | |
| Deixa que eu chuto | |
| Só o que sobrou | |

## Segunda Etapa

# Um novo olhar...

### Atividade • Matrizes no futebol.

Nas tabelas da etapa anterior, você obteve dados numéricos. Olhando agora para esses dados, responda às perguntas a seguir.

1. Escreva uma matriz A, cujos elementos são os dados numéricos da *Tabela 1,* de forma que as linhas representem os times e as colunas os resultados. Use a mesma ordem da tabela.

2. Quantas linhas possui a matriz A? E quantas colunas?. Qual é a ordem dessa matriz?

3. Represente agora os dados numéricos da *Tabela 2,* na forma de uma matriz B de ordem 3 x 1. Diga também o que representam as linhas e a coluna.

4. Compare o número de colunas da matriz A com o número de linhas da matriz B.

   O que você observa em relação ao que cada uma dessas filas representa?

5. A multiplicação de matrizes é realizada de acordo com a seguinte condição: o número de colunas da 1ª matriz deve ser igual ao número de linhas da 2ª matriz.

   Com base na afirmação, é possível realizar o produto A·B?

   E o produto B·A?

   Justifique suas respostas.

6. A multiplicação de matrizes A·B deve ser feita da seguinte forma: Primeiro, multiplicamos os elementos da 1ª linha da matriz A pelos correspondentes da 1ª coluna da matriz B. Depois, somamos esses produtos. Devemos fazer esse processo para todas as linhas e colunas.

Indicamos o procedimento da multiplicação da 1ª linha da matriz A.

Complete-o para as demais linhas e encontre o resultado da multiplicação.

$$A.B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

7. Qual é a ordem da matriz A·B?

8. Observando que a ordem da matriz A é 4×3 e a ordem da matriz B é 3×1, explique como podemos encontrar a ordem da matriz A·B observando a ordem das matrizes A e B .

9. Olhe atentamente para o resultado da matriz A·B. O que significam os elementos dessa matriz?

## Terceira Etapa

# Fique por dentro!

### Atividade • Operação Matrix.

1. Discuta com seus colegas e resolva as questões propostas.

Dadas as matrizes $D = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ e $E = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$. Verifique se $D \cdot E = E \cdot D$.

2. Em geral, dadas duas matrizes quadradas M e N de mesma ordem, sempre teremos $M \cdot N = N \cdot M$? Por quê?

3. Dada a matriz $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Encontre os produtos $D \cdot R$ e $R \cdot D$.

Aluno

## Quarta Etapa
# Quiz

## Avaliação Diagnóstica/SAERJINHO 2012.

Observe a matriz M a seguir:

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

A matriz $M^2 = M \text{ x } M$ é

A) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

B) $\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -8 & 13 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

## Quinta Etapa
# Análise das Respostas ao Quiz

## Etapa Flex

# Para saber +

### Você sabia que algumas matrizes têm inversa?

Primeiro vamos lembrar o que é o inverso de um número real diferente de 0.

Por exemplo, olhando para os números $\frac{2}{5}$ e $\frac{5}{2}$, podemos perceber que eles têm uma relação especial, não é mesmo? Isso ocorre porque $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = 1$. Por esse motivo, dizemos que $\frac{2}{5}$ é inverso de $\frac{5}{2}$ e vice-versa. De forma geral, para números reais diferentes de zero, temos que um número m é inverso de um número n, quando $m \cdot n = n \cdot m = 1$.

Para matrizes, temos uma situação semelhante. Dizemos que duas matrizes de mesma ordem A e B são inversas se $A \cdot B = B \cdot A = I$, onde a matriz $I$ é a matriz identidade (aquela formada por 1 na diagonal principal e o restante por 0). Nesse caso, dizemos que B é a inversa de A, ou que A é a inversa de B e indicamos por $B = A^{-1} \text{ou } A = B^{-1}$, respectivamente.

Mas, como podemos encontrar a matriz inversa de uma matriz? Ah... podemos fazer isso resolvendo um sistema. Por exemplo, considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$. Não sabemos qual é a matriz inversa, nem mesmo se ela existe. Por esse motivo vamos chamar a matriz inversa de $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Como $A \cdot A^{-1} = I$, podemos escrever

Aluno

$$\begin{pmatrix}3 & 1\\5 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$$

Fazendo o produto temos: $\begin{pmatrix}3a+c & 3b+d\\5a+2c & 5b+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$.

Temos dois sistemas para solucionar:

$$\begin{cases}3a+c=1\\5a+2c=0\end{cases}$$

e

$$\begin{cases}3b+d=0\\5b+2=1\end{cases}$$

Resolvendo os sistemas encontramos a = 2, c =-5, b = -1 e d = 3. Com isso a matriz inversa da matriz é a matriz $A^{-1}=\begin{pmatrix}2 & -1\\-5 & 3\end{pmatrix}$.

Quer conferir o processo? Calcule $A\cdot A^{-1}$ e $A^{-1}\cdot A$ e verifique que o resultado será a matriz identidade de ordem 2!

## Agora, é com você!

1. Sejam as matrizes $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 5\\3 & 2 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\4 & 1 & 2\end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix}-1 & 1\\0 & 2\\0 & 0\end{pmatrix}$. Calcule, quando possível, as operações matriciais indicadas:

a. A + B

b. $A + C$

c. $A - B$

d. $A \cdot B$

e. $A \cdot C$

f. $(A + B) \cdot C$

Aluno

2. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$. Calcule:

a. $A^2 = A \cdot A$

b. $A^3 = A \cdot A \cdot A$