Reforço escolar • Matemática •

O lance é determinar!

Dinâmica 3

2ª Série | 3º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	2ª Série do Ensino Médio	Algébrico Simbólico	Matrizes e Determinantes

Aluno

Primeira Etapa
Compartilhar ideias

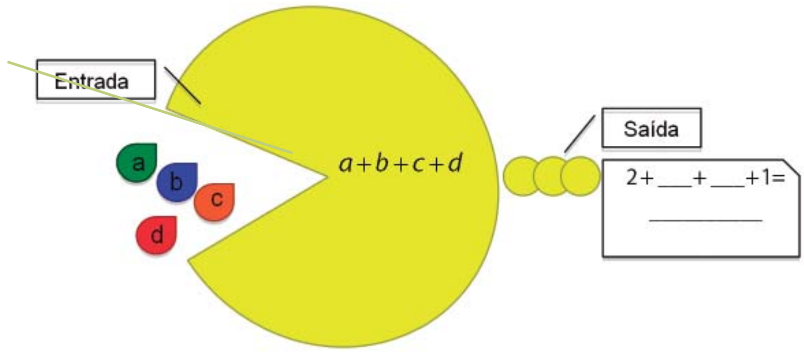
Atividade • Come-come de valores.

Observe as máquinas come-come de valores a seguir. Elas "comem" os valores numéricos dados para a, b, c e d – valores de entrada – e, utilizando a expressão localizada no interior da máquina, os valores de entrada são transformados em um novo valor – valor de saída.

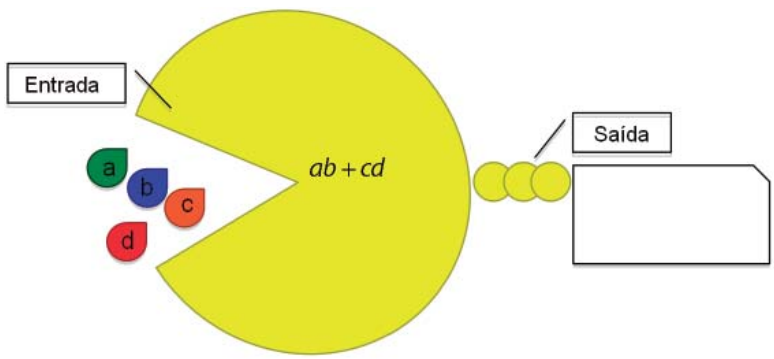
Calcule os valores de saída em cada situação, considerando os valores de entrada indicados em cada item.

Governo do Rio de Janeiro – Secretaria de Estado de Educação
Governo do Rio de Janeiro – Secretaria de Ciência e Tecnologia
Fundação CECIERJ – Consórcio cederj

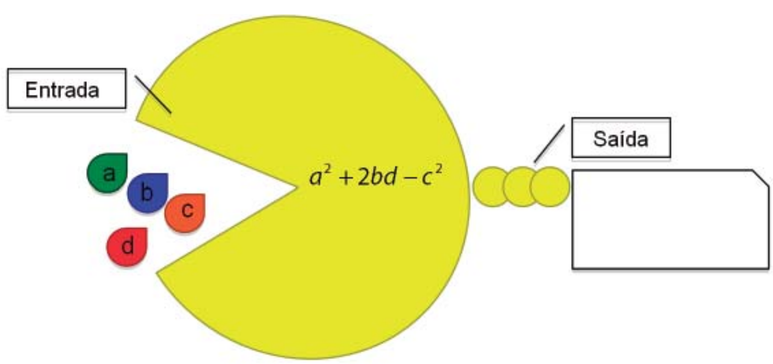
1. $a=2, b=3, c=1$ e $d=1$



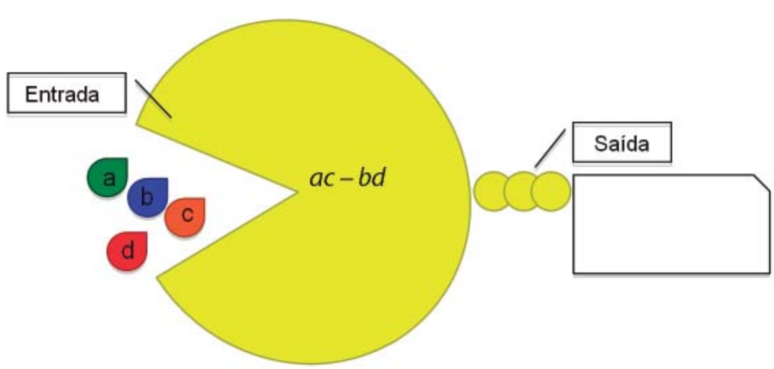
2. $a=2, b=3, c=-1$ e $d=5$



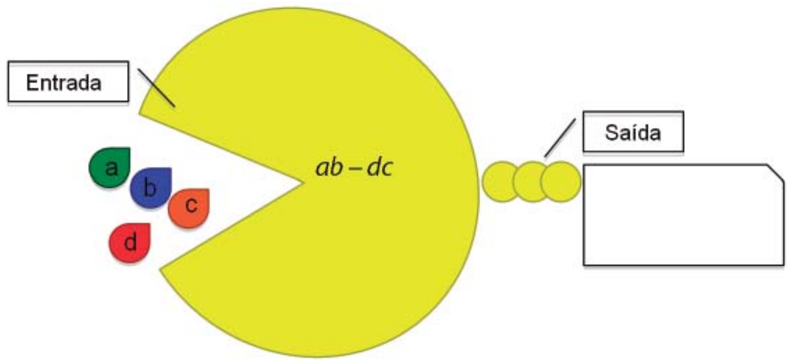
3. $a=-3, b=2, c=-5$ e $d=0$



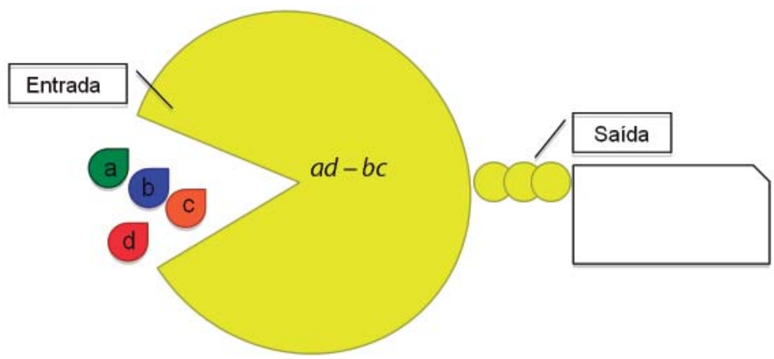
4. $a=-1, b=3, c=-2$ e $d=4$



5. $a = -2$, $b = 2$, $c = -1$ e $d = 3$



6. $a = -2$, $b = 1$, $c = 4$ e $d = 3$



Segunda Etapa
Um novo olhar...

Atividade • Esse cara sou eu!

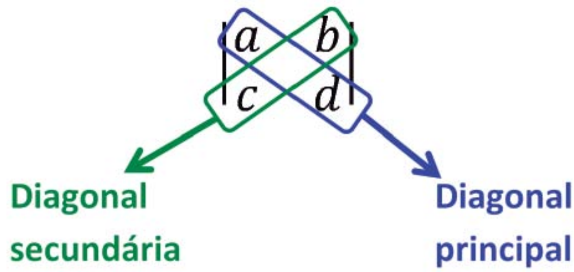
Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ de ordem 2 para responder as perguntas a seguir.

1. O **determinante** é um número associado às matrizes. Geralmente ele é representado com os dados numéricos da matriz entre barras: $\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$.

   Esse número é determinado a partir de uma expressão algébrica envolvendo as letras a, b, c e d.

   No caso das matrizes de ordem 2, o determinante é calculado fazendo-se a diferença entre o produto dos números que formam a diagonal principal e o produto dos números que formam a diagonal secundária.

Matemática



Indique a expressão algébrica do determinante da matriz A.

Em que item da Etapa 2 você utilizou a mesma expressão?

2. Hora de praticar! Calcule os determinantes das matrizes a seguir.

a. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

c. $C = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$

Aluno

d. $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade • Investigando os determinantes.

Nos itens a seguir, você deve, inicialmente, calcular alguns determinantes e, em seguida, discutir com seu colega anotando algumas observações sobre o que ocorre em cada situação.

1. Considere a matriz $D = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

a. Encontre o determinante da matriz .

b. Como é possível o determinante ter esse valor sem que a matriz seja nula?

c. E se, no lugar de uma linha nula, a matriz tivesse uma coluna nula, o que aconteceria com o determinante?

Exiba um exemplo.

Matemática

2. Considere agora a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$.

a. A matriz transposta de A, indicada por A^T é obtida quando a primeira linha vira a primeira coluna e a segunda linha vira a segunda coluna. Com base nestas informações, escreva A^T.

b. Calcule os determinantes da matriz A e da matriz A^T.

c. O que ocorreu com os valores desses dois determinantes?

Isso sempre acontece? Justifique.

3. Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$. O que acontece com o determinante da matriz A, se multiplicarmos uma linha dessa matriz por 3?

E se multiplicarmos por 5?

Aluno

E se multiplicarmos por um número real k?

4. O que acontece com o determinante da matriz A, se trocarmos a posição da primeira linha com o da segunda linha?

5. Um desafio para você! Pense em uma matriz cujos elementos são todos diferentes de zero e que o determinante seja 0.

Dica: Tente criar produtos nas diagonais de forma que a diferença seja zero.

Quarta Etapa

Quiz

Avaliação Diagnóstica/SAERJINHO 2012.

Considere as matrizes M e N indicadas abaixo.

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } N = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

A soma dos determinantes dessas matrizes é:

a. –20

b. –4

c. 17

d. 19

e. 20

Quinta Etapa

Análise das Respostas ao Quiz

Etapa Flex

Para saber +

Regra de Sarrus

Uma regra prática para o cálculo de determinantes de ordem 3 foi criada pelo matemático Pierre Frédéric Sarrus. Como é comum na matemática batizar fatos com o nome do criador, essa regra é conhecida como Regra de Sarrus.

Vamos usar como exemplo a matriz

$$D=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 5 & 1 & 6\\ 2 & 4 & 3\end{bmatrix}$$

Para que você entenda bem essa regra, organizamos o cálculo em 4 passos.

1º passo: Repetir as duas primeiras colunas à direita do determinante.

$$\left|\begin{matrix}1 & 2 & 3\\ 5 & 1 & 6\\ 2 & 4 & 3\end{matrix}\right|\begin{matrix}1 & 2\\ 5 & 1\\ 2 & 4\end{matrix}$$

2º passo: Multiplicamos os elementos das "diagonais principais". As setas azuis indicam os 3 produtos.

$$\left|\begin{matrix}1 & 2 & 3\\ 5 & 1 & 6\\ 2 & 4 & 3\end{matrix}\right|\begin{matrix}1 & 2\\ 5 & 1\\ 2 & 4\end{matrix}$$

3º passo: Multiplicamos os elementos das "diagonais secundárias". As setas vermelhas indicam os 3 produtos.

$$\left|\begin{matrix}1 & 2 & 3\\ 5 & 1 & 6\\ 2 & 4 & 3\end{matrix}\right|\begin{matrix}1 & 2\\ 5 & 1\\ 2 & 4\end{matrix}$$

4º **passo**: somar 6 parcelas: 3 obtidas nos produtos das "diagonais principais" com as 3 dos produtos das "diagonais secundárias" com sinais contrários.

$$det(D)=1\cdot1\cdot3+2\cdot6\cdot2+3\cdot5\cdot4-3\cdot1\cdot2-1\cdot6\cdot4-2\cdot5\cdot3=$$
$$=3+24+60-6-24-30=87-60=27$$

Que tal você calcular agora o determinante da matriz $R=\begin{bmatrix}1 & 2 & 5\\ 0 & 1 & 3\\ -1 & 0 & -2\end{bmatrix}$ pelo método de Sarrus?

Agora, é com você!

1. Calcule os determinantes a seguir:

a. $A=\begin{bmatrix}-2 & 4\\ -2 & 1\end{bmatrix}$

b. $B=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3 & 3\end{bmatrix}$

2. Considere $A=\begin{bmatrix}-2 & 4\\ -2 & 1\end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 6 & 5\end{bmatrix}$.

a. Verifique se $det(A+B)=det(A)+det(B)$.

b. Agora, verifique se a relação $\det(A\cdot B)=\det(A)\cdot\det(B)$ é válida.

Aluno