Professor

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos:

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	Come-come de valores.	15 a 25 min.	Duplas com discussão coletiva.	Individual.
2	Um novo olhar...	Esse cara sou eu!	20 a 25 min.	Duplas com discussão coletiva.	Individual
3	Fique por dentro!	Investigando os determinantes.	20 a 30 min.	Duplas com discussão coletiva.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou em outra ocasião e consultar o professor, se tiver dúvidas.			

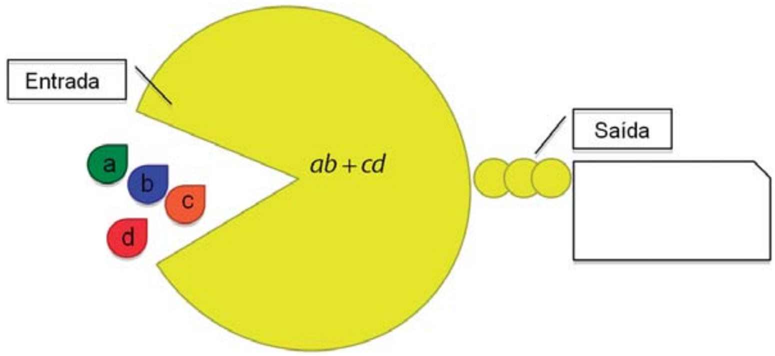
Apresentação

O uso de determinantes, como um número associado a uma matriz quadrada, é importante para saber se uma matriz é inversível e para analisar se um sistema linear admite solução única. Nesta dinâmica, pretendemos apresentar aos alunos o cálculo de determinantes de ordem 2. Para isso, na Etapa 1, retomamos o estudo de valores numéricos de expressões algébricas, propondo aos alunos algumas situações, dentre elas, uma que expressa o determinante de uma matriz de ordem 2, sem que sejam nesse momento, remetidos a esse fato. Na Etapa 2, apresentamos o método para o cálculo de determinantes de segunda ordem e apresentamos algumas situações de cálculo para que os alunos pratiquem. Na terceira etapa, propomos situações para que os alunos reflitam sobre algumas propriedades dos determinantes.

Como sempre, você terá possibilidade de fazer algumas escolhas entre usar mais ou menos tempo nas atividades aqui propostas ou enfatizar algum ponto que considere mais crucial para os seus alunos.

Bom trabalho!

2. $a = 2, b = 3, c = -1 \text{ e } d = 5$

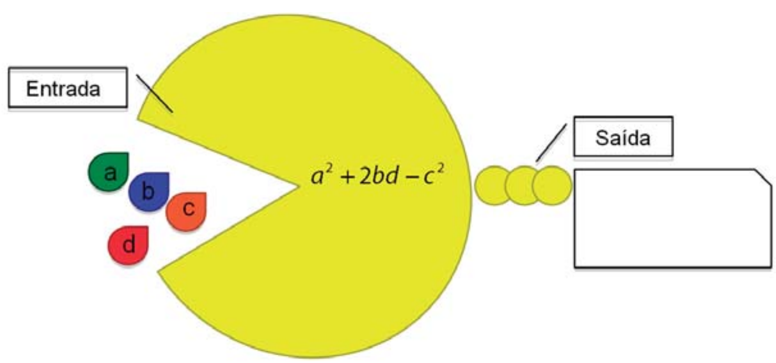


Resposta

$2 \cdot 3 + (-1) \cdot 5 =$

1

3. $a = -3, b = 2, c = -5 \text{ e } d = 0$



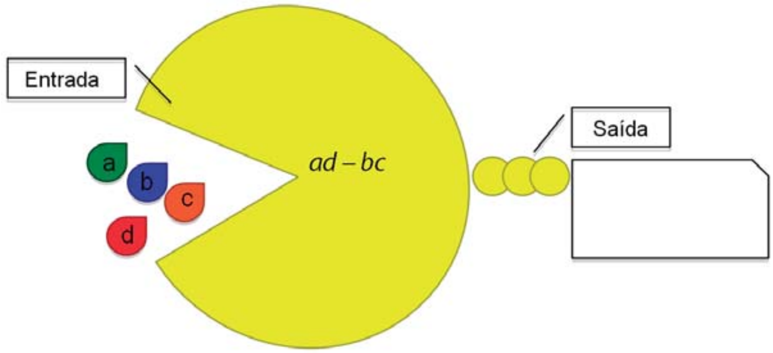
Resposta

$(-3)^2 + 2 \cdot 2 \cdot 0 - (-5)^2 =$

-16

Professor

6. $a=-2$, $b=1$, $c=4$ e $d=3$



Resposta

$$(-2)\cdot 3-1\cdot 4=$$
$$-10$$

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

- *Professor, organize a turma em duplas. Caso necessário faça um trio.*

Intervenção Pedagógica

- *Professor, a proposta desta etapa é que os alunos revisem o cálculo de valor numérico de expressões algébricas. É importante que você destaque que uma expressão algébrica envolve números, letras e operações e que as letras (variáveis) podem assumir qualquer valor real. Enfatize também que, na situação apresentada em cada item, a expressão algébrica assume um dos infinitos valores numéricos possíveis, para o caso específico dos valores de a, b, c e d dados.*
- *Os valores assumidos por a, b, c e d são inteiros, com isso, as dificuldades encontradas devem ir na direção dos sinais da adição e da multiplicação. Por esse motivo, vale recordar com os alunos essas operações sobretudo quando as contas envolverem números negativos.*

Professor

2. Hora de praticar! Calcule os determinantes das matrizes a seguir.

a. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Resposta

$det(A) = 2 \times 1 - 3 \times 1 = 2 - 3 = -1$

b. $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

Resposta

$\det(B) = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 1 = 10 - 3 = 7$

c. $C = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$

Resposta

$\det(C) = 0 \cdot (-6) - 0 \cdot 3 = 0$

d. $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

Resposta

$\det(D) = 2 \cdot 4 - 3 \cdot (-1) = 8 + 3 = 11$

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Professor

Descrição da atividade:

Professor, nesta atividade, propomos alguns exemplos numéricos para que o aluno perceba algumas propriedades dos determinantes. Segue a proposta.

Nos itens a seguir, você deve, inicialmente, calcular alguns determinantes e, em seguida, discutir com seu colega anotando algumas observações sobre o que ocorre em cada situação.

1. Considere a matriz $D = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

a. Encontre o determinante da matriz .

Resposta

$det\, D = 0$.

b. Como é possível o determinante ter esse valor sem que a matriz seja nula?

Resposta

Como a última linha é zero, a multiplicação dos elementos da diagonal principal e da diagonal secundária sempre resultará em 0, mesmo sem que a matriz seja nula.

c. E se, no lugar de uma linha nula, a matriz tivesse uma coluna nula, o que aconteceria com o determinante?

Exiba um exemplo.

Resposta

O determinante também seria zero porque as multiplicações realizadas na diagonal principal e na diagonal secundária seriam nulas.

Professor

3. Seja $A=\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$. O que acontece com o determinante da matriz A, se multiplicarmos uma linha dessa matriz por 3?

E se multiplicarmos por 5?

E se multiplicarmos por um número real *k*?

Resposta

Se multiplicarmos uma linha da matriz por 3, o valor do determinante será -33, ou seja, $3\cdot(-11)$ *.*

Se multiplicarmos uma linha da matriz por 5, o valor do determinante será -55, ou seja, $5\cdot\left(-11\right)$.

Por fim, ao ser multiplicada uma linha por qualquer constante real k, o determinante será $k\cdot\left(-11\right)$.

• • • • •

4. O que acontece com o determinante da matriz A, se trocarmos a posição da primeira linha com o da segunda linha?

Resposta

$det(A)=-11$ *e* $det\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}=11$. *Assim, se trocarmos a posição da linha 1 com a linha 2, o determinante muda de sinal.*

• • • • •

5. Um desafio para você! Pense em uma matriz cujos elementos são todos diferentes de zero e que o determinante seja 0.

Dica: Tente criar produtos nas diagonais de forma que a diferença seja zero.

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Professor

A soma dos determinantes dessas matrizes é:

a. –20

b. –4

c. 17

d. 19

e. 20

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

15 MINUTOS

Resolução:

Temos de calcular os determinantes das matrizes para então efetuar a adição.

$$\det(M) = 2 \cdot 4 - 3 \cdot (-2) = 8 + 6 = 14$$
$$\det(N) = 0 \cdot 5 - (-2) \cdot 3 = 0 + 6 = 6$$
$$\det(M) + \det(N) = 14 + 6 = 20$$

Resposta

Letra (e)

• • • • •

Erros possíveis:

Os alunos que optaram pela alternativa (a) provavelmente fizeram a diferença entre o produto dos elementos da diagonal secundária e o produto dos elementos da diagonal principal, calculando $-14-6=-20$. Já os que optaram pela alternativa (b), possivelmente utilizaram a expressão $ac+bd$ para o cálculo do determinante. A alternativa (c) pode ser obtida se os alunos somarem as matrizes e depois calcularem o determinante. Os alunos que optaram pela alternativa (d), provavelmente somaram as matrizes inicialmente e usaram a expressão $ac+bd$ para o cálculo do determinante.

Etapa Flex
Para saber +

Regra de Sarrus

Uma regra prática para o cálculo de determinantes de ordem 3 foi criada pelo matemático Pierre Frédéric Sarrus. Como é comum na matemática batizar fatos com o nome do criador, essa regra é conhecida como Regra de Sarrus.

b. $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

Resposta

$det(B) = 0$

2. Considere $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$.

a. Verifique se $det(A+B) = det(A) + det(B)$.

Resposta

$det(A+B) = -38$ e $det(A)+det(B) = -13$. Logo, $det(A+B) \neq det(A)+det(B)$.

b. Agora, verifique se a relação $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$ é válida.

Resposta

Temos que $A.B = \begin{bmatrix} 22 & 12 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$, $det(A \cdot B) = -114$.

Calculando agora o produto dos determinantes encontramos:

$det(A) \cdot det(B) = 6 \cdot (-19) = -144$.

Logo, $det(A \cdot B) = det(A) \cdot det(B)$.

Professor