



# Volume de pirâmides

## Dinâmica 5

2ª Série | 3º Bimestre

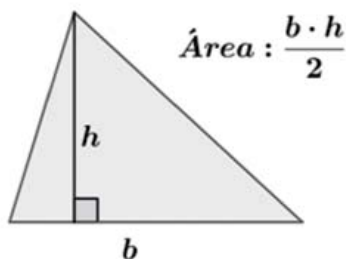
DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	2ª Série do Ensino Médio	Geométrico	Geometria Espacial: Pirâmides e Cones.

### PRIMEIRA ETAPA

### COMPARTILHAR IDEIAS

#### ATIVIDADE • QUAL É A SUA ÁREA?

Para realizar esta etapa, você e seus colegas devem considerar que a área de um triângulo pode ser calculada como a metade do produto da medida da base pela medida da altura relativa a essa base.



Aluno

1. Seu professor entregou um tabuleiro como duas retas paralelas e um triângulo retângulo.

Indique a área desse retângulo.

---

---

---

2. Ele também entregou para o seu grupo um conjunto com quatro triângulos, recorte-os.

Em seguida, compare a base indicada com a base  $b$  do triângulo retângulo do tabuleiro. Qual a relação da medida das bases desses triângulos e a base do triângulo retângulo?

Dica: Justaponha as bases.

---

---

---

---

---

3. Cole os quatro triângulos de tal maneira que a base fique sobre a reta que contém a base  $b$  do triângulo retângulo.

O que você pode afirmar sobre a altura desses triângulos?

---

---

---

---

---

4. Indique a área de cada um dos quatro triângulos colados no tabuleiro.

Troque ideias com seus colegas e tente chegar a alguma conclusão sobre a área desses cinco triângulos.

---

---

---

---

---

## SEGUNDA ETAPA

### UM NOVO OLHAR...

#### ATIVIDADE • PIRÂMIDES QUE FORMAM UM PRISMA.

1. A partir das planificações recebidas, monte as três pirâmides e o prisma. Repare que o prisma não tem uma de suas bases.
2. Tente encaixar as três pirâmides dentro do prisma.

Dica: Observe quais faces são congruentes. Essas deverão estar em contato.

3. Se as três pirâmides se encaixam perfeitamente no prisma, o que podemos concluir a respeito dos seus volumes?

---

---

---

---

---

## TERCEIRA ETAPA

### FIQUE POR DENTRO!

#### ATIVIDADE • PIRÂMIDES EQUIVALENTES

Para realizar esta atividade, você e seus colegas devem considerar a seguinte afirmação.

**Duas pirâmides de mesma base e mesma altura possuem mesmo volume.**

Para facilitar as orientações, indicaremos por:

- primeira pirâmide: a que foi numerada de 1 a 4;
- segunda pirâmide: a que foi numerada de 5 a 8;
- terceira pirâmide: a que foi numerada de 9 a 12.

Faça o que é solicitado em cada item.

1. Verifique que a primeira pirâmide tem o mesmo volume que a terceira pirâmide.

Registre, nas linhas a seguir, como você fez essa verificação.

---

---

---

---

---

2. Verifique agora que a segunda pirâmide tem o mesmo volume que a terceira.

Registre, nas linhas a seguir, como você fez essa verificação.

---

---

---

---

---

3. O que pode ser concluído sobre os volumes das três pirâmides?

---

---

---

---

---

4. O que pode ser concluído sobre o volume do prisma e das três pirâmides?

---

---

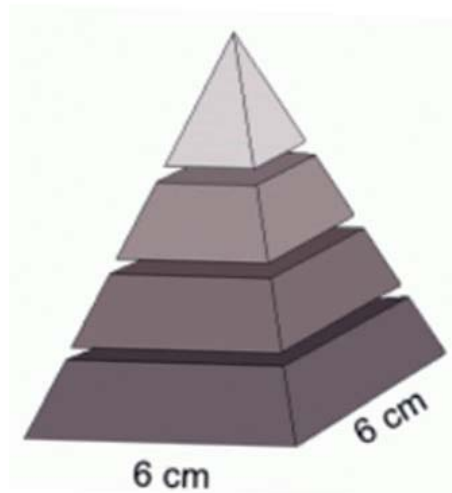
---

---

---

**QUARTA ETAPA****Quiz****QUESTÃO 173 – ENEM – 2009 – ADAPTADO**

Uma fábrica produz velas de parafina. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura que, reunidos, formam uma pirâmide quadrangular regular. Os 4 blocos que formam essas velas têm a mesma altura, as bases são todas quadradas e a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto. A altura de cada vela é de 16 cm e a base de apoio tem 6 cm de aresta.



(Fonte: <http://www.nacionalnet.com.br/portal/img/users/14/File/Resolucao%20Completa%20Matemtica2.pdf>)

Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?

- a.  $156 \text{ cm}^3$
- b.  $189 \text{ cm}^3$
- c.  $192 \text{ cm}^3$
- d.  $216 \text{ cm}^3$
- e.  $540 \text{ cm}^3$



## QUINTA ETAPA

### ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ



## ETAPA FLEX

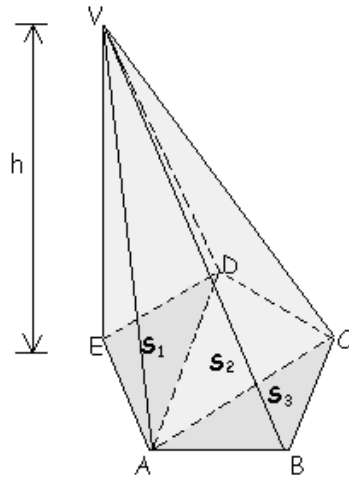
### PARA SABER +

#### VOLUME DE PIRÂMIDES

Nesta dinâmica, tivemos a oportunidade de ver que o volume de uma pirâmide de base triangular é igual a um terço do volume de um prisma de mesma base e mesma altura.

Mas será que isso é válido para pirâmides que não tenham a base triangular? Para verificarmos que a fórmula do volume vale para qualquer pirâmide, independente da base, a partir do resultado válido para pirâmides quaisquer de bases triangulares, basta decompor a base de uma pirâmide em triângulos.

Observe o exemplo de uma pirâmide pentagonal, cuja área da base mede  $S$  e cuja altura mede  $h$ .



Observe que a base foi dividida em três triângulos cujas áreas estão indicadas por  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ . Então, a área do pentágono da base pode ser escrita como a soma das áreas dos três triângulos  $S = S_1 + S_2 + S_3$ .

Assim, a pirâmide original foi dividida em três pirâmides de base triangular e de mesma altura  $h$ . E, como sabemos, o volume de uma pirâmide de base triangular é dado por

$$\frac{1}{3} (\text{área da base}) \times (\text{altura}).$$

Assim, as três pirâmides têm, então, volumes

$$V_1 = \frac{1}{3} S_1 \cdot h, \quad V_2 = \frac{1}{3} S_2 \cdot h \quad \text{e} \quad V_3 = \frac{1}{3} S_3 \cdot h.$$

Logo,

$$V_1 + V_2 + V_3 = \frac{1}{3} S_1 \cdot h + \frac{1}{3} S_2 \cdot h + \frac{1}{3} S_3 \cdot h = \frac{1}{3} (S_1 + S_2 + S_3) \cdot h = \frac{1}{3} S \cdot h.$$

Concluimos, assim, que o volume da pirâmide pentagonal é  $V = \frac{1}{3}S \cdot h$ , onde  $S$  é a área da base e  $h$  é a altura.

Com raciocínio análogo, podemos concluir que, para qualquer pirâmide,

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3}(\text{área da base}) \cdot (\text{altura}).$$

## ETAPA FLEX

### AGORA, É COM VOCÊ!

1. Os papiros mostram que os egípcios antigos possuíam diversos conhecimentos matemáticos. Eles sabiam que o volume da pirâmide equivale a um terço do volume do prisma que a contém. A maior pirâmide egípcia, Quéops, construída por volta de 2560 a.C., tem uma altura aproximada de 140 metros e sua base é um quadrado com lados medindo, aproximadamente, 230 metros. Sendo assim, calcule o volume da pirâmide de Quéops em  $\text{m}^3$ .



Fonte: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esfinge\\_y\\_Keops\\_por\\_Gustavo\\_Gerdel.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esfinge_y_Keops_por_Gustavo_Gerdel.jpg)

---

---

---

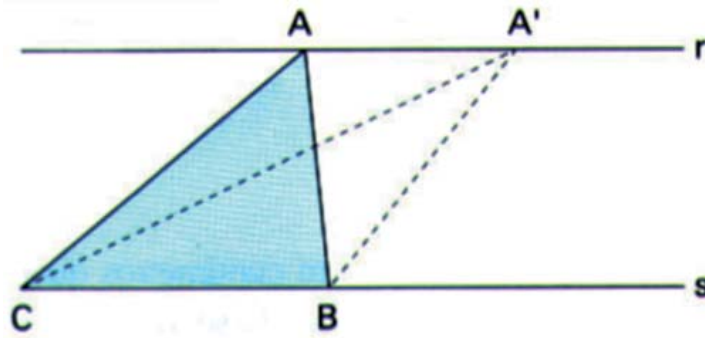
---

---

---



2. Na figura,  $r$  e  $s$  são paralelas. Analise as afirmativas a seguir:



- I. Os triângulos  $ABC$  e  $A'CB$  têm mesma base.
- II. Pode-se obter a área do triângulo  $ABC$  multiplicando-se a medida de  $CB$  pela distância entre  $r$  e  $s$  e dividindo-se o resultado por 2.
- III. A área do triângulo  $A'CB$  é menor que a área do triângulo  $ABC$ .

Quais destas afirmativas são verdadeiras? Reescreva as falsas, se houver, de modo correto.

---



---



---



---



---



---

