



Passeio pelo Rio

Dinâmica 6

3º Série | 3º Bimestre

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	3ª do Ensino Médio	Geométrico	Geometria analítica.

Aluno

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • FEIXES DE LUZ NO *RÉVEILLON* DE COPACABANA.

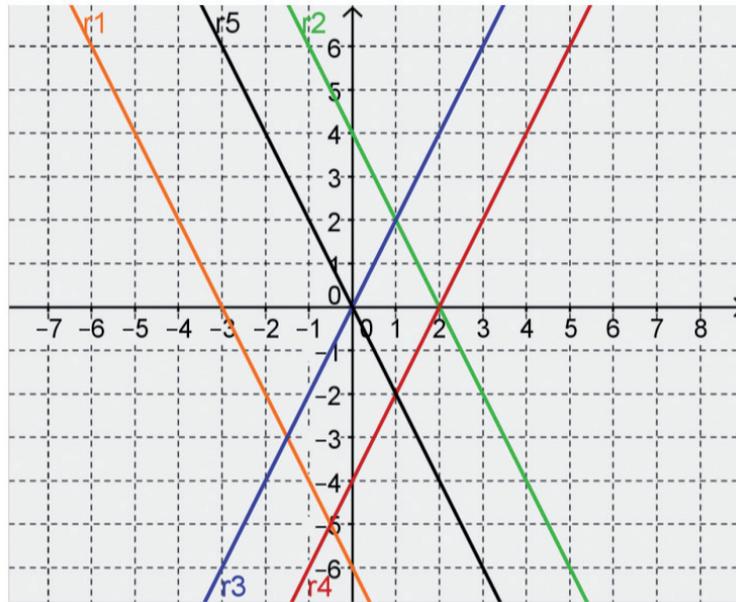
VOCABULÁRIO

RÉVEILLON

palavra francesa que significa passagem de ano e lê-se rêveion.

QUESTÃO

No *réveillon* de Copacabana, imagine que alguns raios de luz estão num mesmo plano e podem ser descritos pelo esboço gráfico a seguir.



- a. Escreva uma equação geral de cada uma dessas retas, a partir dos pontos em que cada uma delas corta os eixos coordenados e, um outro ponto, se for preciso:

COR DA RETA	ENCONTRO COM EIXO X	ENCONTRO COM EIXO Y	UM OUTRO PONTO, SE FOR PRECISO
r_1	(-3, 0)	(0, -6)	
r_2	(2, 0)	(0, 4)	
r_3	(0, 0)	(0, 0)	(1, 2)
r_4	(2, 0)	(0, -4)	
r_5	(0, 0)	(0, 0)	(-1, 2)

Uma equação geral da reta que passa pelos pontos $P = (x_1, y_1)$ e $Q = (x_2, y_2)$ é dada por:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ ou } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Você pode escolher o modo pelo qual prefere decorar esta equação.

Agora, complete a tabela a seguir, escrevendo a equação geral de cada uma das retas, simplificando o que seja possível, usando o processo que você prefere:

COR DO GRÁFICO	EQUAÇÃO GERAL DA RETA	EQUAÇÃO REDUZIDA DA RETA
r_1	$2x + y + 6 = 0$	$y = -2x - 6$
r_2	$2x + y - 4 = 0$	$y = -2x + 4$
r_3		
r_4		
r_5		

A equação reduzida da reta é, pois, da forma:

$$y = mx + n$$

em que m e n são números reais quaisquer.

- c. E, agora, pense no seguinte: você já sabe que a equação geral da reta é $ax + by + c = 0$. Conhecendo uma equação geral de uma reta, você pode escrever a sua equação reduzida? Justifique sua resposta.

SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR...

ATIVIDADE • O "BONDINHO" DO PÃO DE AÇÚCAR.

QUESTÃO

Você vai agora analisar o papel de cada um dos coeficientes m , n na equação reduzida, $y = mx + n$ e verificar as suas conclusões nas cinco retas estudadas na Primeira Etapa. Para isso, responda às seguintes perguntas:

- a. Fazendo $x = 0$ na equação $y = mx + n$, qual é o valor correspondente de y ?

b. O que se pode dizer sobre a localização de um ponto $(0, y)$?

c. Quais são, portanto, as coordenadas do ponto em que a reta de equação $y = mx + n$ corta o eixo y ?

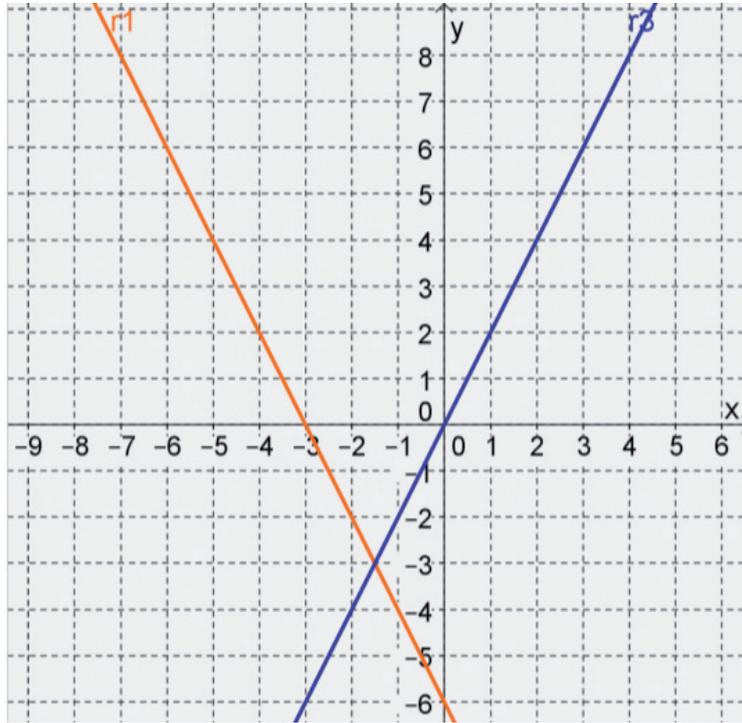
d. Complete a tabela a seguir e confira suas respostas com os gráficos da Primeira Etapa:

COR DO GRÁFICO	EQUAÇÃO REDUZIDA DA RETA	SE $x = 0$, $y =$	PONTO DE ENCONTRO DA RETA COM O EIXO y	VERIFIQUEI NO GRÁFICO
r_1	$y = -2x - 6$	-6	$(0, -6)$	✓
r_2	$y = -2x + 4$			
r_3	$y = 2x$			
r_4	$y = 2x - 4$			
r_5	$y = -2x$			

e. Observe que, na expressão $y = mx + n$, o valor de x está sendo multiplicado pelo número m . Então, se você parte de um valor de x e soma 1 a esse valor, o valor de y vai ficar modificado também. Complete a tabela a seguir, a partir desta observação:

COR DO GRÁFICO	EQUAÇÃO REDUZIDA DA RETA	SOMANDO 1 A x :	<u>Y VAI SOFRER UM ACRÉSCIMO IGUAL A</u>
r_1	$y = -2x - 6$	$y = -2(x + 1) - 6 = (-2x - 6) - 2$	-2
r_2	$y = -2x + 4$		
r_3	$y = 2x$	$y = 2(x + 1) = (2x) + 2$	2
r_4	$y = 2x - 4$	$y = 2(x + 1) - 4 = (2x - 4) + 2$	2
r_5	$y = -2x$		

- f. Agora, observe o que isso acarreta no gráfico cartesiano. Pegue um ponto de r_1 e dê um acréscimo igual a 1 a x e o respectivo acréscimo a y para voltar a um ponto da reta. Repita o procedimento com um ponto da reta r_3 e compare os dois casos.

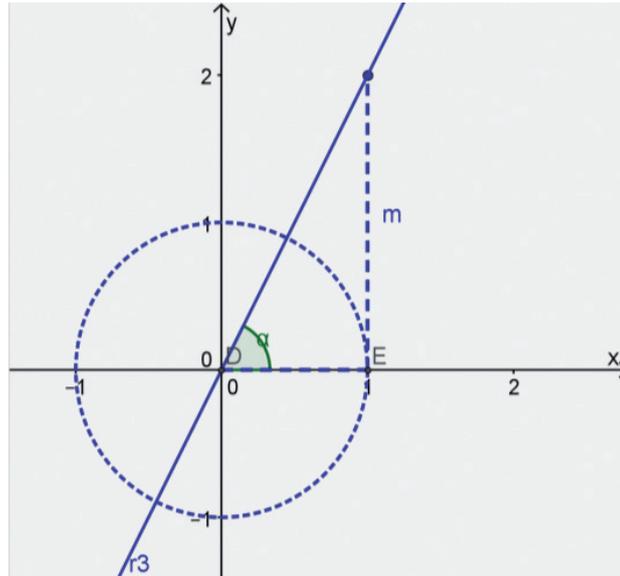


- g. Qual a conclusão que você pode tirar sobre a influência do sinal de m sobre a reta r de equação $y = mx + n$?

- h. Se as unidades nos dois eixos são as mesmas e se $m \neq 0$, você pode calcular o valor de m observando a reta de equação $y = mx + n$ e o ângulo α , formado pela reta e pelo eixo dos x . O ângulo α é aquele com vértice no encontro da reta com o eixo x , formado pelo semieixo das abscissas maiores do que a abscissa do vértice e a parte da reta cujos pontos têm ordenadas positivas (a semirreta que fica acima do eixo x). Examine os casos em que $m > 0$ e $m < 0$, desenhados a seguir, lembre-se da trigonometria no círculo e veja qual a relação entre m e o ângulo α .

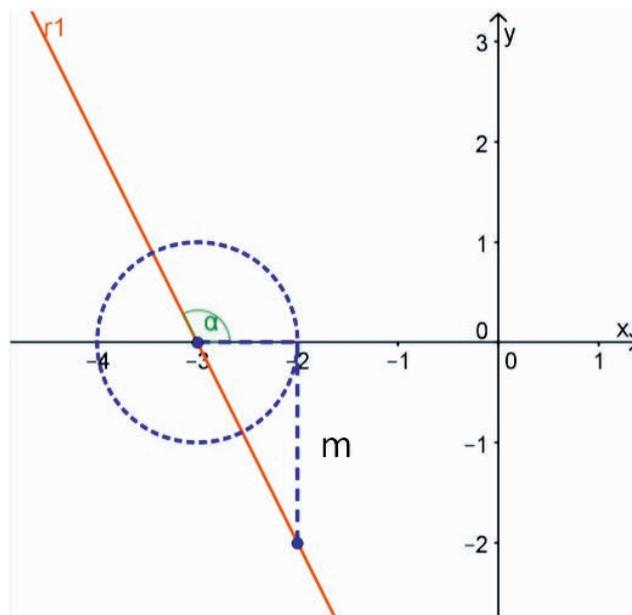
Na reta r_3 :

$$m > 0$$



E, na reta r_1 :

$$m < 0$$



- i. E se $m = 0$, o que acontece com a reta?

Pelo que você acaba de ver, o coeficiente m é chamado **inclinação** ou **coeficiente angular** da reta de equação: $y = mx + n$.

Uma reta de equação $y = mx + n$, faz um ângulo com o eixo x cuja tangente é m e corta o eixo y no ponto de coordenadas $(0, n)$.

Observações:

1. Se $m = 0$, a reta é paralela ao eixo x e o ângulo que ela faz com o eixo x está sendo considerado nulo também.
2. O coeficiente n é também conhecido como coeficiente linear.

TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • RUAS DO RIO

As ruas do Rio de Janeiro não são retas e, muito menos, infinitas, mas costuma-se dizer que uma rua é paralela a outra. Essa é uma linguagem herdada da Geometria e usada com bastante liberdade, o que não acontece na Geometria. Nesta etapa, os alunos vão determinar a equação reduzida de uma reta, conhecidos um de seus pontos e sua inclinação e desenhar retas no plano cartesiano, a partir de sua equação reduzida.

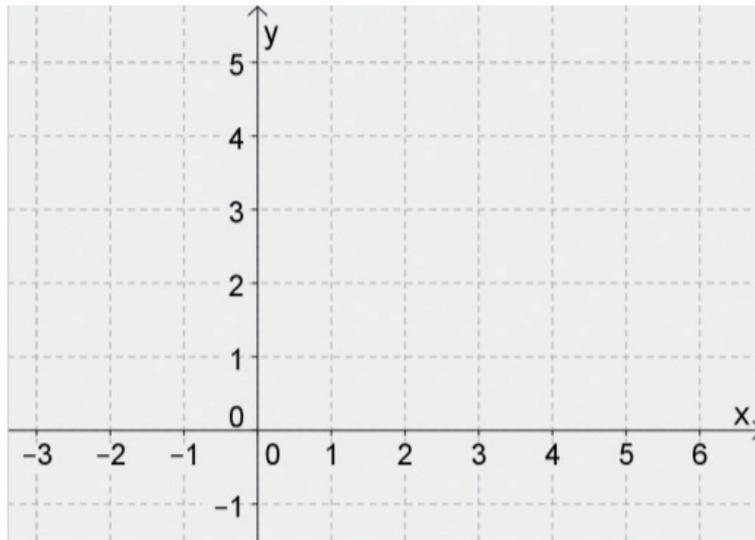
Mãos à obra!

QUESTÃO 1:

Você já sabe escrever a equação reduzida de uma reta, dados dois de seus pontos, mas agora que você conhece o papel do coeficiente m , você poderá determinar a equação reduzida da reta que tem inclinação igual a 3 e passa pelo ponto $P_0 = (2, 7)$. Como você pode fazer isso?

QUESTÃO 2:

Desenhe, no plano cartesiano a seguir, o esboço da reta de equação $y = 2x + 3$ e explique como você encontrou essa reta.



QUARTA ETAPA

QUIZ

QUESTÃO (SAERJINHO, 3º BIMESTRE DE 2011, 3ª SÉRIE):

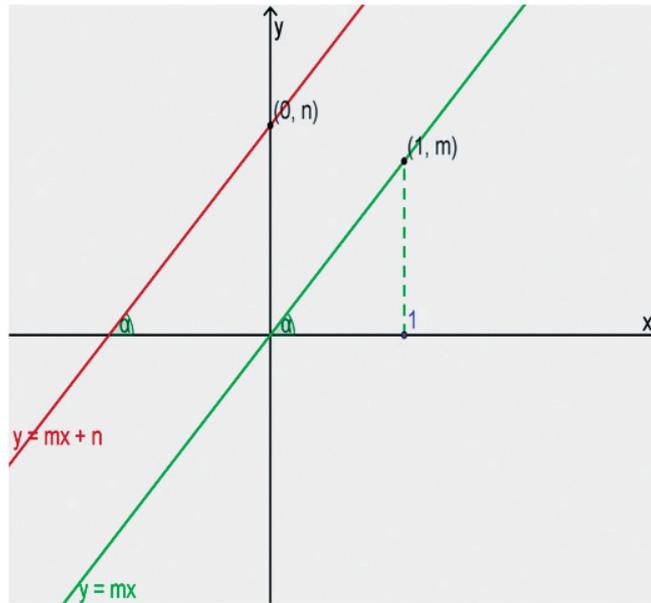
A equação da reta na forma reduzida que passa pelo ponto $(-2, -3)$ e tem inclinação igual a -2 é

- a. $y = -2x - 7$
- b. $y = -2x - 3$
- c. $y = -x - 5$
- d. $y = -2x - 2$
- e. $y = -2x + 7$



2. Fica aqui mais uma observação:

Uma reta de equação $y = mx$ (em que $n = 0$) é uma reta que passa pela origem e pelo ponto $(1, m)$. E qualquer reta de equação $y = mx + n$ é paralela à reta de equação $y = mx$ pelo ponto $(0, n)$, no eixo y .



3. Na teleaula de número 46 para o Ensino Médio do Novo Telecurso, você vai rever o estudo da equação reduzida da reta. Você assiste a essa aula em

<http://www.youtube.com/watch?v=F4yDAGnRhhY>

4. Você pode também assistir a um outro modo de construir a equação reduzida em:

<http://www.youtube.com/watch?v=95621FLonqg>

5. Um problema e três soluções você encontra em:

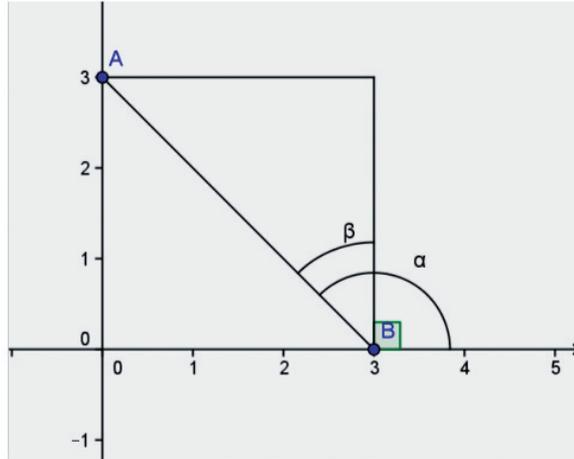
<http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/equacao-reduzida-reta.htm>

AGORA, É COM VOCÊ!

- (Saerjinho, 3ª série, 3º bimestre de 2011) A expressão algébrica da reta que passa pelos pontos $M(1, -2)$ e $N(-2, -11)$ é
 - $y = 3x - 5$
 - $y = -5x + 3$

3. (FGV-SP) A inclinação do segmento de reta que passa pelos pontos A (0, 3) e B (3, 0) é:

- a. 1
- b. -1
- c. 0
- d. 3
- e. -3



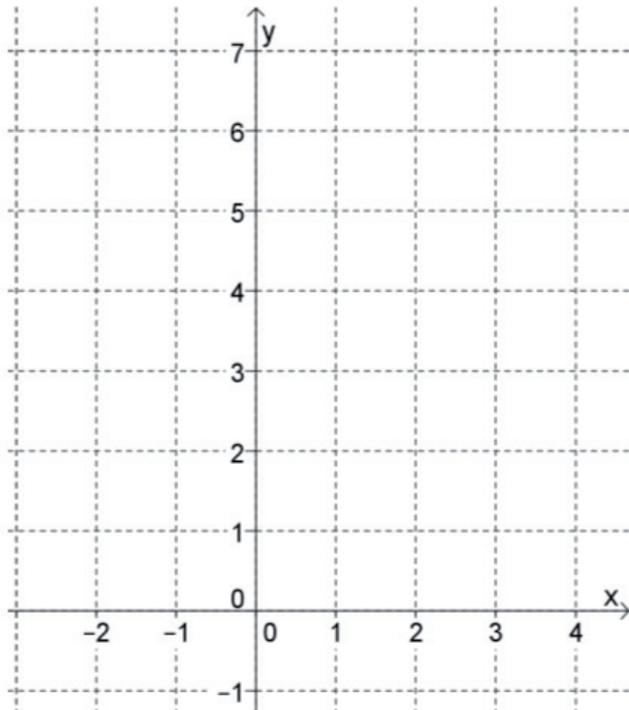
(Observação: a inclinação do segmento é a inclinação da sua reta suporte.)

4. (Adaptada de DANTE, L.R. Matemática, Volume Único. São Paulo: Editora Ática, 2008, pág. 111)

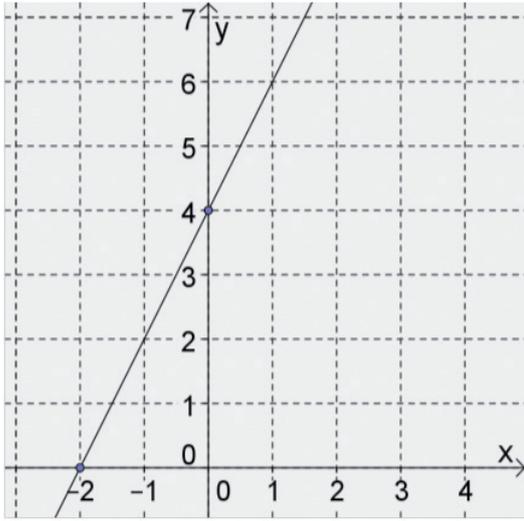
Biólogos descobriram que o número de sons emitidos por certa espécie de grilos que povoam a Floresta da Tijuca no Rio de Janeiro está relacionado com a temperatura. Numa aproximação um tanto livre, pode-se dizer que essa relação é afim, que, a 20 °C, os grilos emitem cerca de 124 sons por minuto e que, a 28 °C, eles emitem 172 sons por minuto. Qual seria, então, a expressão que relaciona a temperatura x , em graus Celsius, e o número y de sons por minuto desses grilos?

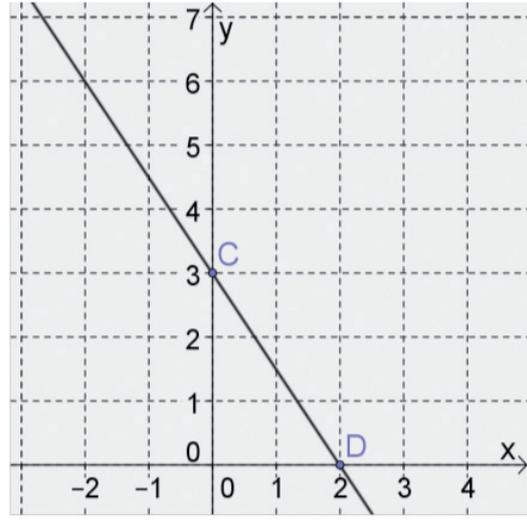
X = TEMPERATURA E GRAUS CELSIUS	Y = NÚMERO DE SONS EMITIDOS POR MINUTO	Y = AX + B
20	124	20 a + b = 124
28	172	28 a + b = 172

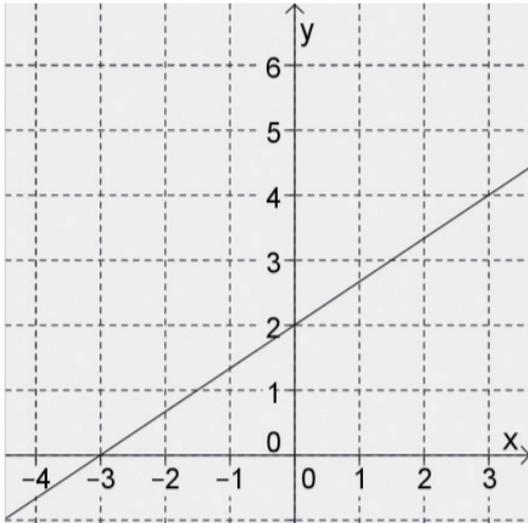
Resolva o sistema obtido na 3ª coluna da tabela, a fim de determinar os coeficientes a e b dessa relação, e desenhe o gráfico da equação obtida.

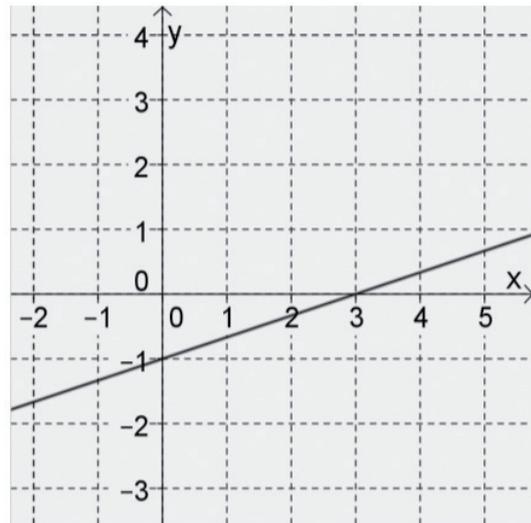


5. A seguir, você encontra alguns gráficos e algumas equações reduzidas de retas. Procure na lista de equações aquela que está representada em cada um dos gráficos:









$y = \frac{3}{2}x + 3$	$y = 3x + 1$	$y = \frac{2}{3}x + 2$	$y = \frac{1}{3}x + 1$	$y = 3x + 2$	$y = 2x + 4$
$y = -\frac{3}{2}x + 3$	$y = -3x + 1$	$y = -\frac{2}{3}x + 2$	$y = -\frac{1}{3}x + 1$	$y = -3x + 2$	$y = -2x + 4$
$y = -\frac{3}{2}x - 3$	$y = -3x - 1$	$y = -\frac{2}{3}x - 2$	$y = -\frac{1}{3}x - 1$	$y = -3x - 2$	$y = -2x - 4$
$y = \frac{3}{2}x - 3$	$y = 3x - 1$	$y = \frac{2}{3}x - 2$	$y = \frac{1}{3}x - 1$	$y = 3x - 2$	$y = 2x - 4$

6. Num passeio pela praia de Copacabana, Lúcia começou a contar o tempo, a partir do instante em que manteve a velocidade constante de 2 quilômetros por hora. Chamando de s o espaço percorrido a partir do marco 0, no Leme, o espaço y podia ser medido em quilômetros em função do tempo x , medido em horas, pela relação: $y = 2x + 1$.



Fonte: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:CopacabanaBeach_RiodeJaneiro.jpg

Esta é uma função afim. Você se lembra de como é o seu gráfico? Use o plano coordenado a seguir para esboçar esse gráfico:



Agora, sem fazer cálculos, só utilizando o gráfico, complete:

Se $x = 3$, o valor de y é: e, se $y = 8$, o valor de x é: