



# Passeio pelo Rio

## Dinâmica 6

3º Série | 3º Bimestre

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	3ª do Ensino Médio	Geométrico	Geometria analítica.

Aluno

### PRIMEIRA ETAPA

#### COMPARTILHAR IDEIAS

#### ATIVIDADE • FEIXES DE LUZ NO *RÉVEILLON* DE COPACABANA.

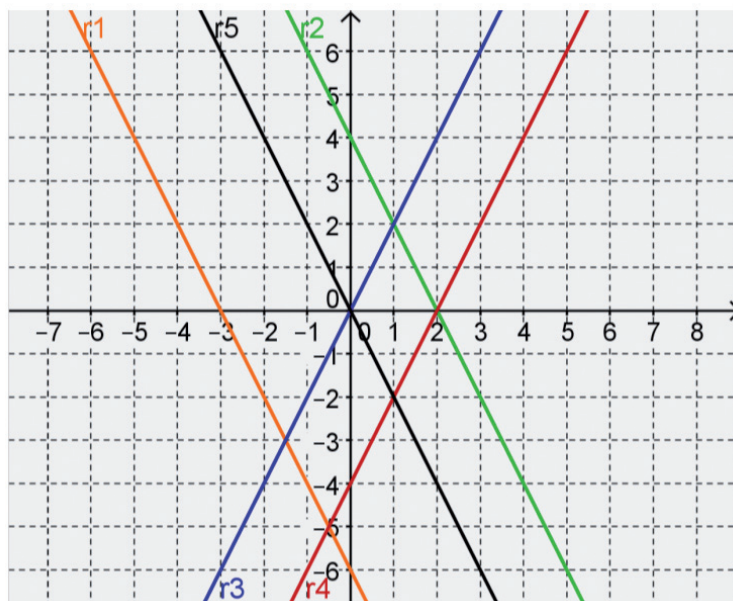
##### VOCABULÁRIO

*RÉVEILLON*

palavra francesa que significa passagem de ano e lê-se rêveion.

#### QUESTÃO

No *réveillon* de Copacabana, imagine que alguns raios de luz estão num mesmo plano e podem ser descritos pelo esboço gráfico a seguir.



- a. Escreva uma equação geral de cada uma dessas retas, a partir dos pontos em que cada uma delas corta os eixos coordenados e, um outro ponto, se for preciso:

COR DA RETA	ENCONTRO COM EIXO X	ENCONTRO COM EIXO Y	UM OUTRO PONTO, SE FOR PRECISO
$r_1$	$(-3, 0)$	$(0, -6)$	
$r_2$	$(2, 0)$	$(0, 4)$	
$r_3$	$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(1, 2)$
$r_4$	$(2, 0)$	$(0, -4)$	
$r_5$	$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(-1, 2)$

Uma equação geral da reta que passa pelos pontos  $P = (x_1, y_1)$  e  $Q = (x_2, y_2)$  é dada por:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ ou } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Você pode escolher o modo pelo qual prefere decorar esta equação.

Agora, complete a tabela a seguir, escrevendo a equação geral de cada uma das retas, simplificando o que seja possível, usando o processo que você prefere:

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins or other markings on the paper.

- 3

COR DO GRÁFICO	EQUAÇÃO GERAL DA RETA	EQUAÇÃO REDUZIDA DA RETA
$r_1$	$2x + y + 6 = 0$	$y = -2x - 6$
$r_2$	$2x + y - 4 = 0$	$y = -2x + 4$
$r_3$		
$r_4$		
$r_5$		

*A equação reduzida da reta é, pois, da forma:*

$$y = mx + n$$

*em que  $m$  e  $n$  são números reais quaisquer.*

- c. E, agora, pense no seguinte: você já sabe que a equação geral da reta é  $ax + by + c = 0$ . Conhecendo uma equação geral de uma reta, você pode escrever a sua equação reduzida? Justifique sua resposta.

---



---



---

## SEGUNDA ETAPA

### UM NOVO OLHAR...

#### ATIVIDADE • O "BONDINHO" DO PÃO DE AÇÚCAR.

#### QUESTÃO

Você vai agora analisar o papel de cada um dos coeficientes  $m$ ,  $n$  na equação reduzida,  $y = mx + n$  e verificar as suas conclusões nas cinco retas estudadas na Primeira Etapa. Para isso, responda às seguintes perguntas:

- a. Fazendo  $x = 0$  na equação  $y = mx + n$ , qual é o valor correspondente de  $y$ ?

---



---

- b. O que se pode dizer sobre a localização de um ponto  $(0,y)$ ?

---



---

- c. Quais são, portanto, as coordenadas do ponto em que a reta de equação  $y = mx + n$  corta o eixo  $y$ ?

---



---

- d. Complete a tabela a seguir e confira suas respostas com os gráficos da Primeira Etapa:

COR DO GRÁFICO	EQUAÇÃO REDUZIDA DA RETA	SE $x = 0$ , $y =$	PONTO DE ENCONTRO DA RETA COM O EIXO $y$	VERIFIQUEI NO GRÁFICO
$r_1$	$y = -2x - 6$	$-6$	$(0, -6)$	✓
$r_2$	$y = -2x + 4$			
$r_3$	$y = 2x$			
$r_4$	$y = 2x - 4$			
$r_5$	$y = -2x$			

- e. Observe que, na expressão  $y = mx + n$ , o valor de  $x$  está sendo multiplicado pelo número  $m$ . Então, se você parte de um valor de  $x$  e soma 1 a esse valor, o valor de  $y$  vai ficar modificado também. Complete a tabela a seguir, a partir desta observação:

COR DO GRÁFICO	EQUAÇÃO REDUZIDA DA RETA	SOMANDO 1 A $x$ :	<u>Y VAI SOFRER UM ACRÉSCIMO IGUAL A</u>
$r_1$	$y = -2x - 6$	$y = -2(x + 1) - 6 = (-2x - 6) - 2$	$-2$
$r_2$	$y = -2x + 4$		
$r_3$	$y = 2x$	$y = 2(x + 1) = (2x) + 2$	$2$
$r_4$	$y = 2x - 4$	$y = 2(x + 1) - 4 = (2x - 4) + 2$	$2$
$r_5$	$y = -2x$		

---



---



---



---

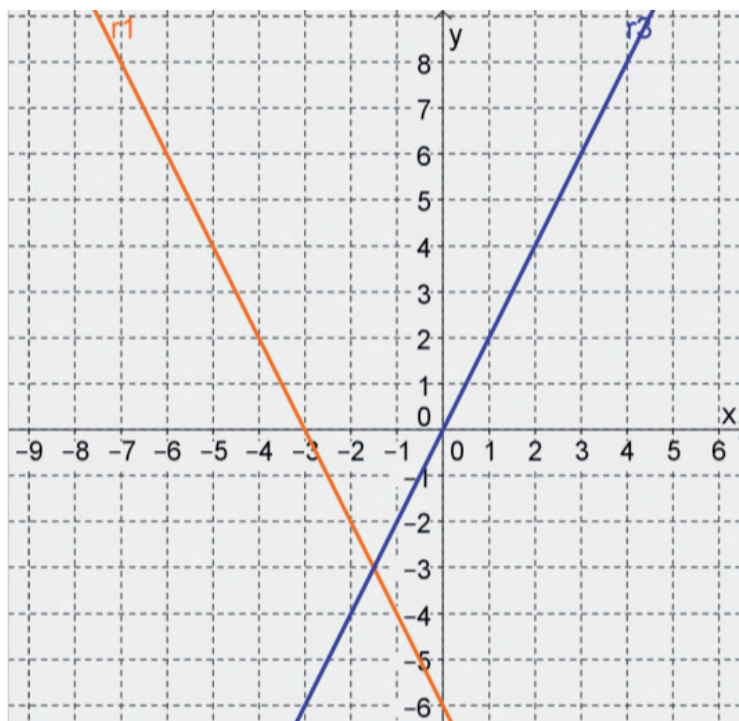


---



---

- f. Agora, observe o que isso acarreta no gráfico cartesiano. Pegue um ponto de  $r_1$  e dê um acréscimo igual a 1 a  $x$  e o respectivo acréscimo a  $y$  para voltar a um ponto da reta. Repita o procedimento com um ponto da reta  $r_3$  e compare os dois casos.




---



---



---

- g. Qual a conclusão que você pode tirar sobre a influência do sinal de  $m$  sobre a reta  $r$  de equação  $y = mx + n$ ?

---



---



---

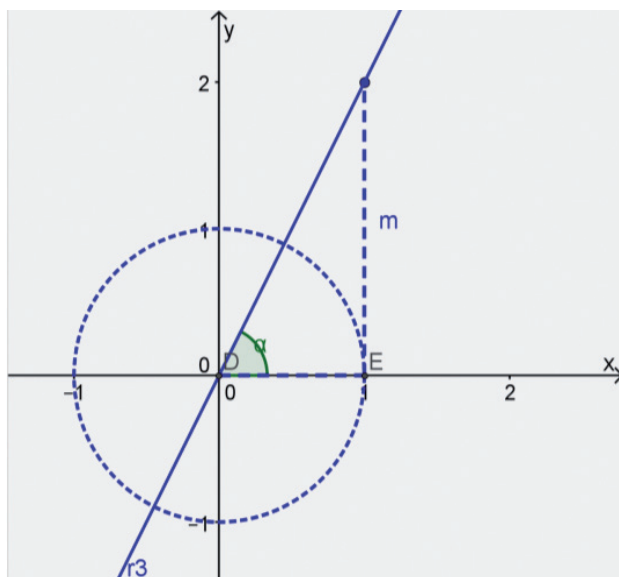


---

- h. Se as unidades nos dois eixos são as mesmas e se  $m \neq 0$ , você pode calcular o valor de  $m$  observando a reta de equação  $y = mx + n$  e o ângulo  $\alpha$ , formado pela reta e pelo eixo dos  $x$ . O ângulo  $\alpha$  é aquele com vértice no encontro da reta com o eixo  $x$ , formado pelo semieixo das abscissas maiores do que a abscissa do vértice e a parte da reta cujos pontos têm ordenadas positivas (a semirreta que fica acima do eixo  $x$ ). Examine os casos em que  $m > 0$  e  $m < 0$ , desenhados a seguir, lembre-se da trigonometria no círculo e veja qual a relação entre  $m$  e o ângulo  $\alpha$ .

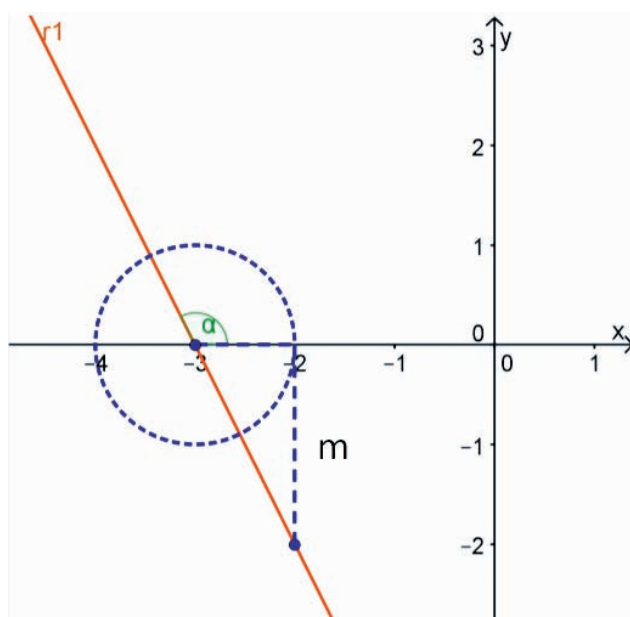
Na reta  $r_3$ :

$$m > 0$$



E, na reta  $r_1$ :

$$m < 0$$




---



---



---



---

- i. E se  $m = 0$ , o que acontece com a reta?

---

---

---

---

Pelo que você acaba de ver, o coeficiente  $m$  é chamado **inclinação** ou **coeficiente angular** da reta de equação:  $y = mx + n$ .

Uma reta de equação  $y = mx + n$ , faz um ângulo com o eixo  $x$  cuja tangente é  $m$  e corta o eixo  $y$  no ponto de coordenadas  $(0, n)$ .

Observações:

1. Se  $m = 0$ , a reta é paralela ao eixo  $x$  e o ângulo que ela faz com o eixo  $x$  está sendo considerado nulo também.
2. O coeficiente  $n$  é também conhecido como coeficiente linear.

## TERCEIRA ETAPA

### FIQUE POR DENTRO!

#### ATIVIDADE • RUAS DO RIO

As ruas do Rio de Janeiro não são retas e, muito menos, infinitas, mas costuma-se dizer que uma rua é paralela a outra. Essa é uma linguagem herdada da Geometria e usada com bastante liberdade, o que não acontece na Geometria. Nesta etapa, os alunos vão determinar a equação reduzida de uma reta, conhecidos um de seus pontos e sua inclinação e desenhar retas no plano cartesiano, a partir de sua equação reduzida.

Mãos à obra!

#### QUESTÃO 1:

Você já sabe escrever a equação reduzida de uma reta, dados dois de seus pontos, mas agora que você conhece o papel do coeficiente  $m$ , você poderá determinar a equação reduzida da reta que tem inclinação igual a 3 e passa pelo ponto  $P_0 = (2, 7)$ . Como você pode fazer isso?

---

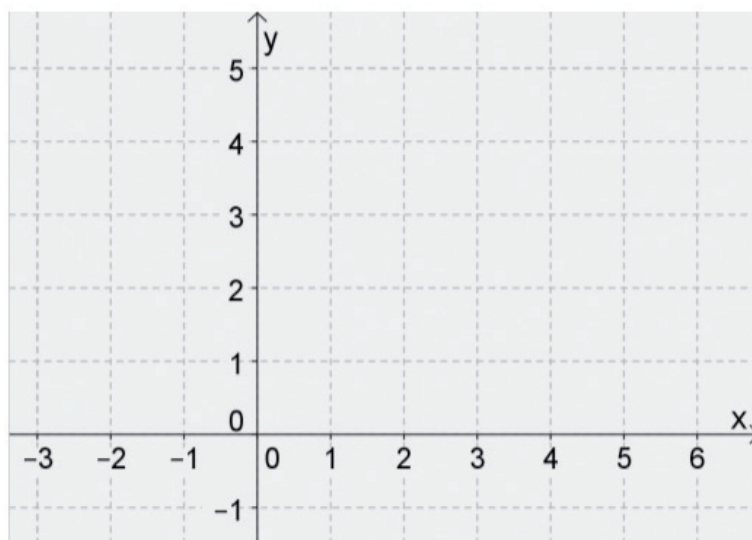
---

---



## QUESTÃO 2:

Desenhe, no plano cartesiano a seguir, o esboço da reta de equação  $y = 2x + 3$  e explique como você encontrou essa reta.



## QUARTA ETAPA

### Quiz

#### QUESTÃO (SAERJINHO, 3º BIMESTRE DE 2011, 3ª SÉRIE):

A equação da reta na forma reduzida que passa pelo ponto  $(-2, -3)$  e tem inclinação igual a  $-2$  é

- a.  $y = -2x - 7$
- b.  $y = -2x - 3$
- c.  $y = -x - 5$
- d.  $y = -2x - 2$
- e.  $y = -2x + 7$

Aluno





2. Fica aqui mais uma observação:

Uma reta de equação  $y = mx$  (em que  $n = 0$ ) é uma reta que passa pela origem e pelo ponto  $(1, m)$ . E qualquer reta de equação  $y = mx + n$  é paralela à reta de equação  $y = mx$  pelo ponto  $(0, n)$ , no eixo  $y$ .



3. Na teleaula de número 46 para o Ensino Médio do Novo Telecurso, você vai rever o estudo da equação reduzida da reta. Você assiste a essa aula em

<http://www.youtube.com/watch?v=F4yDAGnRhY>

4. Você pode também assistir a um outro modo de construir a equação reduzida em:

<http://www.youtube.com/watch?v=95621FLonqg>

5. Um problema e três soluções você encontra em:

<http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/equacao-reduzida-reta.htm>

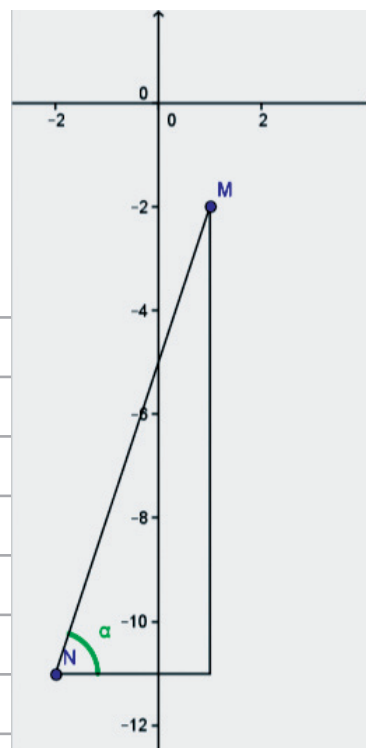
## AGORA, É COM VOCÊ!

1. (Saerjinho, 3ª série, 3º bimestre de 2011) A expressão algébrica da reta que passa pelos pontos M  $(1, -2)$  e N  $(-2, -11)$  é
  - a.  $y = 3x - 5$
  - b.  $y = -5x + 3$

c.  $y = 3x + 1$

d.  $y = \frac{x}{3} + \frac{5}{3}$

e.  $y = \frac{5x}{3} + \frac{1}{3}$

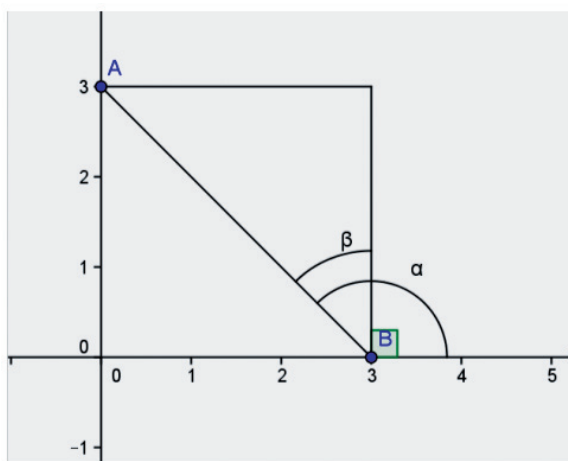


2. (PUC – RJ) As retas dadas pelas equações  $x + 3y = 3$  e  $2x + y = 1$  se interceptam:

- a. em nenhum ponto;
- b. num ponto da reta  $x = 0$ ;
- c. num ponto da reta  $y = 0$ ;
- d. no ponto  $(3, 0)$ ;
- e. no ponto  $(\frac{1}{2}, 0)$ .

3. (FGV-SP) A inclinação do segmento de reta que passa pelos pontos A (0, 3) e B (3, 0) é:

- a. 1
- b. -1
- c. 0
- d. 3
- e. -3



(Observação: a inclinação do segmento é a inclinação da sua reta suporte.)

---

---

---

---

---

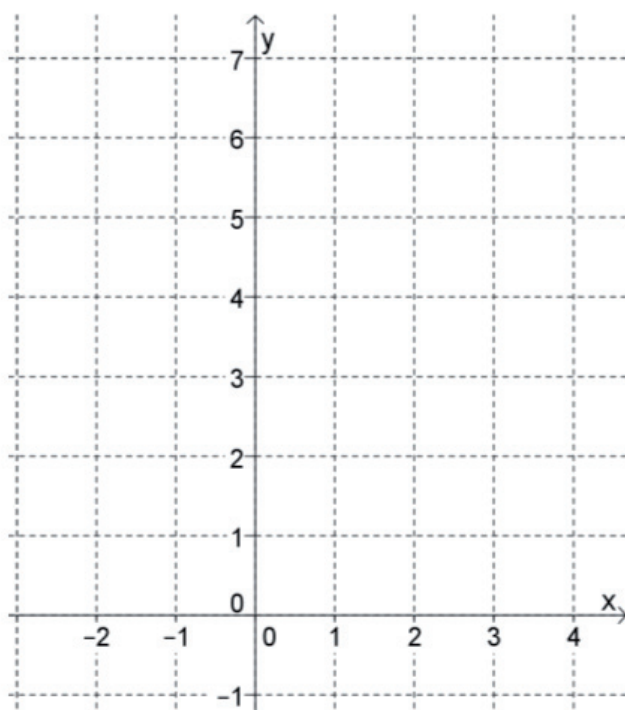
---

4. (Adaptada de DANTE, L.R. *Matemática, Volume Único*. São Paulo: Editora Ática, 2008, pág. 111)

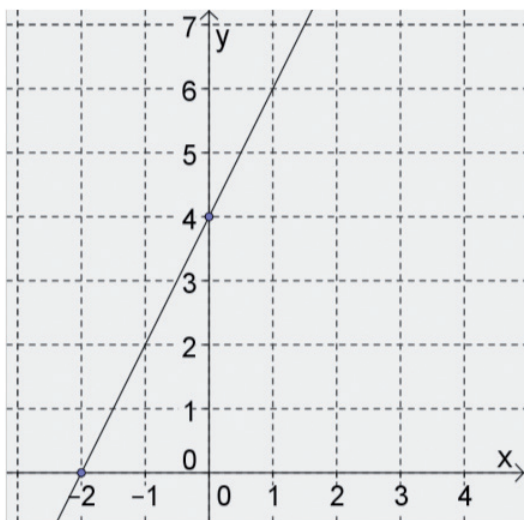
Biólogos descobriram que o número de sons emitidos por certa espécie de grilos que povoam a Floresta da Tijuca no Rio de Janeiro está relacionado com a temperatura. Numa aproximação um tanto livre, pode-se dizer que essa relação é afim, que, a 20 °C, os grilos emitem cerca de 124 sons por minuto e que, a 28 °C, eles emitem 172 sons por minuto. Qual seria, então, a expressão que relaciona a temperatura  $x$ , em graus Celsius, e o número  $y$  de sons por minuto desses grilos?

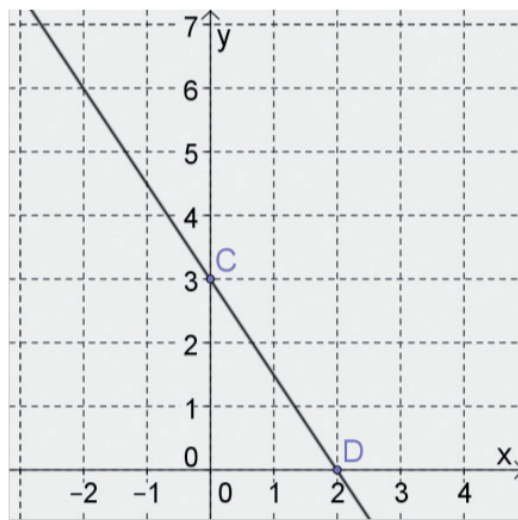
X = TEMPERATURA E GRAUS CELSIUS	Y = NÚMERO DE SONS EMITIDOS POR MINUTO	Y = AX + B
20	124	20 a + b = 124
28	172	28 a + b = 172

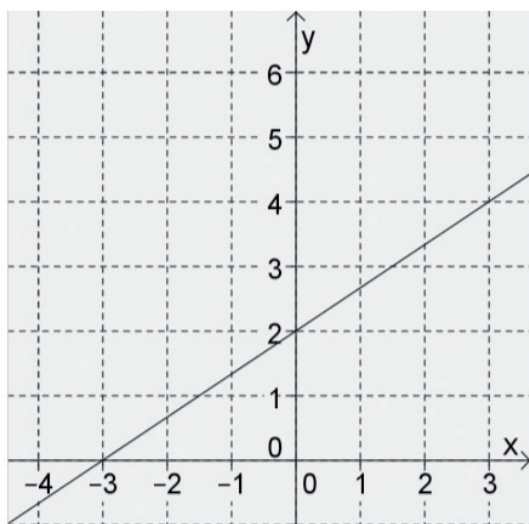
Resolva o sistema obtido na 3ª coluna da tabela, a fim de determinar os coeficientes  $a$  e  $b$  dessa relação, e desenhe o gráfico da equação obtida.

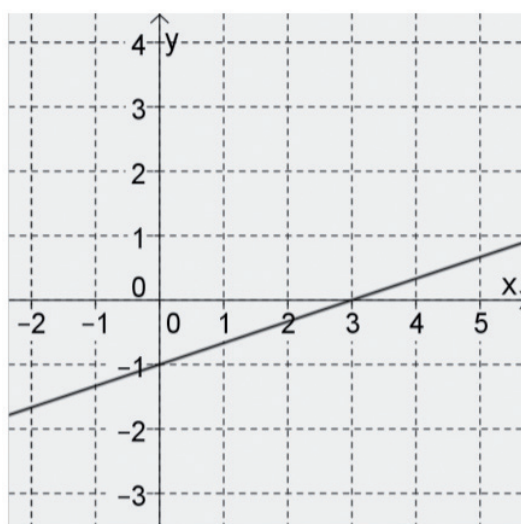


5. A seguir, você encontra alguns gráficos e algumas equações reduzidas de retas. Procure na lista de equações aquela que está representada em cada um dos gráficos:











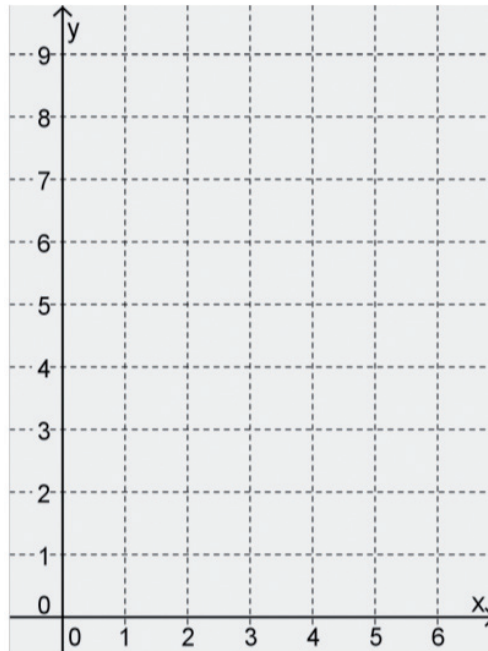
$y = \frac{3}{2}x + 3$	$y = 3x + 1$	$y = \frac{2}{3}x + 2$	$y = \frac{1}{3}x + 1$	$y = 3x + 2$	$y = 2x + 4$
$y = -\frac{3}{2}x + 3$	$y = -3x + 1$	$y = -\frac{2}{3}x + 2$	$y = -\frac{1}{3}x + 1$	$y = -3x + 2$	$y = -2x + 4$
$y = -\frac{3}{2}x - 3$	$y = -3x - 1$	$y = -\frac{2}{3}x - 2$	$y = -\frac{1}{3}x - 1$	$y = -3x - 2$	$y = -2x - 4$
$y = \frac{3}{2}x - 3$	$y = 3x - 1$	$y = \frac{2}{3}x - 2$	$y = \frac{1}{3}x - 1$	$y = 3x - 2$	$y = 2x - 4$

6. Num passeio pela praia de Copacabana, Lúcia começou a contar o tempo, a partir do instante em que manteve a velocidade constante de 2 quilômetros por hora. Chamando de  $s$  o espaço percorrido a partir do marco 0, no Leme, o espaço  $y$  podia ser medido em quilômetros em função do tempo  $x$ , medido em horas, pela relação:  $y = 2x + 1$ .



Fonte: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:CopacabanaBeach\\_RioDeJaneiro.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:CopacabanaBeach_RioDeJaneiro.jpg)

Esta é uma função afim. Você se lembra de como é o seu gráfico? Use o plano coordenado a seguir para esboçar esse gráfico:



Agora, sem fazer cálculos, só utilizando o gráfico, complete:

Se  $x = 3$ , o valor de  $y$  é:  e, se  $y = 8$ , o valor de  $x$  é: