



Palitos e triângulos

Dinâmica 8

3ª Série | 3º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	3ª Série do Ensino Médio	Algébrico Simbólico	Funções

DINÂMICA	Palitos e Triângulos
HABILIDADE PRINCIPAL	H31 – Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais. H43 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
HABILIDADES ASSOCIADAS	H41 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões).
CURRÍCULO MÍNIMO	Compreender o conceito de função, através da dependência entre variáveis.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos:

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhando ideias	Prioridades: respeito e direitos	15 a 20 min	Toda a turma	Individual
2	Um novo olhar...	Palitos e Triângulos	15 a 20 min	Grupos de 2 alunos	Individual
3	Fique por dentro!	Qual é a expressão algébrica?	25 a 35 min	Grupos de 2 alunos	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise coletiva das respostas	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica.			
	Agora, é com você!	O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor deve ler antes da aula.			

APRESENTAÇÃO

O estudo das funções e suas representações gráficas é um dos temas mais importantes em Matemática. Associado às questões de dependência entre duas grandezas variáveis, trata-se de uma poderosa ferramenta na modelagem de problemas. As funções possuem grande aplicabilidade, sendo utilizadas sempre que temos a necessidade de analisar fenômenos, descrever regularidades ou interpretar interdependências em diversos campos do conhecimento. Nesta dinâmica, serão desenvolvidas, a partir de uma tabela, algumas atividades orientadas para o reconhecimento da expressão algébrica que representa uma função.

Vamos começar?



PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHANDO IDEIAS

ATIVIDADE • PRIORIDADES: RESPEITO E DIREITOS

Objetivo

Conhecer a ordem das operações a serem realizadas numa expressão numérica e calcular o seu valor.

Descrição da atividade

Esta atividade focaliza um princípio básico do cálculo de expressões numéricas, que é a ordem em que esses cálculos devem ser realizados. Cada estudante vai receber uma ficha que contém um número ou uma expressão numérica. A localização dos seus parceiros para a próxima etapa está de acordo com a seguinte regra:

A equipe será formada por aqueles que possuírem as fichas de uma expressão numérica e seu respectivo resultado. Procure o seu parceiro, mas esteja atento ao resultado de sua expressão numérica na sua busca. Solicite, ainda, ao seu suposto parceiro que te auxilie nos cálculos e verifique se este resultado está correto. Se sim, a dupla está formada, se não, verifique os cálculos e continue sua busca.

Vamos começar?

Recursos necessários

- Fichas para recorte, no anexo da etapa 1; Tesoura.

Procedimentos Operacionais

- As fichas constantes do seu encarte (Anexo) devem ser recortadas com antecedência e distribuídas para cada aluno.

$2 + 3 \times 4$	14	$3 + 4 \times 3$	15
$3 \times 5 + 4$	19	$(2 + 3) \times 4$	20
$15 - 5 \times 2$	5	$2 \times 4 \times 5$	40
$7 \times 8 - 6$	50	$3 \times (10 + 7)$	51
$16 \div 4 \times 2$	8	$7 \times 5 + 4$	39
$(3 + 4) \times 3$	21	$16 \div (4 \times 2)$	2
$8 \times 4 + 7$			

- Se o número de alunos presentes não for divisível por 2, entregue a ficha extra que está destacada em negrito. O aluno que a receber, fará um trio com os alunos que receberem as fichas $7 \times 5 + 4$ e 39.



Intervenção Pedagógica

- É muito provável que seja preciso mostrar aos seus alunos que uma expressão numérica, com várias operações, pode ter seu valor alterado, conforme a ordem em que essas operações são realizadas. Por isso, é preciso estabelecer uma ordem em que elas devem ser efetuadas, de forma que esse resultado seja único.

- Professor, vale lembrar que a ordem em que as operações devem ser calculadas é a seguinte:

1º lugar: Potências e raízes.

2º lugar: Multiplicações e divisões.

3º lugar: Adições e subtrações.

- Talvez seja preciso lembrá-los que é possível modificar essa ordem, usando parênteses, pois estas têm prioridade e devem ser calculadas antes. Assim é que, em $2 + 3 \times 4$, faz-se antes a multiplicação e depois a adição, resultando em $2 + 12 = 14$. Mas em $(2 + 3) \times 4$, faz-se antes a adição e depois a multiplicação, dando $5 \times 4 = 20$.
- As operações do mesmo nível (adição/subtração e multiplicação/divisão) devem ser realizadas na ordem em que aparecem. Por exemplo, em $24 \div 3 \times 2$, a divisão deve ser realizada antes, dando: $8 \times 2 = 16$.
- Outro cuidado que deve ser tomado é com o registro desses cálculos de forma encadeada e com igualdades impróprias. Exemplo disso seria escrever, no cálculo da expressão $24 \div 3 \times 2$, o resultado obtido a cada passo, como exibido abaixo.

$$24 \div 3 = 8 \times 2 = 16 \quad (\text{ERRADO!})$$

O que acaba por afirmar erradamente que $24 \div 3 = 16$. É importante que o registro não dê informações erradas. Esse cálculo precisa ser anotado, por exemplo, como os descritos a seguir.

$$24 \div 3 \times 2 = 8 \times 2 = 16 \quad (\text{CERTO})$$

Ou, em etapas, o que, em geral, é mais seguro para o iniciante:

$$24 \div 3 = 8 \text{ e } 8 \times 2 = 16 \quad (\text{CERTO})$$



SEGUNDA ETAPA

Um Novo Olhar



ATIVIDADE • PALITOS E TRIÂNGULOS

Objetivo

Reconhecer a expressão algébrica que representa uma função, a partir de uma tabela.

Descrição da atividade

A partir da construção de uma sequência de triângulos, formados por palitos, será solicitado aos alunos que relacionem a quantidade de triângulos com a de palitos, registrando os resultados obtidos em uma tabela. Em seguida, eles deverão identificar a expressão algébrica que traduz esta relação de dependência entre cada quantidade.

Professor, veja abaixo a atividade proposta.

Para esta atividade, tenham em mão os palitos de uma caixa de fósforos.

1. Vamos construir triângulos. Para começar, construam na sua mesa de trabalho, os triângulos da figura a seguir:



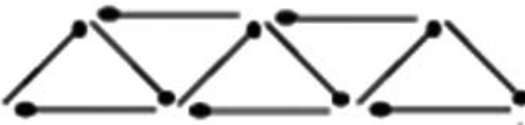
2. Repitam este procedimento para obter 4, 5, 6 e 7 triângulos. Representem as figuras obtidas no espaço abaixo.

Resposta

4 triângulos



5 triângulos



6 triângulos



7 triângulos



3. Analisando as figuras obtidas, complete a tabela a seguir com a quantidade necessária de palitos para a construção dos triângulos:

Resposta

Quantidade de triângulos	1	2	3	4	5	6	7
Quantidade de palitos	3	5	7	9	11	13	15

• • • • •

4. Apenas observando os valores da tabela e a relação existente entre a quantidade de triângulos e de palitos, tente encontrar o número de palitos necessários para construir 25 triângulos. Descreva os cálculos que realizou.

Resposta

A quantidade de palitos seria $2 \times 25 + 1 = 51$ palitos.

• • • • •

5. Cada quantidade de triângulos corresponde a uma única quantidade de palitos?

Resposta

Sim. A relação é unívoca. Para cada quantidade de triângulos existe uma e, apenas uma, quantidade necessária e suficiente de palitos.

• • • • •

6. Quais são as variáveis envolvidas nesta situação de construção? Qual seria a variável dependente e a independente?

Resposta

Para saber quantos palitos são necessários, é preciso primeiro saber quantos triângulos se quer construir, ou seja, a quantidade de palitos irá depender da quantidade de triângulos. Neste caso, a variável independente é a quantidade de triângulos e a dependente é a quantidade de palitos.

• • • • •

7. A relação que existe entre estas variáveis é uma função?

Resposta

Sim. A quantidade de palitos é função da quantidade de triângulos que se quer construir, pois existe uma relação unívoca entre as variáveis. Isto é, dado o número de triângulos, há uma, e apenas uma quantidade de palitos para “montar” aqueles triângulos no esquema solicitado.



8. Represente por t a quantidade de triângulos e por p a quantidade de palitos. Qual seria a expressão algébrica que relaciona p e t ?

Resposta

$$p = 2t + 1.$$



9. Utilizando a expressão obtida no item anterior, qual a quantidade de palitos necessários para construir 100 triângulos?

Resposta

$$p = 2t + 1. \text{ Logo, neste caso, se } t = 100, p = 2 \times 100 + 1 = 200 + 1 = 201 \text{ palitos.}$$



10. Utilizando agora o raciocínio inverso, se temos 341 palitos, quantos triângulos poderemos construir?

Resposta

$$p = 2t + 1. \text{ Logo, se: } 2t + 1 = 341 \text{ então } 2t = 340 \text{ e } t = 340 \div 2 = 170 \text{ triângulos.}$$



Recursos necessários

- Uma caixa de fósforos com 40 palitos, para cada dupla (que pode ser solicitada previamente aos alunos).

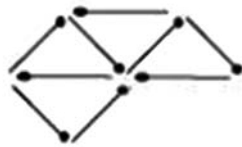
Procedimentos Operacionais

- A atividade será realizada em duplas (com um possível trio) definida na etapa anterior.
- O registro nesta etapa deve ser individual.



Intervenção Pedagógica

- A confecção de cada sequência de triângulos deve ser atentamente supervisionada para que os grupos não coloquem os triângulos em posição diferente da sugerida, como por exemplo, a que se encontra a seguir.



- É importante que no item (4) os alunos não utilizem mais os palitos e tentem resolver por tentativa, ou pelas figuras e percepção da regularidade numérica visível na tabela. Existem várias formas de perceber esta regularidade e será necessário estar atento às diversas formas de resolução ou raciocínios que podem ser empregados. É possível que algum dos alunos imediatamente perceba a sequência dos naturais ímpares, e deduza a expressão $p = 2t + 1$. Para auxiliá-los, pode-se reproduzir a tabela na lousa e evidenciar que:

Quantidade de triângulos	1	2	3	4	.	.	t
Quantidade de palitos	$2 \times 1 + 1 = 3$	$2 \times 2 + 1 = 5$	$2 \times 3 + 1 = 7$	$2 \times 4 + 1 = 9$.	.	$2 \times t + 1 = p$

- Esta regularidade numérica também pode ser percebida, anexando as figuras que formam a sequência de triângulos:

Figura	Quantidade de triângulos	Obtido com o acréscimo de ... (em relação à figura anterior)	Quantidade de palitos	Expressão que caracteriza a quantidade de palitos
	1	--	3	$3 = 3 + 0 \times 2$
	2	2 palitos	5	$3 + 2 = 3 + 1 \times 2$
	3	2 palitos	7	$3 + 2 + 2 = 3 + 2 \times 2$
	4	2 palitos	9	$3 + 2 + 2 + 2 = 3 + 3 \times 2$
	5	2 palitos	11	$3 + 2 + 2 + 2 + 2 = 3 + 4 \times 2$
...
xx	t	2 palitos	p	$3 + 2 + 2 + 2 + \dots + 2 =$ $3 + (t-1) \times 2 = 3 + 2t - 1 = 2t + 1$

- Deve ser destacada a definição de função, porém nesta etapa, ainda sem a devida formalização. Ou seja, deve ser caracterizado e percebido que, para ser função, a relação entre as variáveis deve ser tal que para qualquer valor da variável independente existirá sempre um único valor da variável dependente que lhe será associado.
- Verifique a substituição dos valores nos itens 9 e 10, pois os alunos podem se equivocarem na substituição da variável.



TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!



ATIVIDADE • QUAL É A EXPRESSÃO ALGÉBRICA?

Objetivo

Determinar a expressão algébrica de uma função através de uma tabela de valores.

Descrição da atividade

Sistematizando os conteúdos revistos na primeira etapa, os alunos, individualmente, utilizarão a tabela para determinar a expressão algébrica que define a variação de valores.

Professor, veja a atividade proposta ao aluno.

Considere a situação descrita a seguir, acompanhada de sua respectiva tabela de valores.

Um técnico que presta serviços de manutenção de computadores em residências cobra, por serviço, uma taxa fixa de R\$ 30,00 pela visita acrescida de um valor por hora trabalhada. A tabela abaixo relaciona a quantidade de horas trabalhadas com o valor cobrado:

Horas trabalhadas (t)	2	5	10	15
Valor cobrado (V em R\$)	54	90	150	210

- a. Verifique se a relação entre as variáveis caracteriza uma função.

Resposta

Sim. Os valores serão sempre únicos para cada valor de t.



- b. Encontre a expressão algébrica que relaciona as variáveis envolvidas.

Resposta

Por 2 horas trabalhadas, o técnico cobrou 54 reais. Porém, neste valor está inserida a taxa fixa de 30 reais. Logo, pelas 2 horas trabalhadas foram efetivamente cobrados: $54 - 30 = 24$ reais. O valor cobrado por 1 hora foi, portanto $24 \div 2 = 12$ reais.

O valor total (V) cobrado será composto da taxa fixa acrescida do valor pago por hora trabalhada. Logo: $V = 30 + 12t$, onde t é a quantidade de horas trabalhadas. Vale observar que a tabela apresenta poucos dados, mas o enunciado do problema define a função para qualquer número natural.



- c. Ao término de uma de suas visitas, este mesmo técnico cobrou R\$ 174,00. Quantas horas o técnico trabalhou?

Resposta

Como $V = 30 + 12t$ e $V = 174$, tem-se: $30 + 12t = 174$ e, daqui:

$12t = 144$, donde, finalmente, $t = 144 \div 12 = 12$ horas



- d. É sempre possível calcular o número de horas quando se sabe o preço cobrado?

Resposta

Sim. Pois se $V = 30 + 12t$, algebricamente verifica-se que $t = \frac{V - 30}{12}$ e essa expressão define t como função de V .



Recursos necessários

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

- Ainda em duplas (com um possível trio), cada aluno deverá resolver a atividade proposta, fazendo seu registro individual.
- A seguir, os componentes da dupla devem trocar seus encartes e cada um deverá rever o procedimento efetuado pelo outro colega.

Intervenção Pedagógica

- Uma distinção a ser feita é quanto ao campo de definição (ou domínio) da função estudada. No enunciado é definido apenas o valor cobrado por hora, desta forma as frações de horas não foram tratadas o que, de certa forma, pode ser um entrave na compreensão do problema. Portanto, é importante que esteja claro que o domínio pertence ao conjunto dos números naturais.
- No item b, os alunos poderão ter dificuldade em perceber que devem inicialmente deduzir a parcela fixa (30 reais) antes de calcular o valor da hora trabalhada.
- No item d, verifique que a função admite inversa e para os possíveis comentários que possam surgir.



QUARTA ETAPA

Quiz



ATIVIDADE • QUESTÃO: (SAERJINHO – 2011 – 3º BIMESTRE – 1ª SÉRIE)

Igor é vendedor e seu salário é composto por uma parte fixa, no valor de R\$ 550,00, mais 5% sobre as vendas realizadas por ele. Considere S o salário mensal e v o valor total de vendas no mês. Qual é a expressão que permite calcular o salário de Igor?

- a. $S = 550 + 5v$
- b. $S = 550 + 0,05v$
- c. $S = 550v + 5$
- d. $S = 550v + 0,05$
- e. $S = 555v$

QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ



Resposta

O salário de Igor é composto da parte fixa (550) acrescida (+) de 5% do total de vendas (v). Ou seja, $S = 550 + 5\%$ de $v = 550 + 0,05v$. **A opção correta será a (b).**

Distratores

- Se não transformar o percentual 5% em decimal, o aluno poderá escolher a opção (a).
- Caso não perceba que 550 reais é a parte fixa do salário e, portanto, independente da quantidade de vendas, o aluno poderá escolher as opções (c) ou (d), transformando, ou não, o percentual de 5% em decimal.
- Ao adicionar a parte fixa de 550 reais com o percentual de 5%, o aluno poderá escolher a opção (e), embora tenha percebido a existência de uma relação de dependência entre as variáveis ($555v$).



ETAPA FLEX

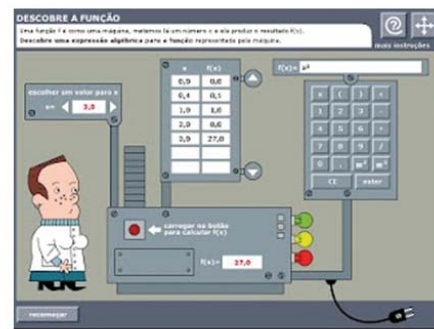
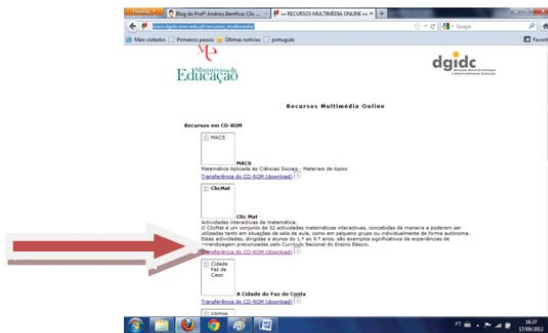
PARA SABER +

Uma excelente atividade para trabalhar mais com expressões numéricas que envolvam as quatro operações fundamentais e parênteses é o jogo *Contig 60*. Ele possibilita também o desenvolvimento de processos de estimativa, cálculo mental e guardar de memória dados da tabuada.

No *link* a seguir, temos o jogo.

- http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12616%3Aformacao&Itemid=834

No *link*: http://www.dgdc.min-edu.pt/recursos_multimedia/ pode ser feito o download do *CLIC MAT*, um aplicativo com 32 atividades matemáticas interativas. Uma destas atividades chama-se “Descobre a função”. O objetivo é encontrar a expressão algébrica da função a partir do valor de x .



AGORA, É COM VOCÊ!

Procure praticar o que foi visto sobre funções:

1. O preço da passagem do ônibus urbano comum na cidade do Rio de Janeiro é de R\$ 2,70. Com base nesse dado, complete a tabela a seguir:

Resposta

Quantidade de passagens	1	2	3	4	5	8
Preço	2,70	5,40	8,10	10,80	13,5	21,6

Agora, responda às seguintes questões:

- a. É possível se determinar quantas passagens foram pagas, se o valor total pago foi de R\$ 32,40?

Resposta

Sim, 12 passagens, ou seja, $32,40/2,70 = 12$.



- b. O que é constante neste problema?

Resposta

O preço de uma passagem.



- c. O que é variável neste problema?

Resposta

O preço pago de acordo com o número de passagens.



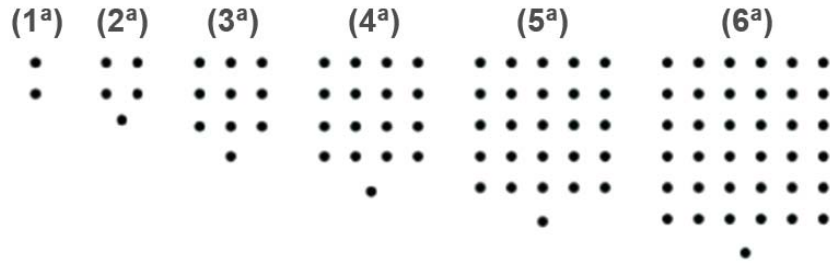
- d. Se representarmos por y o valor a ser pago e por x o número de passagens pagas, estabeleça a expressão matemática que representa essa situação.

Resposta

$$y = 2,70 \times x$$



2. (PROVA BRASIL – Adaptada) As figuras mostradas a seguir estão organizadas dentro de um padrão que se repete:



Mantendo essa disposição, qual será a expressão algébrica que representa o total de pontos T em função da ordem n ($n=1, 2, 3, \dots$)?

Resposta

$$a_1 = 2 = 1^2 + 1$$

$$a_2 = 5 = 2^2 + 1$$

$$a_3 = 10 = 3^2 + 1$$

$$a_4 = 17 = 4^2 + 1$$

...

$$a_n = n^2 + 1$$



ANEXO: ETAPA 1



$2 + 3 \times 4$	14	$3 + 4 \times 3$	15
$3 \times 5 + 4$	19	$(2 + 3) \times 4$	20
$15 - 5 \times 2$	5	$2 \times 4 \times 5$	40
$7 \times 8 - 6$	50	$3 \times (10 + 7)$	51
$16 \div 4 \times 2$	8	$7 \times 5 + 4$	39
$(3 + 4) \times 3$	21	$16 \div (4 \times 2)$	2
$8 \times 4 + 7$			

Anexo I

