Reforço escolar · Matemática ·

O “Pi” não é de Pizza

Dinâmica 3

9º Ano | 4º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	ANO	CAMPO	CONCEITO
Matemática	9º do Ensino Fundamental	Geométrico.	Polígonos regulares e áreas de figuras planas.

DINÂMICA	O “Pi” não é de Pizza.
HABILIDADE BÁSICA	Definir o número “pi” como quociente entre comprimento e diâmetro de uma circunferência.
HABILIDADE PRINCIPAL	H09 □ Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
CURRÍCULO MÍNIMO	Calcular o perímetro de uma circunferência e a área de um círculo.

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar ideias.	Descobrindo o número “pi”.	De 15 a 20 min	Dupla de alunos.	Individual.
2	Um novo olhar...	Meio de transporte sustentável.	De 15 a 20 min	Dupla de alunos.	Individual
3	Fique por dentro!	Reciclagem das tampas de alumínio.	De 25 a 35 min	Dupla de alunos.	Individual
4	Quiz.	Quiz.	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz.	Análise das respostas ao Quiz.	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

Apresentação

Esta dinâmica busca reconhecer no círculo ou na circunferência seus elementos e algumas de suas relações. Desta forma, na primeira etapa, pretende-se que os alunos interpretem o número “pi” como quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência. Já na segunda etapa vamos explorar o comprimento de uma circunferência. Finalmente, na terceira etapa propomos verificar a área de um círculo. Como sempre, você terá a possibilidade de fazer algumas escolhas entre usar mais ou menos tempo nas atividades aqui propostas ou enfatizar algum ponto que considere mais crucial para os seus alunos.

Bom trabalho!

Primeira Etapa
Compartilhar ideias

Atividade • Descobrindo o número "pi".

Objetivo

Definir o número "pi" como quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência.

Descrição da atividade:

Usando diferentes objetos de forma circular (sugestões: lata de leite, lata de óleo, lata de ervilha, lata de fermento, lata de leite condensado, latinha de refrigerante), vamos medir o comprimento C das circunferências e o diâmetro D e relacioná-los, calculando o quociente da medida do comprimento da circunferência pelo diâmetro.

Passo 1: Pegue cada um dos objetos redondos e, usando a fita métrica, meça o seu contorno. Caso você não tenha fita métrica, passe o barbante em volta do objeto, corte o pedaço de barbante que corresponde ao comprimento da circunferência do objetivo e meça esse barbante com a régua. Dessa forma, você obterá a medida do comprimento (ou perímetro) da circunferência do objeto.

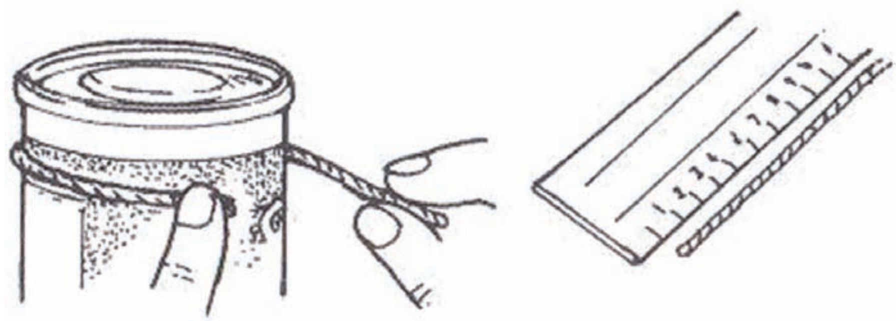


Figura 1: Medindo o comprimento da circunferência usando o barbante.

Passo 2: Meça a distância entre dois pontos da circunferência do objeto passando pelo seu centro. Dessa forma, você obterá a medida do diâmetro dessa circunferência.

Figura 2: Medindo o diâmetro usando a fita métrica.

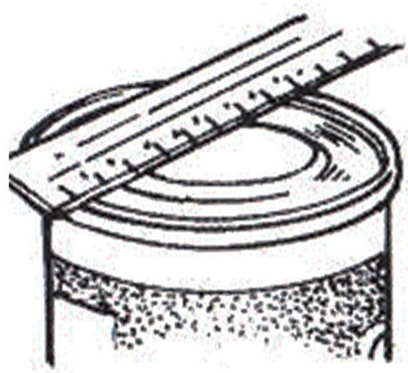


Figura 3: Medindo o diâmetro usando a régua.

Passo 3: Usando a calculadora, divida a medida do comprimento de cada circunferência pela medida do seu diâmetro. Anote neste quadro os resultados obtidos.

Figura 4: O comprimento da circunferência e o diâmetro da lata.

Passo 4: Anote neste quadro os resultados obtidos.

OBJETO MEDIDO	COMPRIMENTO (C)	DIÂMETRO (D)	COMPRIMENTO (C) DIÂMETRO (D)

Professor

Resposta

Resultado esperado

Dividindo o comprimento da circunferência pelo diâmetro, encontramos sempre um resultado mais próximo de 3,14. Esse número é conhecido como número pi e é representado pela letra minúscula π do alfabeto grego.

Assim, podemos escrever: $\frac{C}{D} = \pi \Rightarrow C = \pi \, . \, D$

Mas, $D = 2r \Rightarrow$ *Logo,* $C = \pi \, .2r$ *ou*

$$C = 2\pi r$$

Essa é a fórmula para o cálculo do comprimento C de uma circunferência de raio r.

Recursos Necessários:

- cinco latas com a base circular de tamanhos diferentes (sugestões: Lata de leite, lata de óleo, lata de ervilha, lata de fermento, lata de leite condensado, latinha de refrigerante), um barbante de 20 cm, uma régua de 30 cm, tesoura, papel, caneta e calculadora. ·

Procedimentos Operacionais

- *A atividade poderá ser feita em dupla de alunos e o registro individual.*

Intervenção Pedagógica

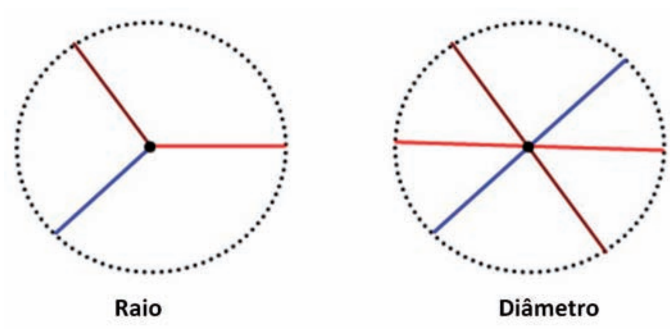
- *Professor/a, nesta etapa, cabe aqui diferenciar os termos "Circunferência", "Círculo" e "Esfera", que são 3 elementos distintos da Geometria.*

  - **Circunferência** *é a medida da linha que delimita um círculo. A circunferência é o lugar geométrico de todos os pontos de um plano que estão localizados a uma mesma distância r de um ponto fixo denominado o centro da circunferência. A circunferência possui características não comumente encontradas em outras figuras planas, como o fato de ser a única figura plana que pode ser rodada em torno de um ponto sem modificar sua posição aparente. É também a única figura simétrica em relação a um número infinito de eixos de simetria.*

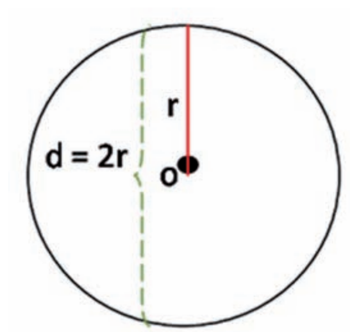
- **<u>Círculo</u>** *é a medida da área que está delimitada por uma circunferência.*

- **<u>Esfera</u>** *é um elemento de 3 dimensões, por exemplo, uma bola de futebol, e sua medida representa uma medida de volume.*

- *Professor/a, recordar ao aluno que, na circunferência, temos o raio e o diâmetro. O raio é a medida do centro até a circunferência, e o diâmetro é a distância entre um lado e o outro da circunferência, passando pelo ponto central.*



Em relação ao raio e ao diâmetro, temos que em qualquer circunferência o diâmetro possui o dobro do valor do raio.



- *Professor/a, seria interessante explicar aos alunos que o valor de* **π** *normalmente usado para cálculos corriqueiros é* **3,1416,** *mas a maioria das calculadoras científicas já possui uma tecla que mostra o* **π** *com várias casas decimais (a própria calculadora do Windows possui este recurso representando o* **π** *com 31 casas decimais, ou seja,* **3,14 15926535897932384626433832795***).*

- *Professor/a, consideramos importante o contexto histórico para esta aula. Apesar de* **π** *ser a 16ª letra do alfabeto grego, os gregos antigos não utilizavam esta letra para designar a relação entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência. A história fascinante do* **π** *começou cerca de 4000 anos atrás, apesar de os matemáticos só começarem a utilizar símbolos para designar π cerca de 2000 anos depois dos trabalhos de Arquimedes.*

Professor

- *Professor/a, consideramos importante falar com os alunos sobre os recentes resultados concernentes ao número de casas decimais de* **π***. E o recorde mundial de números calculados foi quebrado entre dezembro de 2012 e janeiro de 2013, graças a uma série de computadores equipados com processadores gráficos da NVIDIA. O responsável pelo projeto é Ed Karrels, um pesquisador afiliado à Universidade de Santa Clara (nos Estados Unidos). E utilizando um sistema que envolvia um computador com quatro placas gráficas NVIDIA GTX 690, um com duas placas GTX 680 e 24 computadores com uma placa de vídeo GTX 570, ele conseguiu chegar à casa dos 8 quatrilhões de dígitos em 35 dias de cálculos utilizando GPUs da NVIDIA.*

Segunda Etapa
Um novo olhar...

20 MINUTOS

Atividade • Meio de transporte sustentável.

Objetivo

Calcular comprimento de circunferências.

Descrição da atividade:

Brasília realizou o maior passeio ciclístico do mundo. O evento World Bike Tour (WBT) teve a participação de 6 mil ciclistas e aconteceu no dia 6 de junho de 2013. O passeio ciclístico faz parte das festividades do aniversário de Brasília, comemorado em 21 de abril. O principal objetivo é incentivar o uso da bicicleta não só para o lazer, mas também como meio de transporte. Além de um encontro de ciclistas, o passeio teve o objetivo de mostrar à população a importância de um meio de transporte sustentável.

O WBT já foi realizado no Brasil, nas cidades de São Paulo e Rio de Janeiro, e antes passou por Madri, na Espanha, e Porto e Lisboa, em Portugal.

No período de janeiro a maio de 2013, todo domingo, Maria passeava pelo parque para estar em forma a fim de participar do World Bike Tour (WBT). O diâmetro do pneu da bicicleta de Maria é de 30 polegadas.

Fonte: http://www.sxc.hu/photo/699601

Professor

1. Sabendo que uma polegada equivale, aproximadamente, a 2,54 cm, ***quantos centímetros tem uma volta do pneu da bicicleta de Maria***?

Resposta

*O **diâmetro** do pneu da bicicleta de Maria é de 30 polegadas.*

*O **raio** do pneu da bicicleta de Maria é de 15 polegadas (15 . 2,54 = 38,1)*

Comprimento

$C = 2.\pi.r$

$C = 2.3,14.38,1$

C = 239,168 ≅ **239 cm é uma volta do pneu da bicicleta de Maria.**

• • • • •

2. O World Bike Tour (WBT) teve dez quilômetros, e o percurso teve largada na ponte JK. Os ciclistas seguiram em direção à Esplanada dos Ministérios com destino ao ginásio Nilson Nelson. ***Para concluir o percurso, quantas voltas, aproximadamente, deu cada pneu da bicicleta de Maria***?

Resposta

O World Bike Tour (WBT) teve dez quilômetros = 10.000 metros = 1.000.000 cm

1.000.000 cm / 239 cm = ≅ 4184 voltas.

• • • • •

3. O dia De Bike ao Trabalho acontece toda segunda sexta-feira do mês de maio e é inspirado no ***Bike To Work Day***, um evento anual realizado em várias partes do mundo para promover a bicicleta como uma opção de transporte para o trabalho. O movimento começou nos Estados Unidos, em 1956, organizado pela ***League of American Bicyclists***. No Brasil, 2013 foi o primeiro ano de ação em âmbito nacional com a rede do Bike Anjo.

Campanha "De Bike ao Trabalho", em todo o Brasil.

Fonte: http://debikeaotrabalho.org/sobre/

De casa ao trabalho, ida e volta, cada pneu dá 2000 voltas. A que distância da casa de Maria fica o seu trabalho, aproximadamente?

Resposta

De casa ao trabalho, ida e volta, cada pneu dá 1000 voltas.

Então, a distância da casa de Maria ao seu trabalho corresponde a 500 voltas do pneu.

Logo, 500 . 239 cm = 119.500 cm = ***1,195 Km é a distância da casa de Maria ao trabalho.***

Recursos Necessários

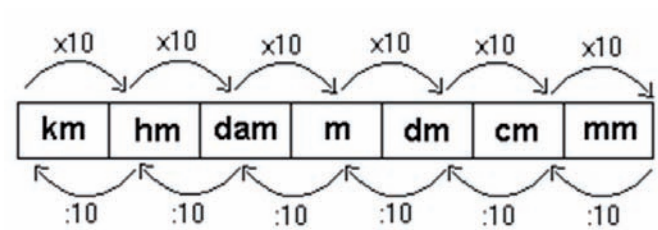
- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

- *A atividade poderá ser feita em dupla de alunos e o registro individual.*

- *Professor/a, nesta etapa, reforce a ideia, junto aos alunos, de que, quando somamos todos os lados de uma figura plana, obtemos o seu perímetro. No caso específico do círculo, o cálculo do seu perímetro é dado pelo comprimento da circunferência (contorno do círculo), pois um círculo é contornado por uma circunferência formada pela união das extremidades de uma linha aberta. O cálculo do comprimento da circunferência (perímetro) foi obtido da seguinte forma: como todas as circunferências são semelhantes entre si, ou seja, todas pertencem ao mesmo centro, concluiu-se que a razão entre os comprimentos de qualquer circunferência pelo seu respectivo diâmetro será sempre uma mesma constante. E essa constate foi provada pelo matemático grego Arquimedes de Siracusa, que seria aproximadamente 3,14, e como esse valor não era exato, foi estipulado que poderia ser representado pela letra do alfabeto grego π, facilitando os cálculos. Assim, convencionou que π ≈ 3,14. Com essas informações, podemos concluir uma maneira prática de encontrar o valor do perímetro de um círculo ou comprimento de uma circunferência:* ***C = 2πr****.*

- *Professor/a, a atividade desta segunda etapa envolve transformação de medidas de comprimento e talvez seja necessário relembrar a transformação de unidades:*



- *Professor/a, caso ache conveniente, trabalhe com o aluno a sequência prática a seguir para resolver o* ***item 3:***

1º) Escrever o quadro de unidades:

KM	HM	DAM	M	DM	CM	MM

2º) Colocar o número no quadro de unidades: **119.500 cm**

KM	HM	DAM	M	DM	CM	MM
1	1	9	5	0	0	

3º) **119.500 cm = 1,195 Km**

KM	HM	DAM	M	DM	CM	MM
1,	1	9	5			

Terceira Etapa

Fique por dentro!

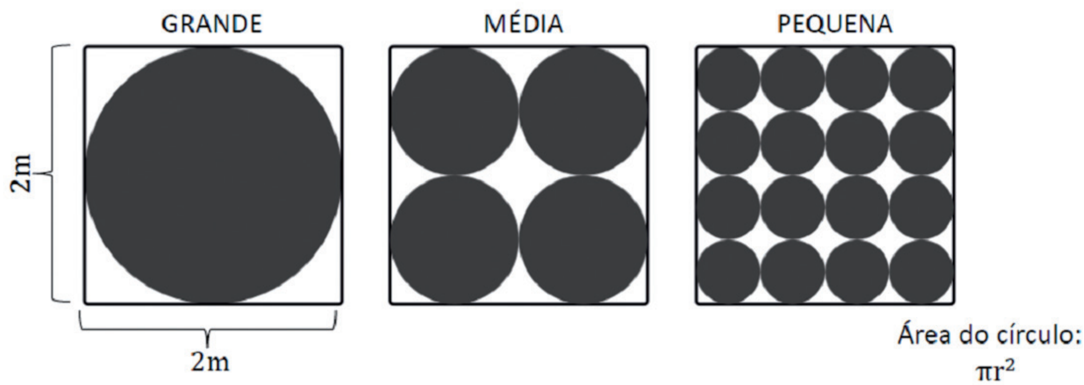
Atividade • Reciclagem das tampas de alumínio.

Objetivo

Calcular a área de um círculo.

Descrição da atividade:

(ENEM 2004 - Adaptado) O Brasil é citado como exemplo na reciclagem do alumínio: há uma década, o país é líder na reutilização do metal. A taxa de reciclagem foi de 97,6% em 2010. Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



1. Qual a área da chapa quadrada de 2 metros de lado?

Resposta

A área da chapa quadrada de 2 metros de lado = 2m × 2m = ***4m²*****.**

• • • • •

2. Qual a área da tampa circular grande?

Resposta

Raio da tampa grande = 1 m.

A área da tampa circular grande é $A_g = \pi r^2 \Rightarrow Ag = \pi.1^2 = \boldsymbol{\pi\ m^2}$.

• • • • •

3. Qual a área da tampa circular média?

Resposta

Raio das tampas médias = ½ m.

A área da tampa circular média é $A_m = \pi r^2 \Longrightarrow A_m = \pi.(1/2)^2 = \boldsymbol{\pi/4\ m^2}$.

• • • • •

4. Qual a área da tampa circular pequena?

Resposta

Raio das tampas pequenas = ¼ m.

A área da tampa circular pequena é $A_p = \pi r2 \Longrightarrow A_p = \pi.(1/4)^2 = \boldsymbol{\pi/16\ m^2}$.

• • • • •

5. As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, pode-se concluir que

(A) a entidade I recebe mais material do que a entidade II.

(B) a entidade I recebe metade de material do que a entidade III.

(C) a entidade II recebe o dobro de material do que a entidade III.

(D) as entidades I e II recebem, juntas, menos material do que a entidade III.

(E) as três entidades recebem iguais quantidades de material.

Resposta

Em metros quadrados, as sobras das tampas grandes, médias e pequenas são:

SOBRA DAS TAMPAS = Área do quadrado – Área das Tampas

S_g *= Sobra da Tampa Grande (só há uma tampa):* $S_g = 4 - 1.\ \pi = \mathbf{4 - \pi}$

S_m *= Sobra das Tampas Médias (são 8 tampas médias):* $S_m = 4 - 4.\ \pi/4 = \mathbf{4 - \pi}$

S_p *= Sobra das Tampas Pequenas (são 16 tampas médias):* $S_p = 4 - 16.\ \pi/16 = \mathbf{4 - \pi}$

Supondo que as quantidades de chapas quadradas usadas diariamente para produzir as tampas grandes seja a mesma para as tampas médias e para as tampas pequenas, as sobras serão iguais (Resposta letra E).

• • • • •

Professor

Recursos Necessários:

- Encarte do aluno.

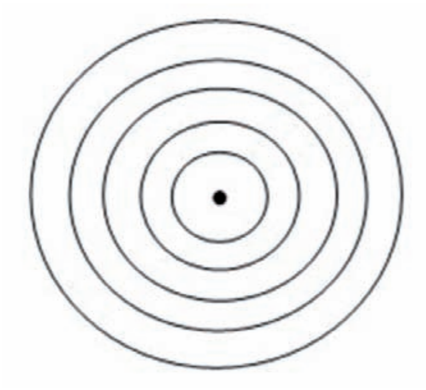
Procedimentos Operacionais

- *A atividade poderá ser feita em dupla de alunos e o registro individual.*

• • • • •

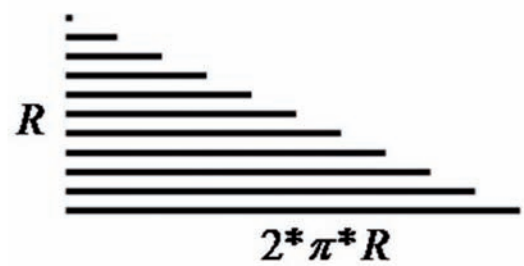
Intervenção Pedagógica

- *Professor/a, nesta terceira etapa, o foco é a área do círculo, portanto, temos que evidenciar que, para determinar a área de uma circunferência, parte-se da definição de circunferências concêntricas, que são regiões circulares que possuem o mesmo centro, conforme a ilustração:*



- *Vamos supor que as circunferências concêntricas sejam fios (barbantes). Traçando um corte do centro até a extremidade do maior círculo, tem-se a figura a seguir:*

Esticando os fios, a figura formada lembra um triângulo. Se calcularmos sua área, determinaremos a área da circunferência, mas vale ressaltar que a altura desse triângulo corresponde ao raio da maior circunferência; e a base do triângulo, ao comprimento da circunferência.



Lembrando que a área do triângulo é calculada de acordo com a seguinte expressão:

$$A = \frac{b*h}{2}\ .$$

Assim, a área da circunferência será:

$$A = \frac{2\pi R*R}{2} \Rightarrow A = \frac{2\pi R^2}{2} \Rightarrow \boxed{A = \pi R^2}$$

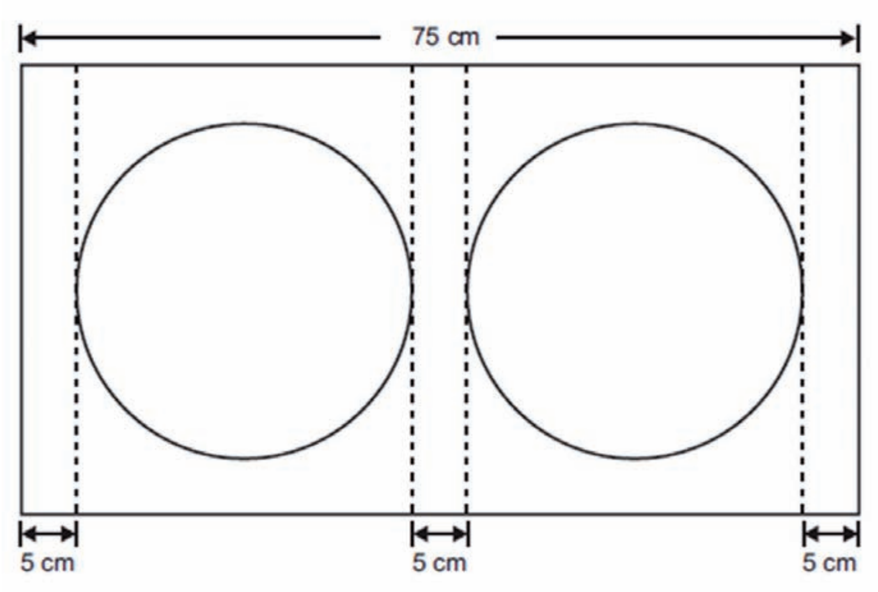
• • • • •

Quarta Etapa

Quiz

10 MINUTOS

Questão: (Questão 20 da Avaliação Diagnóstica – C0901 – 3º bimestre – SAERJINHO – 2011). Para fazer uma caixa de som, o marceneiro precisou fazer dois furos para colocar os alto-falantes, distantes 5 cm, como mostra a figura.



Qual é a medida do raio de cada um desses furos?

a. 75 cm

b. 60 cm

c. 30 cm

d. 15 cm

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao quiz

15 MINUTOS

Resposta

D) 15 cm.

Comprimento da madeira: 75 cm – 15 cm = 60 cm.

Soma dos diâmetros das duas circunferências = 60 cm.

Diâmetro de uma circunferência = 60/2 = 30 cm.

Logo, raio de uma circinferência (furo da caixa de som) = 30/2 = 15 cm.

Distratores:

- *O aluno que optou pela alternativa* **A) 75 cm**, *provavelmente, confundiu a medida do cumprimento (**75 cm**) da madeira com o raio.*
- *O aluno que escolheu a opção* ***B) 60 cm***, *provavelmente, além de ter confundido a medida do cumprimento (75 cm) da madeira com o raio, diminuiu deste valor (75 cm) os 3 intervalos de 5 cm (**75 – 15 = 60 cm**).*

- *O aluno que escolheu a opção **C) 30 cm**, provavelmente, além de ter confundido a medida do cumprimento (75 cm) e subtraído deste valor (75 cm) os 3 intervalos de 5 cm (15 cm), ele dividiu o resultado por 2 (**60/2 = 30 cm**).*

• • • • •

Etapa Flex

Para saber +

1. O círculo e o número Pi – Matemática – Ens. Fund. – Telecurso

Nesta videoaula é apresentada de uma forma simples e interessante que o círculo e a circunferência possuem vários elementos, como o raio, o diâmetro, a corda e o arco. Você verá que a divisão do comprimento de qualquer circunferência pelo seu diâmetro tem sempre o mesmo resultado: mais ou menos 3,14. Esse número é chamado de Pi.

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=hwDr7rclJJc

2. Comprimento e área do círculo – Matemática – Ens. Médio – Telecurso

Nesta videoaula, você aprenderá as aplicações do número chamado de Pi na Matemática, principalmente no cálculo do comprimento da circunferência, da área do círculo e no cálculo do volume do cilindro.

Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=hUKeb8Fhz90

Agora é com você!

1. Qual o comprimento da roda de uma **bicicleta** de aro 26?

Resposta

Uma bicicleta aro 26 tem o raio de sua roda medindo 30 cm. Substituindo r = 30 cm na fórmula C = 2 π r, temos:

C = 2 · p · 30

C = 2 · 3,14 · 30

C = 188,40 cm

Observe este resultado: 188,40 cm = 1,884 m. Isso significa que uma volta completa da roda desta bicicleta equivale a uma distância de aproximadamente 1 metro e 88 centímetros.

• • • • •

2. Quantos círculos de raio igual a 10 cm poderão ser cortados em uma cartolina de 70 cm por 50 cm?

Resposta

- *Área da cartolina = 70 ´ 50 = 3500 cm²*
- *Área do círculo = 3,14 ´ 10² = 3,14 ´ 100 = 314 cm²*

Para calcular quantos círculos de 314 cm² de área cabem num retângulo de 3500 cm² de área, dividimos 3500 por 314, o que equivale a aproximadamente 11,15. Isto significa que cabem 11 círculos e, como era de esperar, sobra cartolina.

• • • • •

3. Sabendo que o diâmetro de uma **bola de futebol** oficial é aproximadamente 22 cm, calcule o comprimento aproximado da circunferência dessas bolas. Utilize π=3,14.

Resposta

Temos que o comprimento da circunferência de uma bola de futebol é aproximadamente C=dπ= 22 . 3,14= 69,08 cm.

• • • • •

4. Calcule o valor aproximado da área de uma **praça circular** com 8 metros de raio. Utilize π=3,14.

Resposta

A área da praça é aproximadamente $A=\pi r^2 = 3{,}14 \cdot 8^2 = 200{,}96\ m^2$.

● ● ● ● ●

5. O comitê olímpico brasileiro dispõe de uma pista circular utilizada para a **prática de treinamentos e competições** de ciclismo e patinação. Sabendo que essa pista tem 250 metros de comprimento, calcule o raio da circunferência da pista. Utilize π=3,14.

Resposta

Temos que o comprimento da circunferência é dado por C=2πr, então:

$$r = \frac{C}{2\pi} = \frac{250}{2*3{,}14} = 39{,}81$$

Então o raio da pista é aproximadamente 39.81 metros.

● ● ● ● ●

Professor