



# Potências e exponenciais... ou é o inverso?

## Dinâmica 1

1ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 1ª	Algébrico-Simbólico	Função Exponencial.

### APRESENTAÇÃO

Você deve se lembrar do conceito de função, certo? Por exemplo, se aplicarmos a função  $f(x) = 2x$  (a cada número do conjunto  $A$  associamos o seu dobro no  $B$ ) ao conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , seu conjunto imagem será dado por  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ .

Você sabe que em alguns casos podemos “desfazer” o que a função “fez”, elemento a elemento? Quando isso é possível, é porque existe a chamada função inversa.

No exemplo acima, a inversa de  $f$  é a função  $g(x) = \frac{x}{2}$ , que associa a cada elemento de  $B$  a sua metade em  $A$ .

Nesta dinâmica iremos estudar algumas situações modeladas pelas funções exponenciais e também vamos descobrir que esse tipo de função possui uma inversa. Ficaram curiosos?

Então mãos à obra!

Aluno

## PRIMEIRA ETAPA

### COMPARTILHAR IDEIAS

#### ATIVIDADE • AS OPERAÇÕES, NÚMEROS PEQUENOS E GRANDES, E O BINGO!

##### Objetivo

Revisar as operações com números reais dando ênfase a potenciação e potências de base 10.

##### Descrição da atividade

Professor/a, Nesta etapa são apresentadas duas atividades que abordam a operação de potenciação, visando lembrar as suas propriedades, bem como as quatro operações básicas. Na primeira é apresentado um texto onde há números muito grandes ou pequenos, que os alunos devem ler. Destacam-se, também, as dificuldades de lidar com estes objetos e suas medidas. A seguir são feitos alguns questionamentos sobre os números e a utilização da notação científica para a sua representação.

Vamos começar?

#### ATIVIDADE 1 • ASTRONOMIA E BIOLOGIA

Vamos começar nosso desafio?

Leia o seguinte texto, em voz alta, em até 30 segundos.

“[...] como, por exemplo, o nosso sistema Solar que tem um diâmetro aproximado de 100.000.000.000 metros. E isto é muito pequeno se comparado com o tamanho da Galáxia onde vivemos com seus incríveis 100.000.000.000.000.000.000 metros de diâmetro. No entanto, ao lembrarmos que o Universo visível deve ter cerca de 100.000.000.000.000.000.000.000 metros de diâmetro, vemos que tamanhos assombrosos estão incluídos no estudo da Astronomia. Daí pensamos: é melhor estudar Biologia, pois a molécula do DNA tem apenas 0,0000001 metro, muito mais fácil de lidar. O problema é que a Astronomia não é uma profissão perigosa enquanto que a Biologia [...]. Imagine: os biólogos têm a coragem de lidar com vírus que medem apenas 0,000000001 metro e terrivelmente mortais. E se, por uma distração, um biólogo deixa um destes vírus cair no chão do laboratório? Nunca mais irá encontra-lo!”

Fonte: <http://fisicacomjofrenildo.blogspot.com.br/2012/03/escrevendo-numeros-muito-pequenos-e.html>

Agora responda às seguintes questões:

1. Você ou seu colega conseguiram fazer a leitura corretamente dentro do tempo determinado?

---



---



---

Como podem comprovar, números muito grandes ou muito pequenos apresentam uma dificuldade tanto na leitura quanto na representação. Um bom caminho para facilitar esta representação numérica é a utilização da notação científica. Vamos melhorar essas representações com este recurso?

Um número está em notação científica quando apresentado na seguinte forma:

$$a \times 10^n, \text{ com } 1 \leq a < 10 \text{ e } n \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{R}$$

Por exemplo:

$$100 = 1 \times 10^2$$

$$0,0001 = 1 \times 10^{-4}$$

Verifique que para múltiplos de 10 o expoente é proporcional à quantidade de zeros do número dado. Perceba ainda que este expoente pode ser positivo ou negativo.

2. Observando os exemplos anteriores, diga em que caso os expoentes serão positivos e negativos.

---

---

---

---

3. Para começar, vamos representar os 'números grandes' em notação científica?

- 100.000.000.000 metros =
- 100.000.000.000.000.000.000 metros =
- 100.000.000.000.000.000.000.000.000 metros =

4. Agora vamos colocar os 'números pequenos' em notação científica?

- 0,0000001 metro =
- 0,000000001 metro =

---

---

## ATIVIDADE 2 • BINGO!

Nesta atividade, cada dupla deve receber uma cartela e uma porção de grãos/marcadores para fazer a indicação/marcação de certo resultado de uma operação exponencial. Cada cartela possui 6 números, sendo que cada um representa o resultado de um cálculo sorteado. Ganhará a rodada a equipe que, primeiro, preencher total e corretamente a sua cartela.

A cada cálculo sorteado e cantado pelo professor, você deve procurar na cartela seu resultado. Assim que você completar a cartela com todos os números marcados, deve falar alto “Bingo!”, e depois da conferência o professor poderá lhe dar a vitória na rodada. Após o primeiro vencedor, será dado início a uma nova rodada, quando a cartela deverá ser trocada por outra. Em cada rodada os cálculos já sorteados serão reunidos, novamente, com os demais e embaralhados.

## SEGUNDA ETAPA

### UM NOVO OLHAR...

## ATIVIDADE • CHEQUE ESPECIAL? EM ÚLTIMO CASO!

### Objetivo

Reconhecer que um problema de empréstimo, a uma taxa fixa de juros, segue um modelo exponencial de crescimento.

### Descrição da atividade

Nesta atividade os alunos realizarão simulações na calculadora, com a finalidade de ajudar a personagem da situação-problema a verificar a natureza do crescimento de uma dívida (rápido ou lento? proporcional ou não proporcional?). Após a verificação, os alunos devem ser capazes de reconhecer um modelo exponencial e descrever a lei da função que rege a situação-problema.

### Atividade

Vocês já ouviram falar do cheque especial? O cheque especial é um empréstimo pré-aprovado pelo banco, cujo valor o cliente já encontra disponível para uso em sua conta. Caso o cliente utilize esse serviço, ele deve pagar o valor do empréstimo e os juros do cheque especial, que é uma porcentagem do valor emprestado.

*Devido a uma taxa de juros alta (8% ao mês, em média), não é recomendado tomar empréstimos valores muito altos no cheque especial. Também se recomenda pagar essa dívida o quanto antes, para que seu valor não cresça muito rápido.*

Por causa de uma emergência familiar, Marcos precisa tomar empréstimos R\$ 2.000,00. Seu banco cobra uma taxa de 8% ao mês de juros do cheque especial, e ele pediu ajuda à sua amiga Ester para simular quanto ele pagará se escolher utilizar o cheque especial. Vamos ajudá-los a descobrir?

1. Qual valor, em reais, Marcos precisará depositar em sua conta se ele pretende pagar esse empréstimo 1 mês após tê-lo feito?

---

---

---

---

---

---

---

2. Para Marcos ter mais possibilidades na hora do pagamento, complete a tabela a seguir, que mostra os valores a serem pagos a cada mês inteiro que passa.

MESES APÓS O EMPRÉSTIMO	CÁLCULO	VALOR A SER PAGO (SEM APROXIMAÇÃO)	VALOR A SER PAGO (COM APROXIMAÇÃO)
1	$2000 \cdot 1,08$		
2			
3			
4			
5			

---

---

---

---

---

---

---

3. A partir da tabela da pergunta 2, escreva qual é a fórmula da função exponencial que fornece o valor a ser pago (V), em reais, em função do tempo (t), em meses.

---

---

---

---

---

- Se Marcos só puder pagar a dívida após um ano, quantos reais necessitará depositar em sua conta?

---

---

---

---

- Estime com a calculadora em quantos meses, aproximadamente, a dívida de Marcos dobrará de valor.

---

---

---

---

---

## TERCEIRA ETAPA

### FIQUE POR DENTRO!

#### ATIVIDADE • É O INVERSO...

Nesta atividade os alunos serão levados a reconhecer as representações algébrica e gráfica da inversa da função exponencial. A proposta é relembrar o conceito de função inversa através da troca dos eixos e das coordenadas ( $x \leftrightarrow y$ ), e utilizar a notação  $x = \log_a y$  apenas como uma forma de representar o expoente  $x$  tal que  $y = a^x$ , com  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

#### Atividade

Considere a seguinte situação hipotética: Ana, Jorge e Letícia se reuniram para realizar um trabalho de matemática sobre funções exponenciais. Além das fórmulas das funções, os alunos deveriam apresentar os seus gráficos ao professor.

Vamos ajudá-los?

- Em certo experimento, um cientista mediu o crescimento de certas culturas de bactérias, quando expostas ao calor. Em uma delas, por exemplo, a quantidade de bactérias dobrava a cada hora. Considerando que no início do experimento a quantidade de bactérias nessa cultura tinha “tamanho 1”, como o trio de colegas deve completar a tabela a seguir?

HORAS APÓS O INÍCIO DO EXPERIMENTO	0	1	2	3	4
"TAMANHO" DA AMOSTRA	1				

---

---

---

---

---

---

2. A partir da descrição do comportamento dessa cultura bacteriana, e dos valores encontrados na pergunta 1, qual é a função que rege a variação do tamanho dessa cultura ( $P$ ) em função do tempo decorrido ( $t$ ), em horas?

---

---

---

3. Ana, Jorge e Letícia deveriam entregar, ainda, o gráfico da função que representa essa cultura. Ao chegar ao colégio, porém, viram que seu gráfico estava diferente dos colegas de outro grupo.

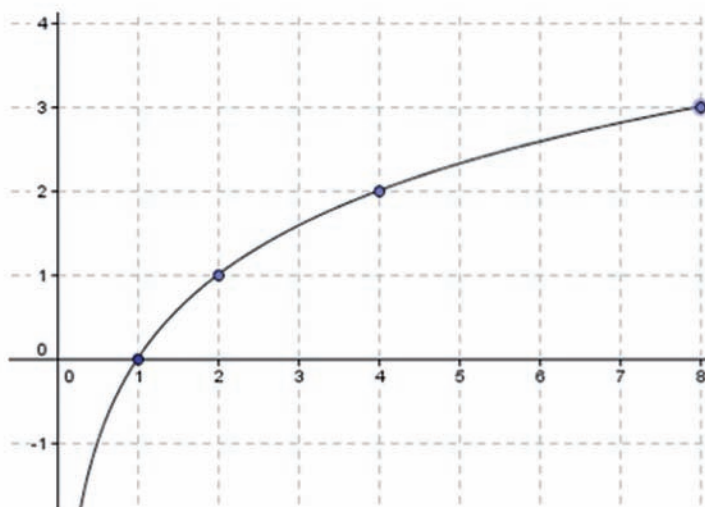


Gráfico de Ana, Jorge e Letícia.

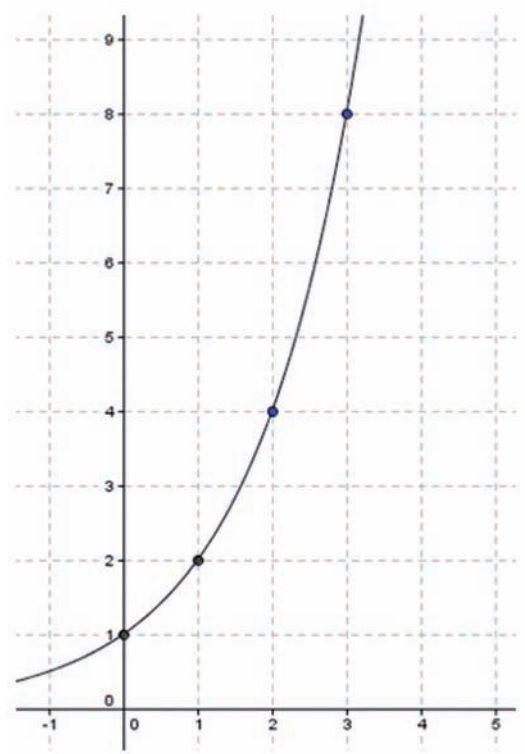


Gráfico do outro grupo.

Qual gráfico estava correto: o de Ana, Jorge e Letícia, ou o do outro grupo?  
Qual engano foi cometido pelo grupo que errou?

---



---



---



---



---

*O gráfico errado na questão anterior corresponde à imagem da inversa da função  $P$ , pois, enquanto esta expressa  $P$  em função de  $t$ , a inversa expressa  $t$  em função de  $P$ . A inversa da função exponencial  $P = 2^t$ , de base 2, é a função logarítmica  $t = \log_2 P$ , também de base 2.*



4. O professor da turma de Ana, Jorge e Letícia pediu uma tarefa em sala: representar algebricamente e/ou graficamente a inversa de uma função, a partir de sua fórmula e seu gráfico. Vamos ajudá-los?

a.

Gráfico de  $f$

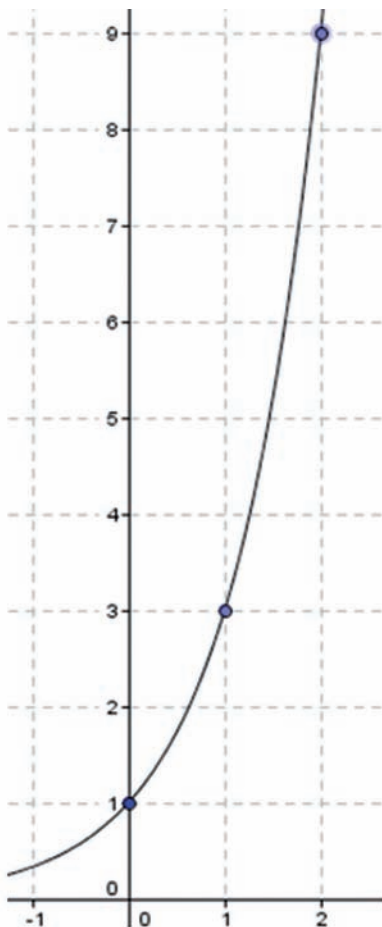
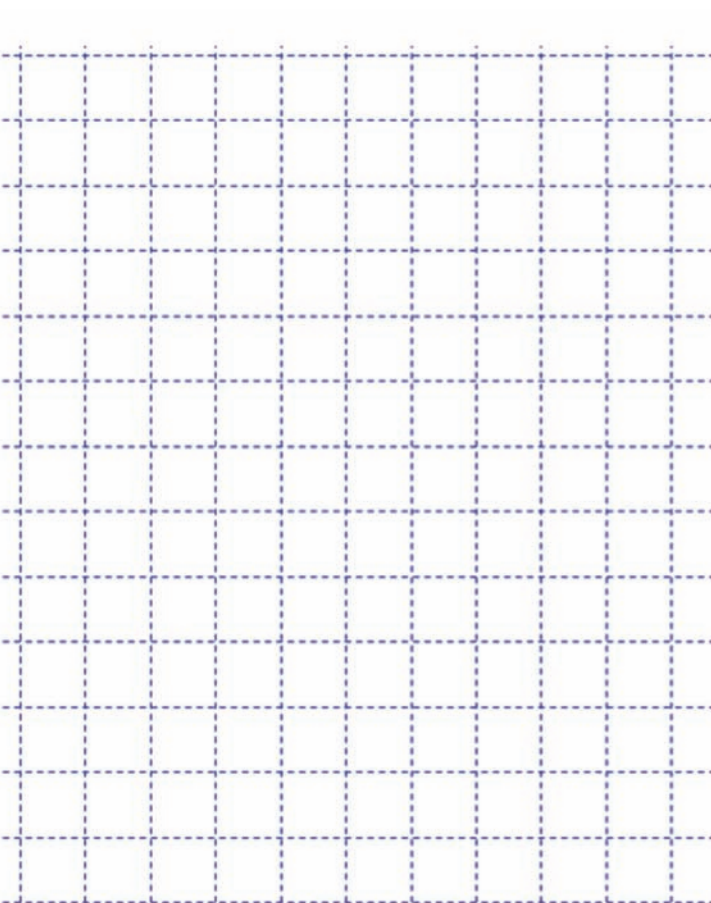


Gráfico da inversa de  $f$



b. Fórmula de  $g$

$$g = 5^x$$

Fórmula da inversa de  $g$

c. Gráfico de  $h$

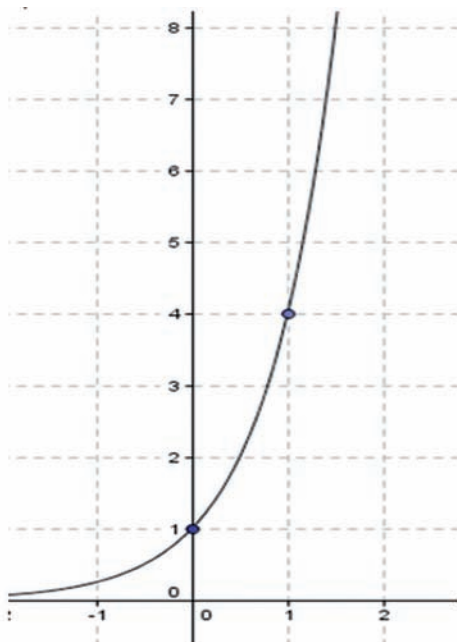
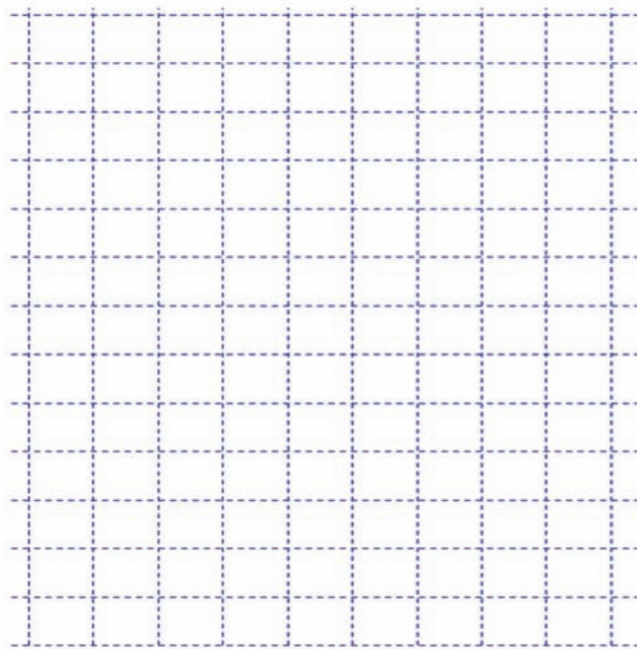


Gráfico da inversa de  $h$



d. Fórmula de  $v$

$$v = \log_7 x$$

Fórmula da inversa de  $v$

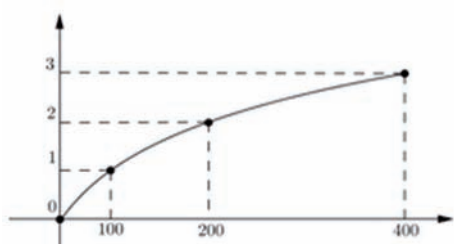
## QUARTA ETAPA

### Quiz

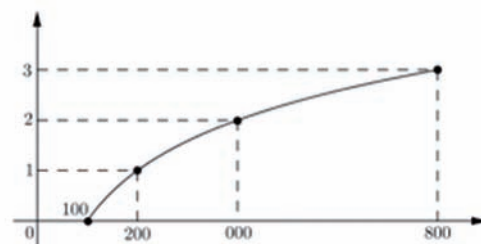
#### QUESTÃO

Certo grupo de comédia, do site *You Tube*, consegue fazer com que o número de visualizações de seus vídeos dobre a cada hora após a postagem do vídeo. Em certo dia, quando havia 100 visualizações, o grupo começou a monitorar o número de acessos. Chamando de  $v$  o número de visualizações e  $t$  o tempo decorrido (em horas), o gráfico que melhor representa  $t$  em função de  $v$  é dado por:

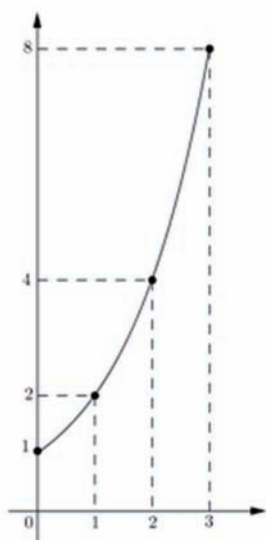
e.



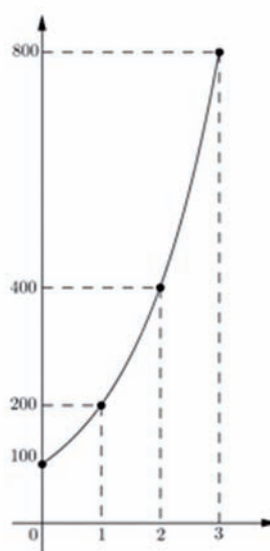
d



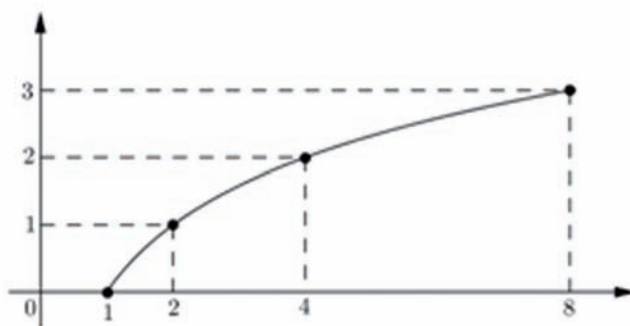
b



e



c




---

---

---

---

---

---

## ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ

[illegible]

## PARA SABER +

Indicamos, a seguir, alguns links que contêm **atividades relacionadas às habilidades** trabalhadas nesta dinâmica. Se possível, trabalhe-as com seus alunos.

- [http://www.youtube.com/watch?v=Y\\_reg9W2JaA](http://www.youtube.com/watch?v=Y_reg9W2JaA) - Duração: 13 min 17 s

O link a seguir refere-se à aula de número 57 (Ensino Médio) do Telecurso, que aborda as potências com expoentes fracionários, incluindo sua definição, uma recordação das propriedades das potências e algumas aplicações. Seria bom que você a

assistisse a título de revisão para auxiliá-lo na aprendizagem do conteúdo de Função Exponencial. Disponível em

<http://www.youtube.com/watch?v=9EwnoXt0-u8> - Duração: 14 min 20 s

Indicamos, ainda, um livro, que aborda as duas funções – Exponencial e Logarítmica. A partir da página 95 é possível encontrar abordagens sobre a aplicação de escalas logarítmicas em sismógrafos.

2. **Livro:** ZAGO, Glaciete Jardim; SCIANI, Walter Antonio. **Exponencial e logaritmos**. 2ª ed. São Paulo: Érika. Estude e Use, 1996.

## AGORA É COM VOCÊ!

A partir de agora vocês poderão utilizar os exercícios a seguir para se familiarizarem mais com as habilidades abordadas. Essas questões foram retiradas do banco de itens do Saerj.

1. (M100071B1) Determine o valor de  $y$  na expressão  $y = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}}$ .

a.  $3^{\frac{3}{4}}$

b.  $3^{\frac{3}{6}}$

c.  $9^{\frac{3}{4}}$

d. 9

e.  $9^2$

---

---

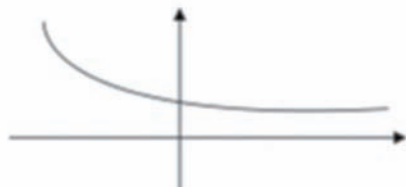
---

---

---

---

2. (PAMA11096AC) O gráfico abaixo representa a função exponencial  $y = b^x$ , onde  $b$  é uma constante.

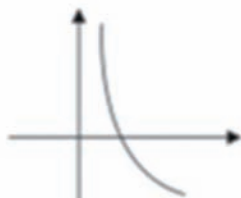


Dentre os esboços abaixo, o que melhor representa o gráfico da função  $y = \log_b x$  é

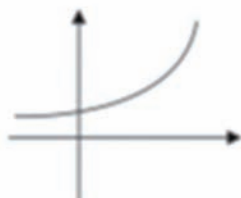
a



b



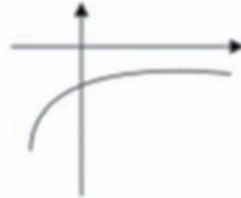
c



d



e




---

---

---

---

---

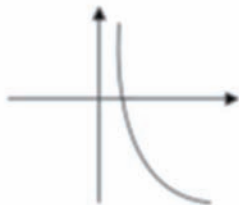
---

3. (M120037A9) Sendo  $f(x) = a^x$ , com  $a > 0$ , o gráfico que melhor representa a inversa de  $f$  é

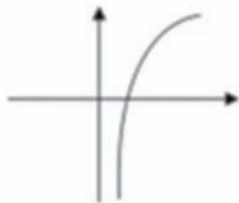
a



b



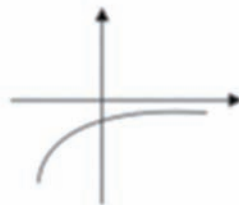
c



d



e




---

---

---

---

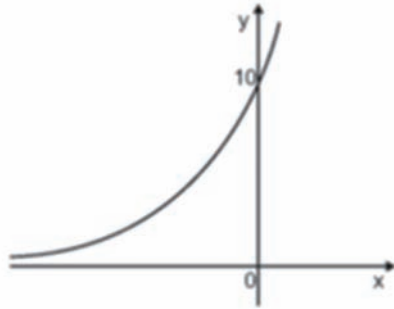
---

---

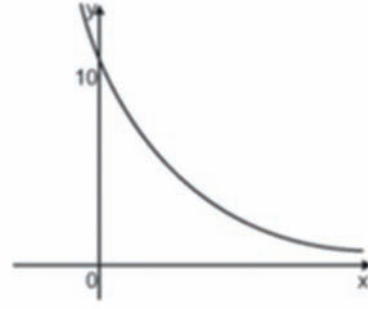
---

4. (M110057B1) Qual é o gráfico que melhor representa a inversa da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ , definida por  $f(x) = 10^x$  ?

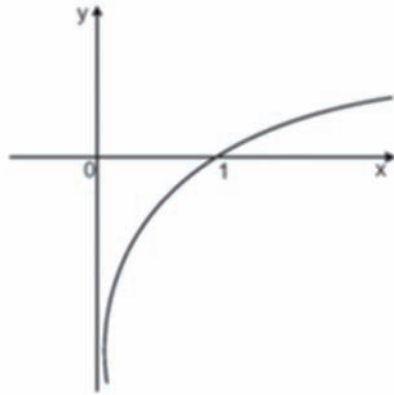
a



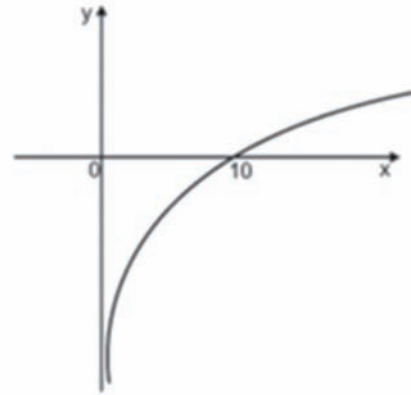
d



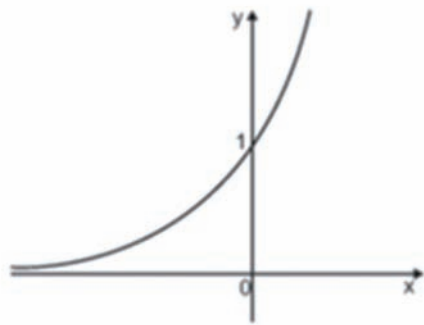
b



e



c




---

---

---

---

---

---

---

