



# Canastra exponencial

## Dinâmica 2

1ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 1ª	Algébrico- Simbólico	Função exponencial.

DINÂMICA	Canastra exponencial.
HABILIDADE BÁSICA	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.
HABILIDADE PRINCIPAL	H63 - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
CURRÍCULO MÍNIMO	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias	tabelas e gráficos, gráficos e tabelas.	de 15 a 20 min	Em grupos de 3 ou 4.	Individual
2	Um novo olhar ...	Traçando gráficos como os antigos.	de 15 a 20 min	Em duplas.	Individual
3	Fique por dentro!	Canastra exponencial.	de 25 a 35 min	Em duplas.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

## APRESENTAÇÃO

Olá, professor! Nas atividades anteriores, construímos alguns gráficos de diferentes tipos de função. Nessa perspectiva, esperamos que os alunos estejam familiarizados com esboços de gráficos a partir de uma tabela e reconheçam os principais pontos de certos gráficos. Nessa atividade construiremos o gráfico da função exponencial. O seu intuito é fazer com que o aluno identifique o gráfico, percebendo como se comporta a função. Espera-se, ainda, que sejam lembradas algumas das propriedades das potências, a fim de que ele possa ter uma visão geral, de forma a facilitar a compreensão da resolução de problemas e das equações exponenciais.

Nas atividades, os alunos construirão alguns gráficos que foram cobrados nas provas do SAERJ e SAERJINHO. Eles poderão aprimorar sua visão quanto à **apresentação** dos gráficos, utilizando um jogo especialmente desenvolvido para este tema. Na primeira etapa, eles terão a oportunidade de transformar informações de uma tabela em gráficos de diferentes tipos, revelando a funcionalidade dos gráficos.

Bom trabalho!

Vamos lá?

## PRIMEIRA ETAPA

### COMPARTILHAR IDEIAS



#### ATIVIDADE • TABELAS E GRÁFICOS, GRÁFICOS E TABELAS.

##### Objetivo

Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

##### Descrição da atividade

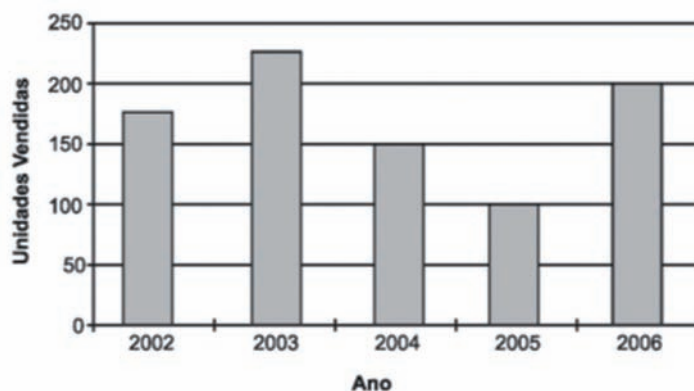
A proposta dessa atividade é a de criar a habilidade de se retirar informações importantes dos gráficos. Nela são desenvolvidas duas questões adaptadas do Saerj. Elas foram pensadas de maneira que o professor possa realizar a tarefa juntamente com a turma, lendo e orientando os passos, fazendo a mediação e a interação com os alunos.

Na primeira situação, será necessário apenas o encarte do aluno. Na segunda situação, onde apresentaremos uma tabela com os campeões da **Fórmula 1**, é interessante, antes de apresentar a atividade, consultar o endereço <http://www.corridaformula1.com/campeoes-f1/>, onde todas as informações da **Fórmula 1** estão disponíveis. **Para que** a atividade tenha melhor aproveitamento, é importante que cada aluno possua uma régua para construir o esboço do gráfico proposto.

Vamos começar?

##### Atividade 1: (Questão adaptada do banco de questões SEEDUC).

O gráfico a seguir mostra o número de unidades de casas vendidas por uma construtora no período de 2002 e 2006.



Com base nesse gráfico, responda:

- Em qual ano houve a menor venda de carros?

Resposta

2005.



b. Em qual ano houve a maior quantidade de unidades vendidas?

Resposta

2003.



c. É possível, analisando o gráfico, estimar um número aproximado de unidades vendidas em 2002 e 2003? Qual seria o valor aproximado nesses dois anos?

Resposta

Podemos calcular o valor aproximado utilizando a média entre os dois números em que a barra do gráfico estaciona:

$$\text{Em 2002 } \frac{150 + 200}{2} = 175. \text{ Em 2003 } \frac{200 + 250}{2} = 225.$$



d. Em qual das tabelas melhor se traduzem as informações do gráfico?

A)

ANO	UNIDADES VENDIDAS
2002	175
2003	200
2004	150
2005	100
2006	200

B)

ANO	UNIDADES VENDIDAS
2002	175
2003	225
2004	150
2005	100
2006	200

C)

ANO	UNIDADES VENDIDAS
2002	175
2003	150
2004	225
2005	100
2006	200

D)

ANO	UNIDADES VENDIDAS
2002	175
2003	225
2004	100
2005	150
2006	200

E)

ANO	UNIDADES VENDIDAS
2002	175
2003	225
2004	150
2005	200
2006	100

Resposta

Letra B.



### Atividade 2: (Questão adaptada do banco de questões SEEDUC).

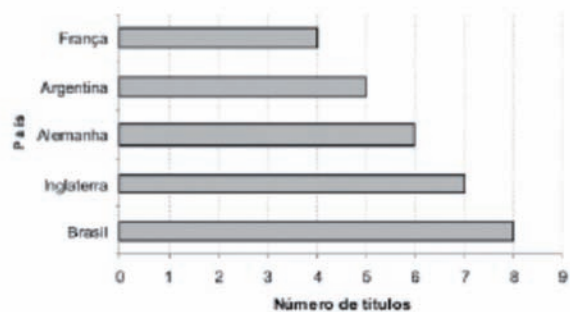
A tabela representa os países que tiveram mais títulos na Fórmula 1 até o ano de 2004:

PAÍS	TÍTULOS
Brasil	8
Inglaterra	7
Alemanha	7
Argentina	5
França	4

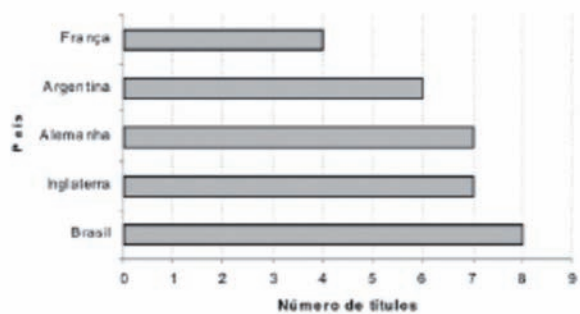
Fonte: Portal Brasil

- a. Qual dos gráficos representa as informações apresentadas nesta tabela?

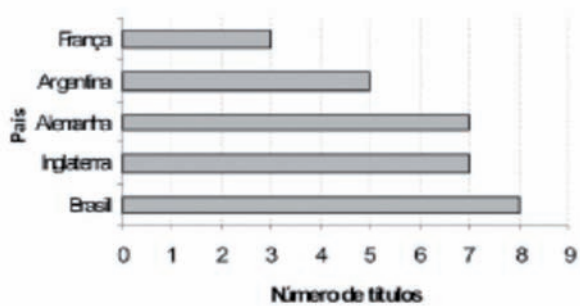
a.



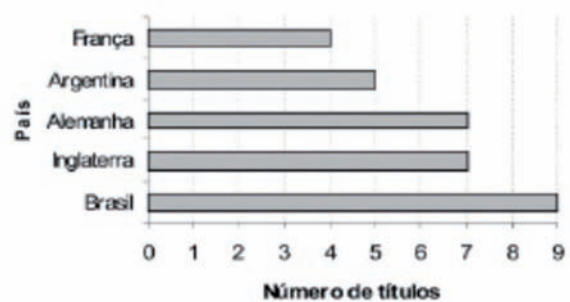
b.



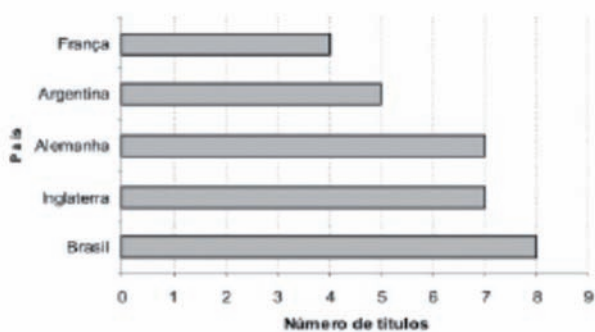
c.



d.



e.



Resposta

Letra E.



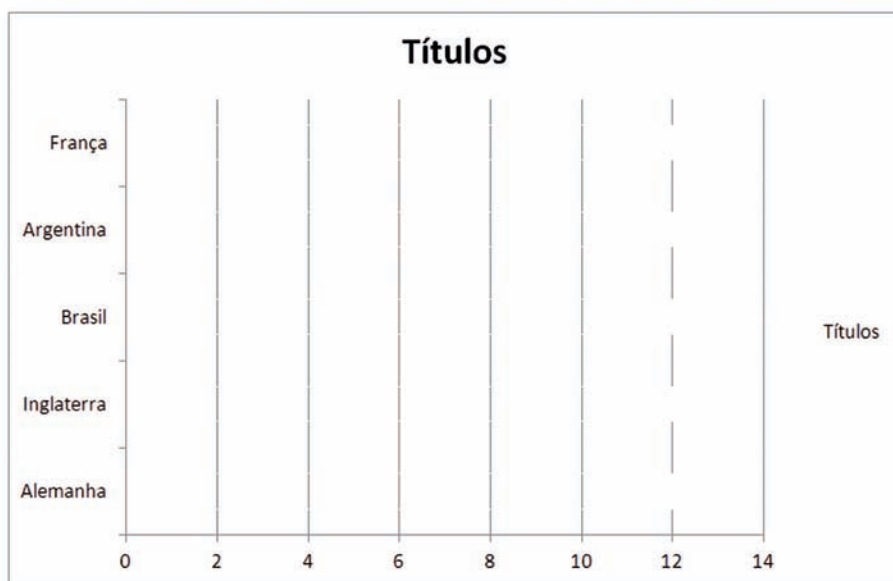
- b. Segundo o site <http://www.corridaformula1.com/campeoes-f1/>, consultado em maio de 2013, um espanhol ganhou os títulos de 2005 e 2006, um finlandês em 2007, um inglês conquistou títulos de pilotos de 2008 e outro inglês em 2009, enquanto um alemão conquistou os títulos de 2010 a 2012. Levando em consideração essa informação, reescreva a tabela anterior, atualizando os dados, e, como na tabela anterior, coloque na ordem decrescente de títulos:

Resposta

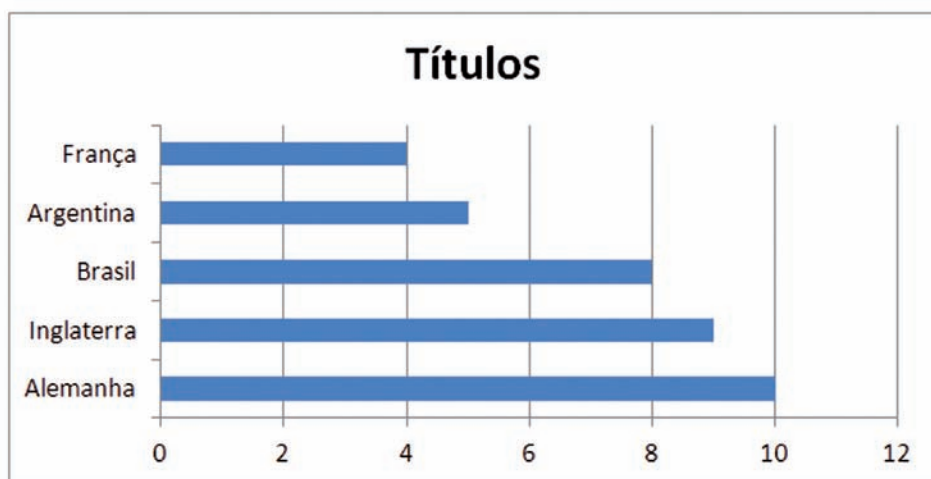
PAÍS	TÍTULOS
Alemanha	10
Inglaterra	9
Brasil	8
Argentina	5
França	4



- f. Represente a tabela acima através de um gráfico de barras.



Resposta



#### Recursos necessários

- Encarte do aluno. Régua para cada aluno.
- Régua para quadro branco ou negro.
- Diferentes cores para inscrição na lousa (giz ou pincel para quadro branco).



## Procedimentos Operacionais

Professor/a,

- Esta atividade foi pensada para ser efetuada em dupla.
- Os registros devem ser individuais, de modo que todos os alunos possam refletir e discutir o problema.



## Intervenção Pedagógica

Professor/a,

- Na atividade 1, acreditamos ser necessário o auxílio aos alunos na descoberta do resultado antes da realização, em papel, do cálculo. Após a resposta (correta ou incorreta), sugira a solução por meio das médias, como apresentada anteriormente. Ainda na atividade 1 acreditamos ser importante que todos os alunos estejam com a mesma linha de raciocínio. É desejável a realização de um debate sobre qual é a tabela que melhor representa o gráfico. Aproveite para deixar os alunos à vontade na discussão e reflexão sobre o problema e, por fim, cheguem à própria conclusão.
- A todo o momento, estimule os alunos a exibirem as suas visões, a expor o seu raciocínio, este é um momento fértil para entender quais são as dúvidas do aluno através de suas conclusões. Na segunda atividade, esteja atento para que os alunos refaçam a tabela da atividade 1 acrescentando os dados fornecidos na questão. Este é um bom momento para falar sobre as vantagens da representação gráfica e do tratamento da informação.



## SEGUNDA ETAPA

### Um novo olhar

#### ATIVIDADE • TRAÇANDO GRÁFICOS COMO OS ANTIGOS.

##### Objetivo

Reconhecer e identificar o comportamento do gráfico de uma função exponencial.

##### Descrição da atividade

Esta atividade é de caráter operacional, onde procuramos desenvolver as habilidades relacionadas à construção de gráficos de função. Nela, são apresentadas quatro funções, nelas os alunos devem completar a tabela e esboçar o gráfico da função.



Vamos iniciar o trabalho?

Ao longo dos tempos, o homem sempre procurou meios que pudessem facilitar os cálculos matemáticos. Na antiguidade, os matemáticos utilizavam tabelas para aperfeiçoar seus cálculos e simplificar a aritmética, mais especificamente os cálculos sobre potências. Com a ajuda das tabelas, eles conseguiam cálculos cada vez mais precisos. O primeiro registro sobre o uso das potências data de 1000 a.C., porém somente no século XVII encontramos a forma que utilizamos hoje para os cálculos de potências. Na mesma época, os matemáticos construíram o conceito da função exponencial na forma que conhecemos:

$$y = a^x + b$$

Nesta etapa, vamos utilizar o mesmo raciocínio, ou seja, utilizando as tabelas para achar os resultados, e juntamente com o que já desenvolvemos nas atividades anteriores, vamos construir os esboços dos gráficos, com a ajuda do plano cartesiano. Vamos, ainda, descobrir algumas características do gráfico de uma função exponencial.

Vamos construir os gráficos?

- I. Seja a função definida por  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ , tal que  $f(x) = 2^x$ .
- a. Complete a tabela e esboce o gráfico da função.

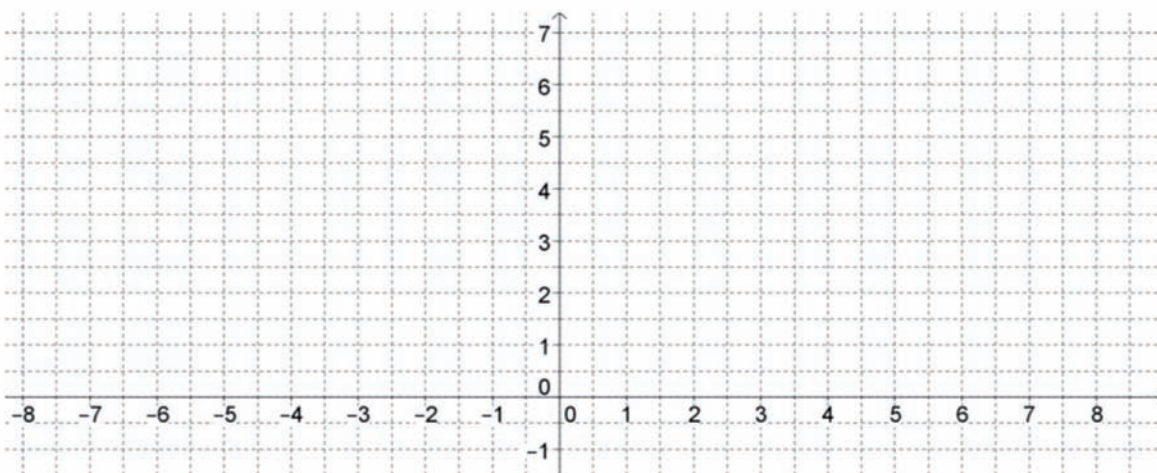
Tabela

x	$y = 2^x$	y	(x, y)
-1			
0			
1			
2			

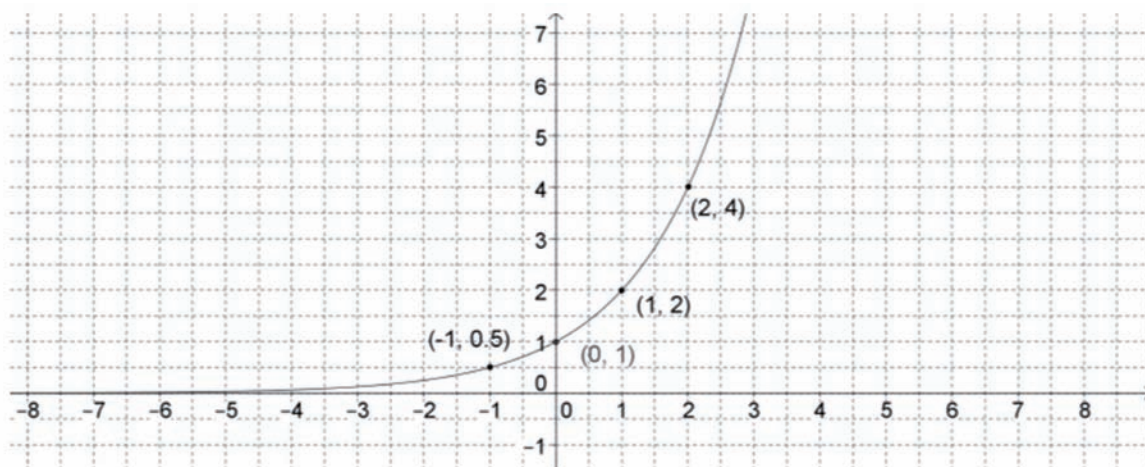
Resposta

x	$y = 2^x$	y	(x, y)
-1	$y = 2^{-1}$	0,5	(-1 ; 0,5)
0	$y = 2^0$	1	(0 ; 1)
1	$y = 2^1$	2	(1 ; 2)
2	$y = 2^2$	4	(2 ; 4)





Resposta



• • • • •

- b. Essa função é crescente ou decrescente? Qual é o elemento da função que vai caracterizar o crescimento ou decrescimento dessa função?

Resposta

*Crescente. Nesse caso, o elemento que vai determinar que essa função seja crescente é a base de a potência ser maior do que 1.*

• • • • •

- c. O gráfico da função exponencial intercepta o eixo Oy para que valor de  $x$ ?

Resposta

quando  $x = 0$ .



b. O gráfico dessa função vai interceptar o eixo  $x$ ? Por quê?

Resposta

Não, pois a função não está definida para valores de  $y \leq 0$ .



II. Seja a função definida por  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ , tal que  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

a. Complete a tabela e esboce o gráfico da função.

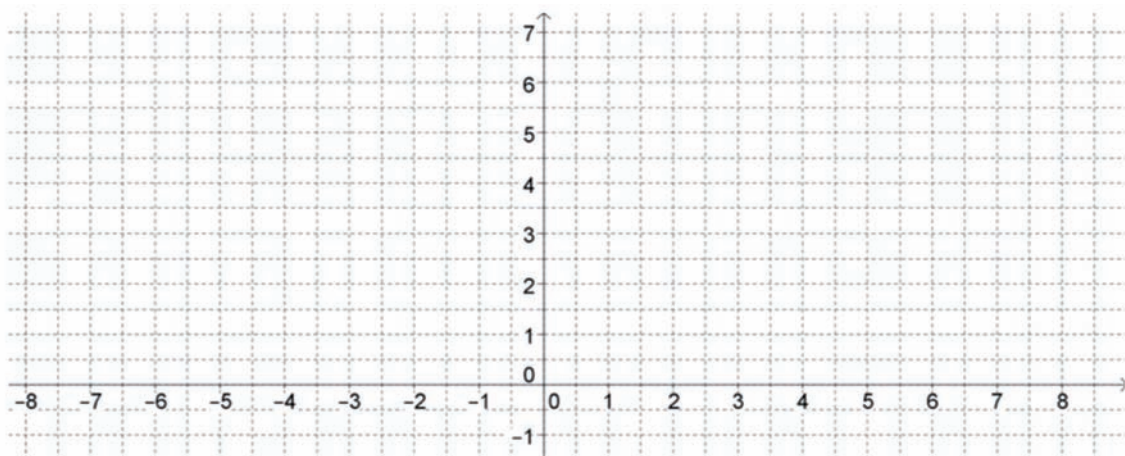
x	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	y	(x,y)
-1			
0			
1			
2			

Resposta

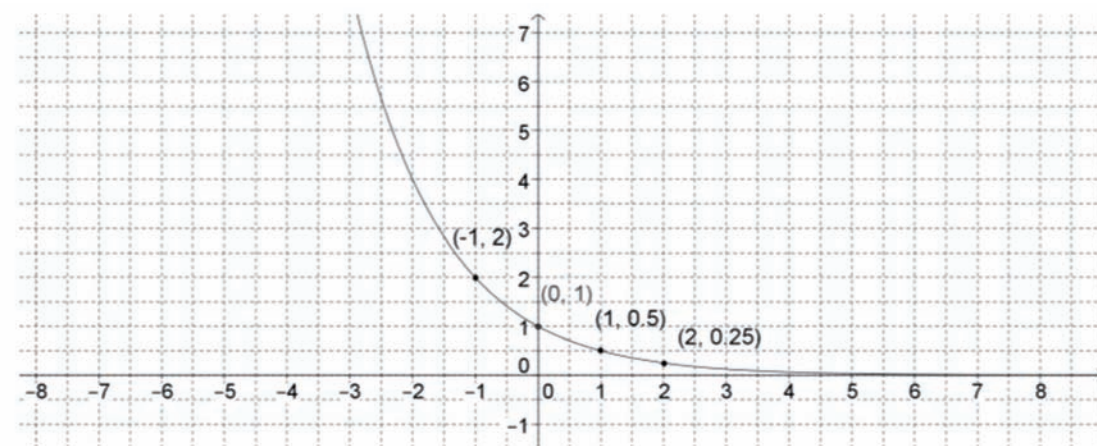
x	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	y	(x,y)
-1	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$	4	(-1; 4)
0	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^0$	1	(0; 1)

1	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^1$	0,5	(1; 0,5)
2	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^2$	0,25	(2; 0,25)

• • • • •



Resposta



• • • • •

- b. Essa função é crescente ou decrescente? Que elemento da função vai caracterizar o crescimento ou decrescimento dessa função?



Resposta

Decrescente. Nesse caso, o elemento que vai determinar que essa função seja decrescente é a base da potência ser maior do que 0 e menor do que 1.

• • • • •

- c. O gráfico da função exponencial intercepta o eixo y para que valor de x?

Resposta

Quando  $x = 0$ .

• • • • •

- d. O gráfico dessa função vai interceptar o eixo x? Por quê?

Resposta

Não, pois a função não está definida para valores de  $y \leq 0$ .

• • • • •

- III. Seja a função definida por  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ , tal que  $f(x) = 2^x + 1$ .

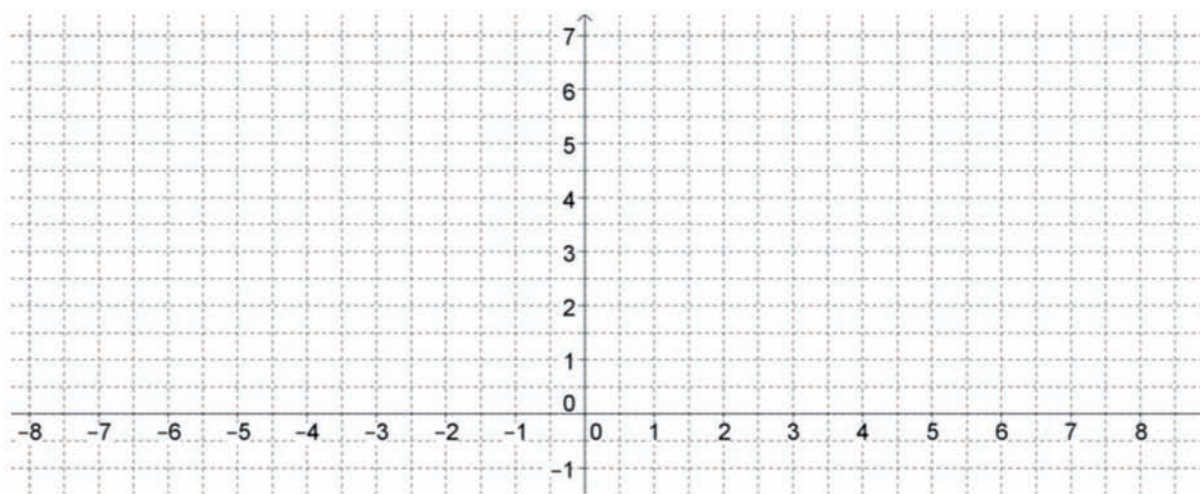
- a. Complete a tabela e esboce o gráfico da função.

x	$y = 2^x + 1$	y	(x,y)
-1			
0			
1			
2			

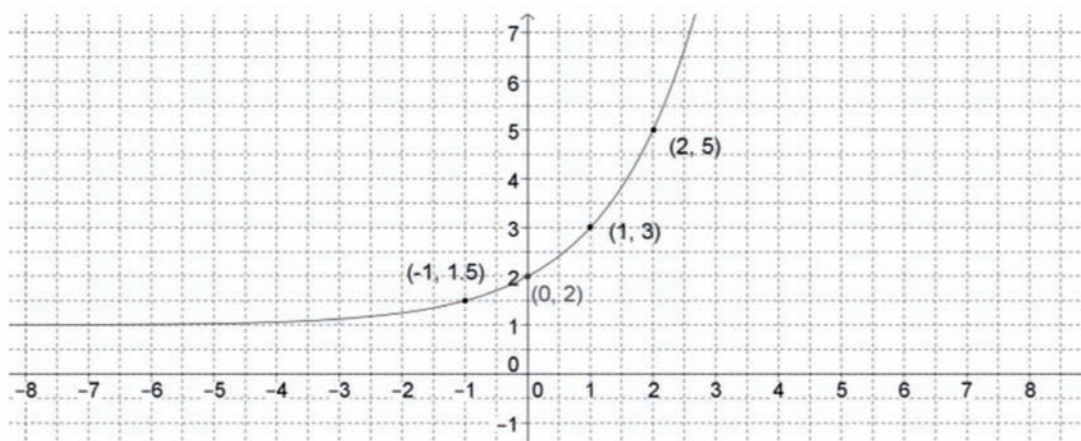
Resposta

x	$y = 2^x + 1$	y	(x, y)
-1	$y = 2^{-1} + 1$	1,5	(-1 ; 1,5)
0	$y = 2^0 + 1$	2	(0, 2)
1	$y = 2^1 + 1$	3	(1, 3)
2	$y = 2^2 + 1$	5	(2, 5)

• • • • •



Resposta



• • • • •

- b. Identifique a diferença do gráfico da função  $f(x) = 2^x$  construído no item (i) para o gráfico da  $f(x) = 2^x + 1$  do item (iii).

---

Resposta

*Esperamos que o aluno identifique que o gráfico, em relação ao do item (i), trasladou uma unidade vertical para cima.*



- c. O que aconteceria com o gráfico da função  $f(x) = 2^x - 1$  em relação ao gráfico da função  $f(x) = 2^x$ ?

---

Resposta

*Esperamos que o aluno escreva que o gráfico transladará, em relação ao item (i), uma unidade na vertical para baixo.*



- IV. Seja a função definida por  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ , tal que  $f(x) = 3 \cdot 2^x$ .

- a. Complete a tabela e esboce o gráfico da função.

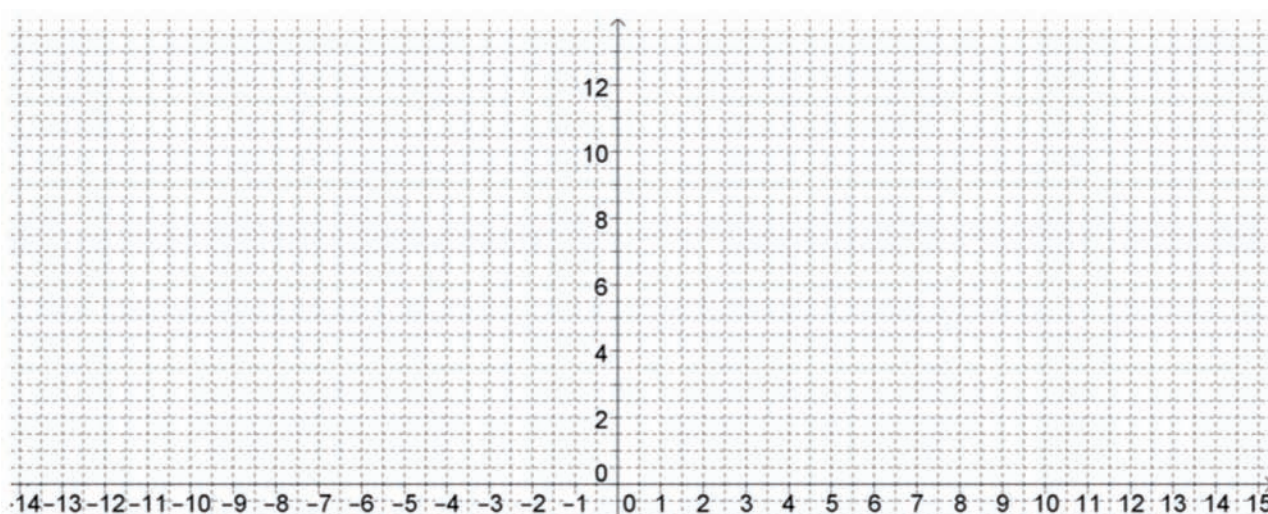
x	$y = 3 \cdot 2^x$	y	(x, y)
-1			
0			
1			
2			



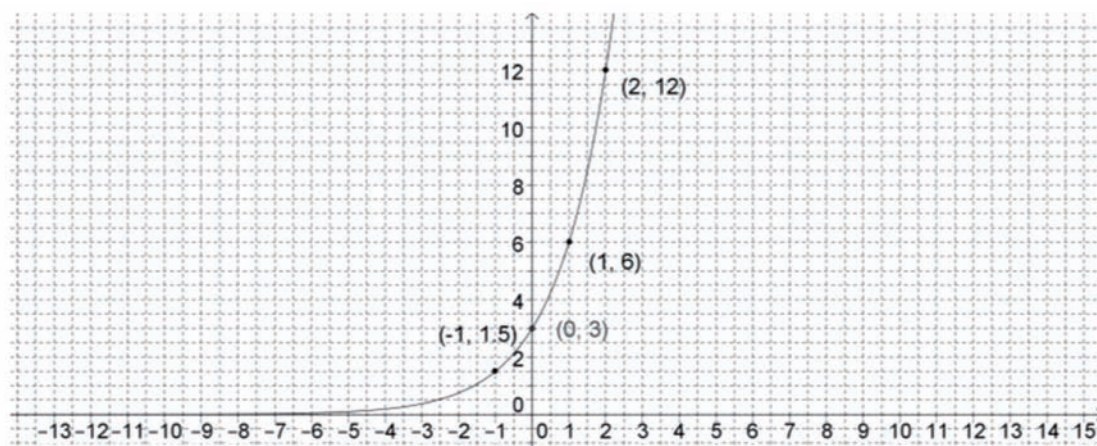
Resposta

x	$y = 3 \cdot 2^x$	y	(x, y)
-1	$y = 3 \cdot 2^{-1}$	1,5	(-1 ; 1,5)
0	$y = 3 \cdot 2^0$	3	(0 ; 3)
1	$y = 3 \cdot 2^1$	6	(1 ; 6)
2	$y = 3 \cdot 2^2$	12	(2 ; 12)

• • • • •



Resposta



• • • • •

**Recursos Necessários**

- Encarte do aluno.
- Régua para cada aluno.
- Régua para quadro branco ou negro.
- Diferentes cores para inscrição na lousa (giz ou pincel para quadro branco).

---

## Procedimentos Operacionais

Professor/a,

- *Esta atividade foi pensada para ser trabalhada e efetuada junto com a turma. Os registros devem ser realizados de forma individual.*




---

## Intervenção Pedagógica

Professor/a,

- *Se sua turma já estiver dominando a construção dos gráficos, é um bom momento para deixá-los desenvolver a atividade de forma autônoma.*
- *Se houver necessidade, relembre as propriedades das potências. Isso facilitará o cálculo de seus alunos. Um obstáculo epistemológico é a construção do gráfico, visto que a curva se aproxima indefinidamente do eixo  $Ox$  e representa uma função contínua no domínio determinado.*



## TERCEIRA ETAPA

### FIQUE POR DENTRO!

#### ATIVIDADE • CANASTRA EXPONENCIAL.

##### Objetivo

Identificar a expressão algébrica que representa o gráfico de uma função polinomial exponencial.



### Descrição da atividade

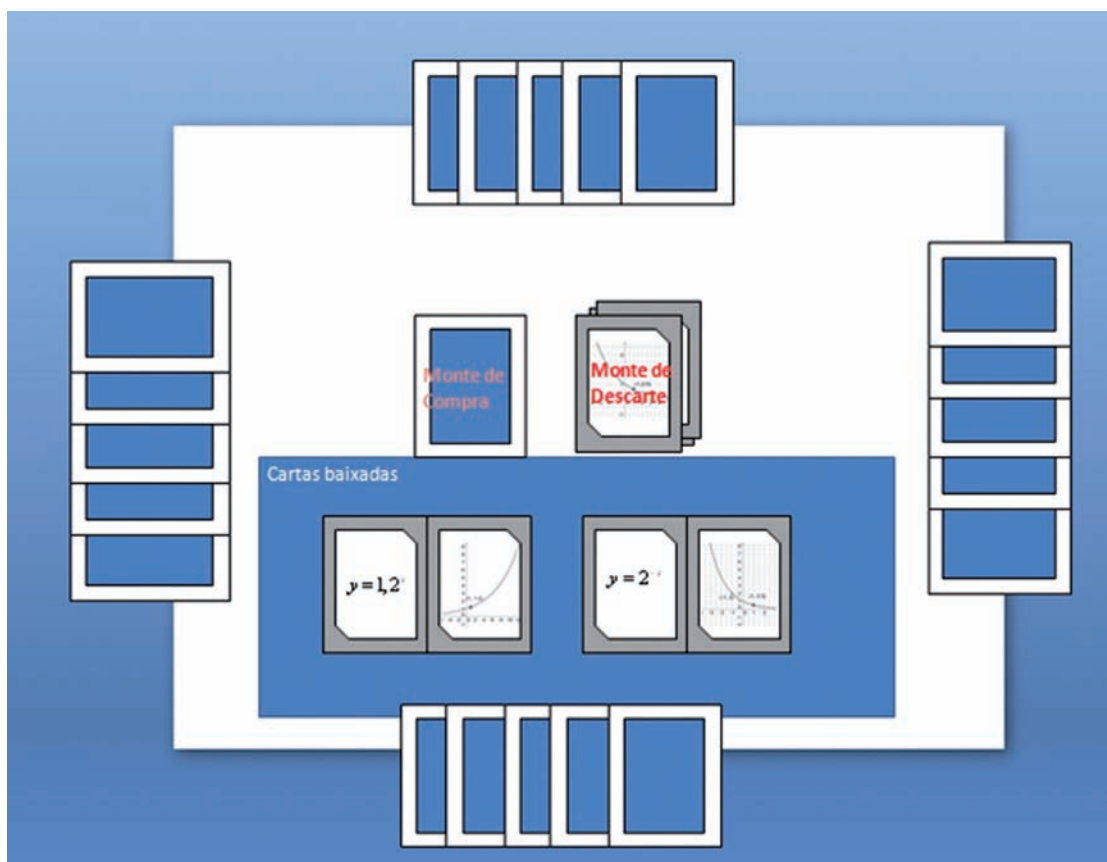
A atividade proposta é um jogo de cartas, onde os alunos devem encontrar estratégias para identificar, de maneira rápida e precisa, as funções que representam os gráficos e vice-versa.

Vamos começar conhecendo e descrevendo as regras do jogo, certo?

Este jogo inicia-se com cada jogador recebendo cinco cartas. Elas contêm gráficos e a equação da função que representa estes gráficos. O objetivo principal é formar pares de gráfico e função e obter mais pontos.

### Como jogar?

- Cada aluno receberá 5 cartas.
- O restante das cartas ficará posicionado em um monte para 'compra'.
- Deixe espaço do lado do monte de compras para o 'Monte de Descarte'.
- Deixe espaço à frente do jogador para os Pares (gráfico e equação) formados.
- A seguir apresentamos um modelo da disposição proposta para a mesa.



**A dinâmica do jogo:****O início**

- Cada jogador comprará uma carta do 'monte'.
- Nessa hora, o jogador deve mostrar os pares aos outros jogadores, posicionando os pares formados em sua frente.
- Em seguida o jogador deve eliminar uma carta, em um segundo monte, o 'monte de descarte'. Essa carta deve ser colocada virada para cima e de maneira que não se possa ver a carta anterior.
- O próximo jogador repetirá o mesmo movimento.

**Compra no monte de descarte**

- Para comprar uma carta no monte de descarte, o jogador deve levar TODAS as outras deste monte. Ele poderá fazer novos pares e mostrá-los aos outros jogadores, posicionando os pares formados em sua frente. As cartas que sobrarem, ou seja, não possuírem par ficarão em sua mão.

**Penalidade**

- Se o jogador abaixar as cartas em algum momento errado, ou seja, antes de sua vez, ou formar um par errado (que o gráfico não seja condizente com a função), ele perderá 5 pontos.

**Final do jogo**

Quando um dos jogadores acabar com todas as cartas em sua mão ou quando acabarem as cartas no monte de compra.

**Ganhador**

O jogador que obtiver o maior número de pontos, de acordo com a tabela a seguir:

- Cada Par Formado – 10 pontos.
- Batida – 20 pontos.
- Penalidade - perde 5 pontos.
- Cada carta em sua mão, no final do jogo – perde 1 ponto por carta.

**Recursos necessários**

- Encarte do aluno.
- Tesoura.
- As cartas que se encontram no encarte do aluno.

## Procedimentos Operacionais

- Recorte os conjuntos de cartas antecipadamente.
- Cada aluno terá um jogo completo de 32 cartas pequenas, porém será necessário apenas um conjunto de cartas para cada 4 alunos.
- Arrume a sala de maneira que os alunos possam estar sentados em grupos com 4 alunos, um de frente ao outro.
- É possível realizar o jogo com, no mínimo, 2 jogadores.
- Não haverá registro, porém, se achar necessário, dê para cada aluno uma folha de papel e uma caneta para facilitar os cálculos durante o jogo.
- Não se preocupe com a espessura ou tipo da folha de papel. As informações dispostas em cada carta pouco importarão se o aluno não tiver a carta necessária em sua mão.



## Intervenção Pedagógica

Professor/a,

- Esteja atento às regras do jogo e auxilie os alunos na sua compreensão. Sugerimos que jogue uma rodada para incorporar as regras do jogo. Caminhe pela turma enquanto os alunos estiverem jogando e verifique se os pares formados estão corretos. Você pode solicitar que cada grupo recorte o seu conjunto de cartas.



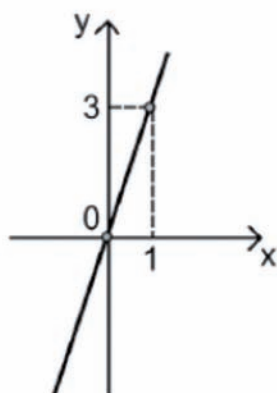
## QUARTA ETAPA QUIZ



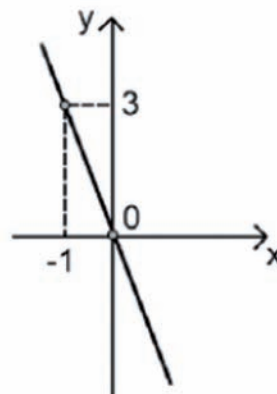
Questão: Banco de questões SEEDUC, SAERJ.

A função  $y = 3^x$  está representada por qual dos gráficos abaixo?

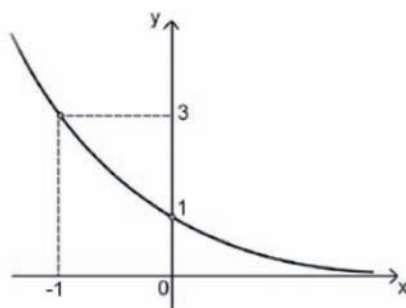
a.



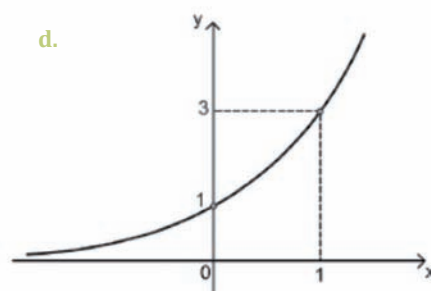
b.



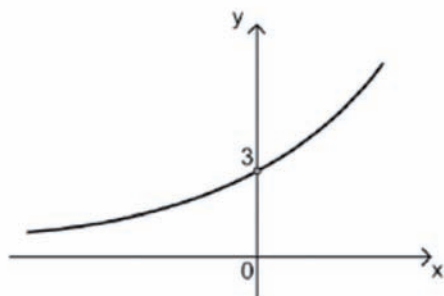
c.



d.



e.



## QUINTA ETAPA

### ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUIZ




---

 Resposta

Letra (D).

Perceba que o gráfico possui o termo independente igual a zero, logo, o gráfico passará pelo ponto  $(1,0)$ . Também é possível perceber que o gráfico da função é crescente, provando, assim, que o coeficiente  $a > 1$ , neste caso "3". Percebe-se que o gráfico passa pelo ponto  $(1,3)$ ; ao fazer a substituição, vemos a aplicação da propriedade da potência, que diz que todo número elevado a um tem como resultado o próprio número. Portanto, a resposta é letra (D).



**Possíveis erros**

*O aluno que marcou a letra (A) ou (B) entendeu que o gráfico trata-se de uma função polinomial do primeiro grau. É importante frisar a esse aluno que, quando o “x” estiver assumindo a posição de um expoente, trata-se de uma função exponencial.*

*O aluno que marcou a letra (E) tem a visão errada sobre a propriedade das potências que diz que todo número elevado a zero sempre terá resultado 1. Isso quer dizer que toda função exponencial que não possui termo independente deve passar pelo ponto 1 do eixo das ordenadas (eixo y).*

*O aluno que marcou a letra (C) não percebeu que se trata de uma função exponencial crescente, afinal, coeficiente “a” é maior que zero ( $a > 0$ ).*



## ETAPA FLEX

### PARA SABER +

Sugerimos alguns sites para pesquisa e consolidação das habilidades propostas nesta dinâmica.

- Brasil Escola

<http://www.brasilecola.com/matematica/funcao-exponencial-1.htm>

Nesse site você encontrará uma aula sobre função exponencial, com duas aplicações e gráficos. Há também outro *link* com mais 3 aplicações da função exponencial.

- Variação da função exponencial

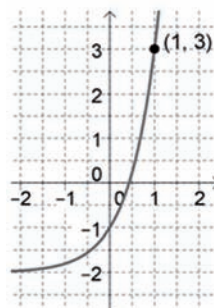
<http://www.uff.br/cdme/exponencial/exponencial-html/EP1.html>

Nesse site da UFF, você encontrará uma série de sequências didáticas e aplicações interativas, as quais são realizadas no próprio ambiente. Esse ambiente é dividido em seis etapas, uma relembrando o conceito de função exponencial, que aborda a função como sequências. A etapa seguinte é o generalizando e a seguir aborda a variação da função exponencial. A etapa final mostra como caracterizar a função e três problemas sobre o assunto abordado.

## AGORA É COM VOCÊ!

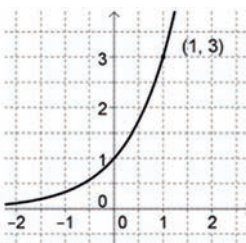
1. Relacione as funções com o gráfico que as representam:

$$y = 0,5^x \text{ (a)}$$



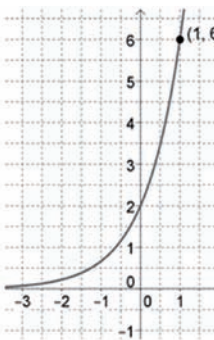
( 1 )

$$y = 5^x \text{ (b)}$$



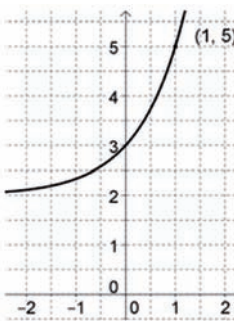
( 2 )

$$y = 3^x \text{ (c)}$$



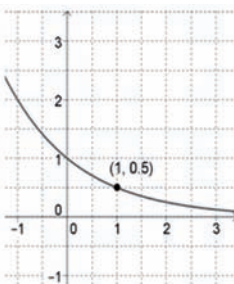
( 3 )

$$y = 2 \cdot 3^x \text{ (d)}$$



( 4 )

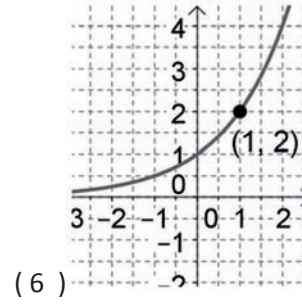
$$y = 3^x + 2 \text{ (e)}$$



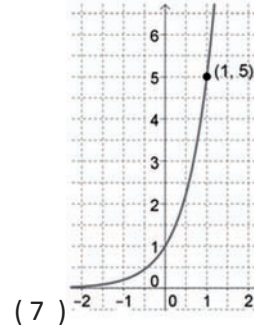
( 5 )



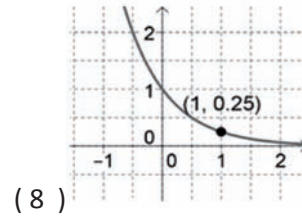
$$y = \frac{1}{4}^x \text{ (f)}$$



$$y = 5^x - 2 \text{ (g)}$$



$$y = 2^x \text{ (h)}$$



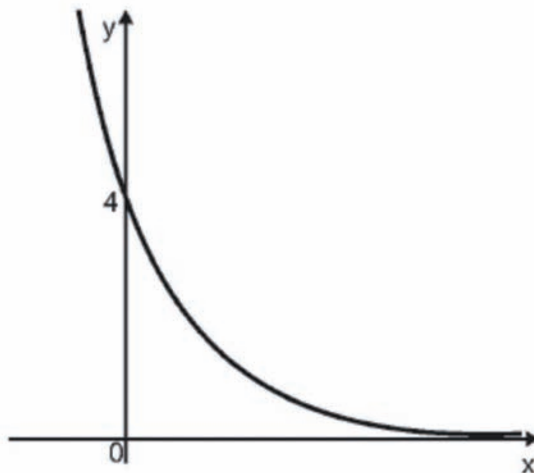
Resposta

Resposta: (a, 8), (b, 6), (c, 2), (d, 3), (e, 4), (f, 7), (g, 1), (h, 5).



2. Observe o gráfico.

A representação algébrica desse gráfico é:



c.  $y = 2^{2-x}$

d.  $y = 2^{-x}$

e.  $y = 2^{x-2}$

f.  $y = 2^x$

g.  $y = 2^{x+2}$

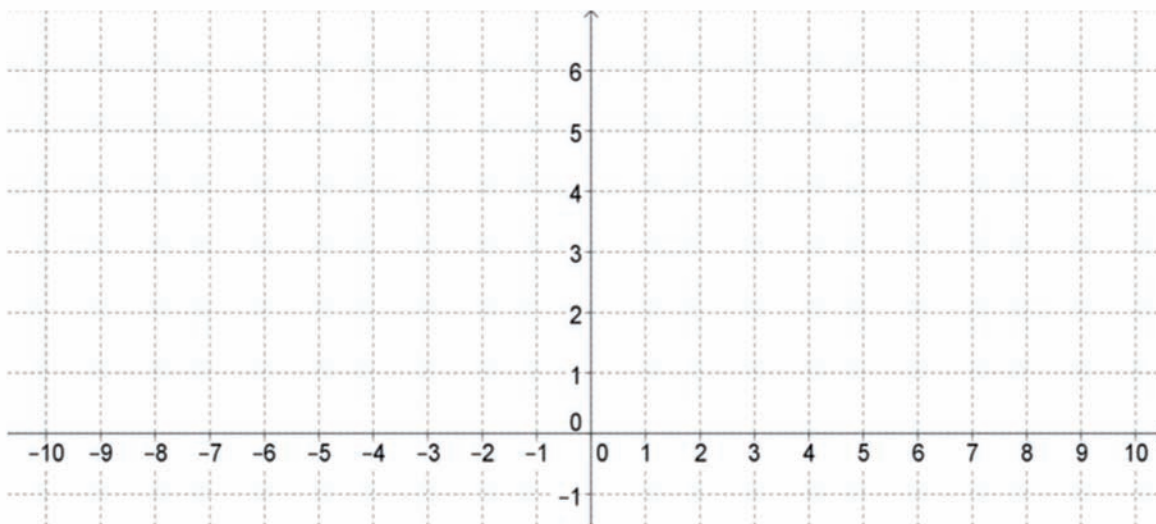
Resposta

Letra A, por simples análise do gráfico.

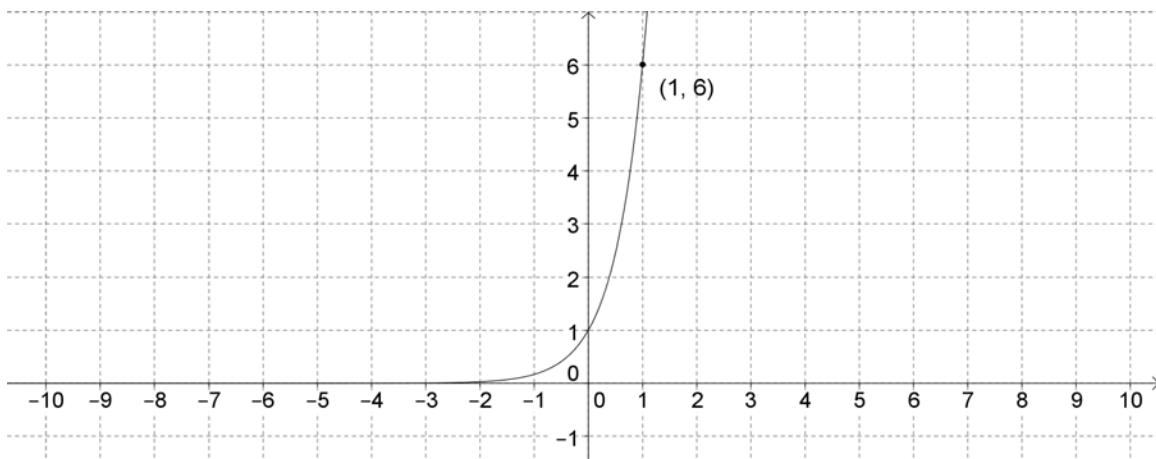


8. Esboce os gráficos em cada item:

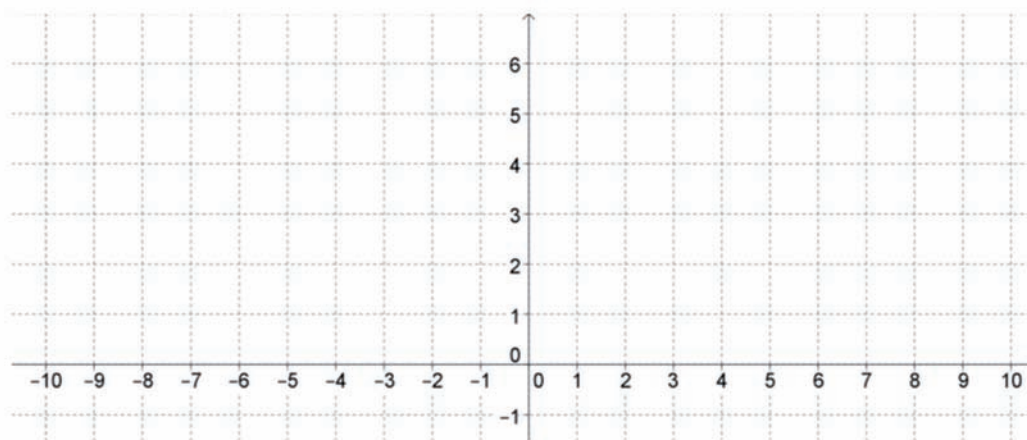
a.  $f(x) = 6^x$



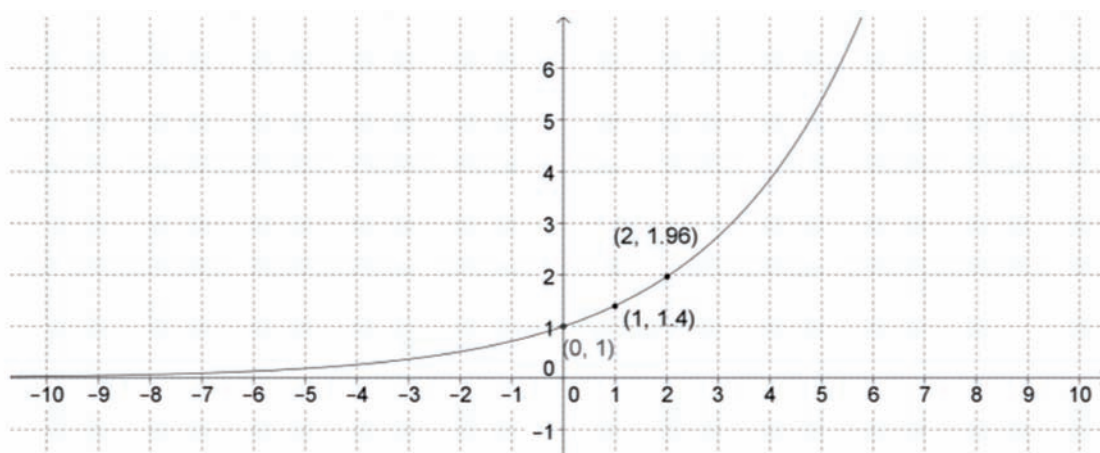
Resposta



b.  $y = \left(\frac{7}{5}\right)^x$



Resposta

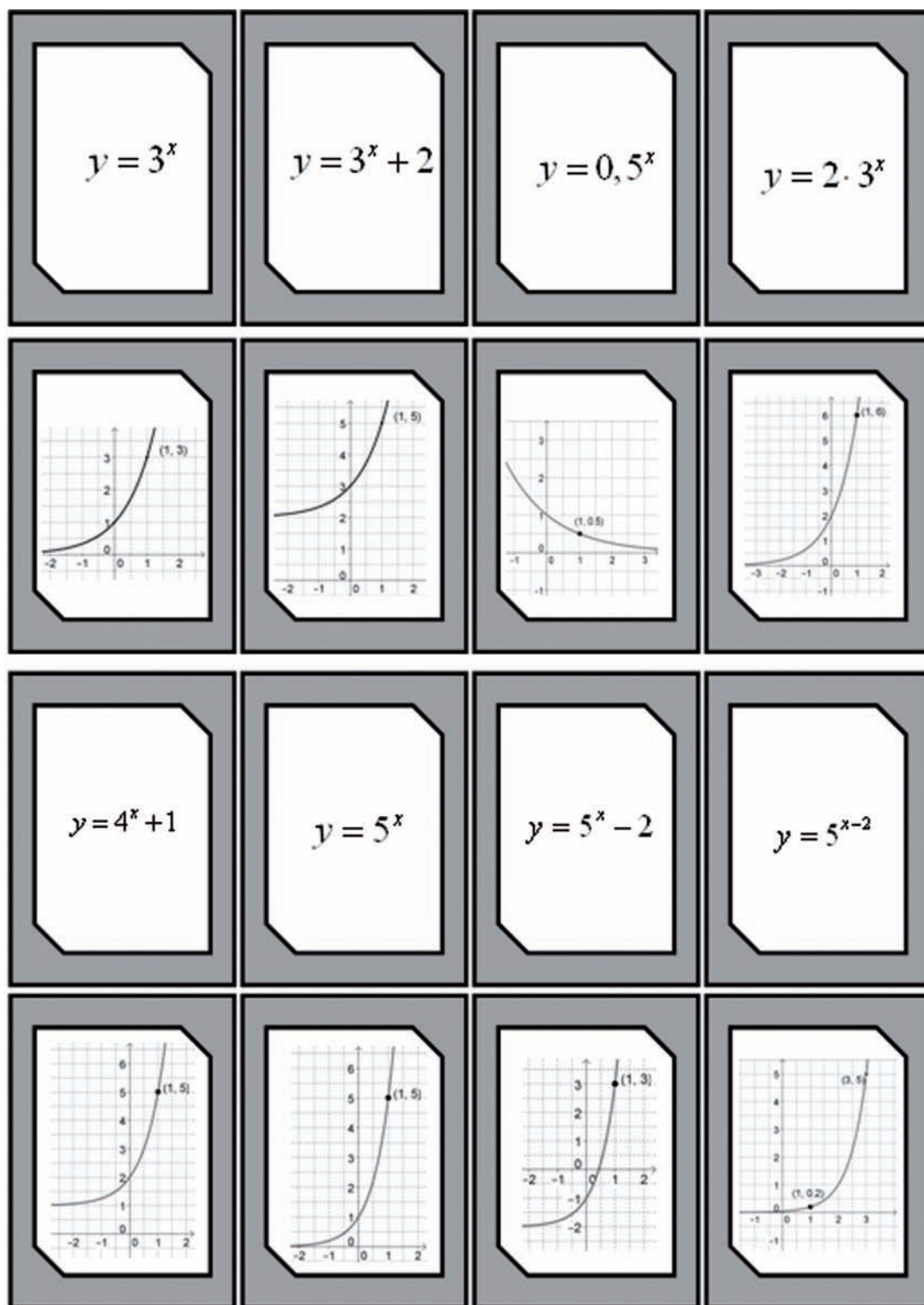


• • • • •



# ANEXO DA ETAPA 3: CARTAS

As cartas deste jogo:



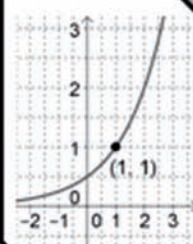
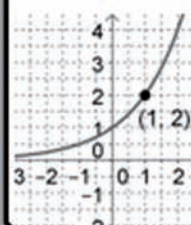
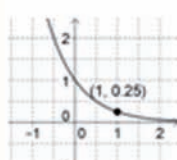
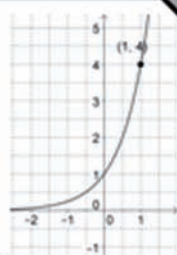


$$y = 4^x$$

$$y = \frac{1}{4}^x$$

$$y = 2^x$$

$$y = 2^{x-1}$$



$$y = 2^x - 1$$

$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

$$y = 1,2^x$$

$$y = 2^{-x}$$

