



Vamos ao Maracanã?

Dinâmica 4

1ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 1ª	Geométrico.	Trigonometria na circunferência.

Aluno

APRESENTAÇÃO

Olá,

No estudo da Trigonometria, muitas vezes, os alunos costumam apresentar dificuldades para, a partir de conceitos básicos, chegar a novas relações de forma autônoma. Essa dinâmica tem por objetivo trabalhar com a trigonometria e as propostas das atividades visam a explorar as razões trigonométricas: do seno e do cosseno no ciclo trigonométrico. Busca-se promover descobertas e propiciar aos alunos condições para atribuir significado a tais conceitos e, assim, favorecer a compreensão de suas propriedades.

As ações foram divididas em três etapas: na primeira, trabalharemos com resolução de problemas com o intuito de revisar os conceitos de círculo e de circunferência. Na etapa seguinte, a proposta é trabalhar no ciclo trigonométrico as razões: seno, cosseno e a relação fundamental da trigonometria. Na terceira etapa, a proposta é aprofundar e explorar o ciclo trigonométrico.

Bom trabalho!

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • VAMOS AO MARACANÃ?

Esta atividade utiliza o novo estádio do Maracanã, nela são exploradas as informações geométricas do campo e utilizamos uma aproximação da figura para o círculo. É realizado um conjunto de questionamentos que pode ser respondido a partir da observação da figura e com a utilização do teorema de Pitágoras.

Vamos começar?

Atividade 1: Vamos ao Maracanã?

No novo Maracanã o gramado está pronto para receber, mais uma vez, grandes decisões, sejam elas locais ou internacionais, após quase três anos sem jogos. A arena foi o palco da final da Copa das Confederações deste ano e será também da final do Mundial de 2014. Com área plantada de 9 mil m^2 , o campo do Maracanã será menor que o original, atendendo a exigências da FIFA. As dimensões, agora, são de 105m de comprimento por 68m de largura, e a distância do gramado para a primeira fileira de arquibancadas diminuiu para 14 metros.

Fonte: <http://www.copa2014.gov.br/pt-br/noticia/maracana-gramado-pronto-para-receber-grandes-decisoes>



Figura 1: Dimensões do Novo Maracanã.

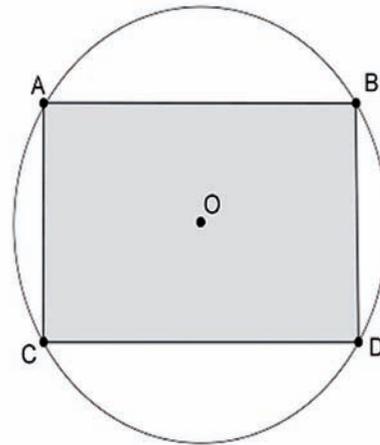
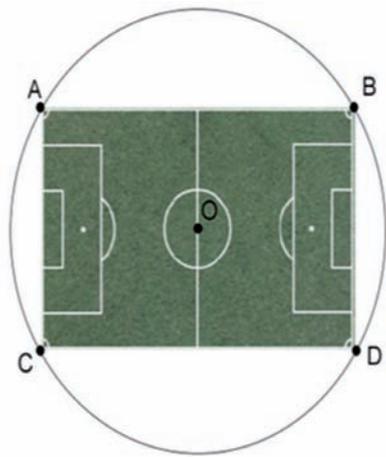


Figura 2: Modelo Matemático do Novo Maracanã.

Com base na figura, responda os itens:

- a. Qual a área da superfície em metros quadrados (m^2) do campo do novo Maracanã?

- b. Identifique o nome do segmento AO em relação ao círculo? E o segmento AD?

- c. Utilizando as medidas das dimensões do campo do Novo Maracanã, qual a relação matemática que determinaria a medida em metros (m) do segmento AD?

- d. Utilizando a relação do item c, quantos metros, aproximando para o inteiro, possui o segmento AD?

e. Qual é a medida, em metros, do raio do círculo?

f. Quais são o comprimento e a área do círculo? Utilize $\pi = 3,14$.

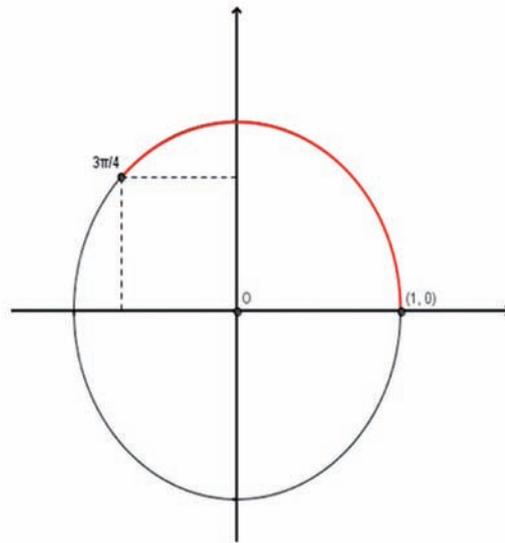
SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR

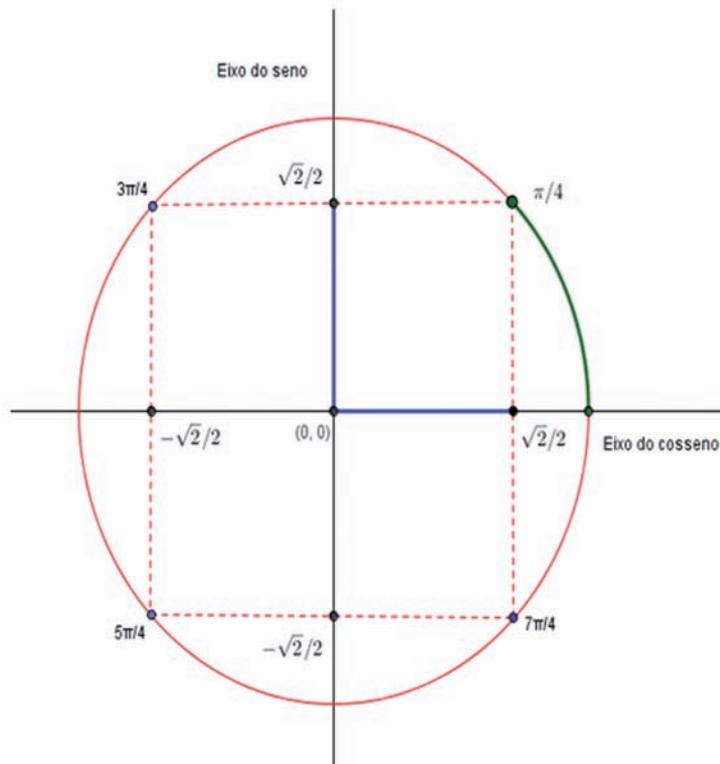
ATIVIDADE • EXPLORANDO O CICLO TRIGONOMÉTRICO.

Nesta etapa, vocês vão explorar cálculos e algumas propriedades do seno e do cosseno. Para a realização da atividade, é necessário o conhecimento da redução de um arco ao primeiro quadrante. A atividade proposta é operacional, nela apresentamos um ciclo trigonométrico e suas projeções ortogonais nos eixos Ox e Oy . Espera-se que o aluno realize cálculos e avalie valores de senos e cossenos, bem como suas propriedades gerais. Veja a atividade. No ciclo trigonométrico a seguir, indicamos o arco de

$\frac{3\pi}{4}$ e as projeções ortogonais de seu ponto extremo que coincidem com as do ângulo correspondente de $\frac{3\pi}{4}$.



Apresentamos um ciclo trigonométrico e o ângulo de $\frac{\pi}{4}$ com os respectivos correspondentes nos quadrantes. Verifique que os valores do seno de cada ângulo apresentado ou são iguais ou são simétricos. Veja, ainda, que o mesmo vale para o cosseno.



Calculando o valor do $\text{sen}\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e o valor do $\text{cos}\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\text{cos}\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, e efetuando a devida redução ao primeiro quadrante, obtemos os resultados acima.

Agora responda ao que se pede:

a. Qual é o valor de $\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \text{cos}^2\left(\frac{\pi}{4}\right)$?

b. Sabendo que o raio da circunferência do ciclo trigonométrico vale 1 unidade e utilizando o mesmo raciocínio anterior, complete a tabela.

Ângulo	Seno	Cosseno
0		1
$\frac{\pi}{4}$		
$\frac{\pi}{2}$		
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
π		
$\frac{5\pi}{4}$		
$\frac{3\pi}{2}$		
$\frac{7\pi}{4}$		
2π		

- c. Dos ângulos que você completou na tabela acima, quais têm seno e cosseno simultaneamente positivos? E negativos?

- d. Para quais ângulos temos seno igual a zero? E cosseno igual a zero?

- e. Qual o maior valor que o seno pode assumir? E o cosseno?

- f. Qual o menor valor que o seno pode assumir? E o cosseno?

- g. Calcule o valor da expressão $\sin^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{4}\right)$? O valor dessa expressão é o mesmo para outros ângulos?

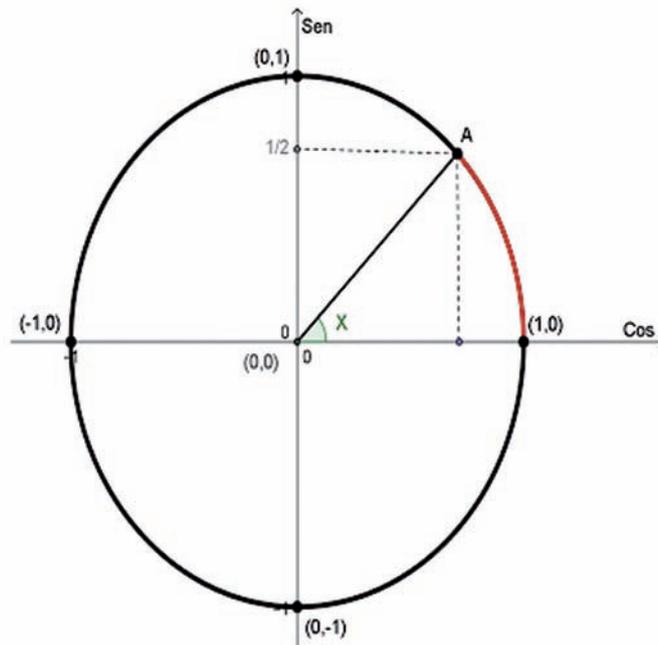
TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • DESENVOLVENDO O CICLO TRIGONOMÉTRICO E SUAS PROJEÇÕES.

Nesta etapa, vocês terão contato com as projeções de ângulos dentro do ciclo trigonométrico, bem como com as fórmulas que facilitarão o desenvolvimento de cálculos. Nela você pode utilizar o anexo da Etapa 2. Veja a atividade descrita a seguir.

Observe o ciclo trigonométrico e responda às perguntas.



- a. Qual é o valor do seno do ângulo (x) ?

- b. Conforme já vimos na etapa anterior, conhecendo o valor $\text{sen}(x)$, é possível descobrir o valor de $\text{cos } x$. Qual o valor de $\text{cos}(x)$?

- c. Usando o ciclo trigonométrico da etapa anterior, é possível encontrar o valor do ângulo x . Qual é esse valor?

- d. Complete a tabela utilizando a fórmula para achar as projeções, indicando o valor do seno e do cosseno das projeções do ângulo x no segundo, terceiro e quarto quadrante do ciclo, ou utilize o anexo da Etapa 2.

QUADRANTE	ÂNGULO	SENO	COSENO
1º	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
2º	$(180^\circ - x) =$		
3º	$(180^\circ + x) =$		
4º	$(360^\circ - x) =$		

- e. Utilizando as fórmulas apresentadas na tabela anterior, é possível encontrar as projeções de qualquer ângulo. Complete a tabela e encontre o valor do seno e do cosseno das projeções do ângulo de 60° .

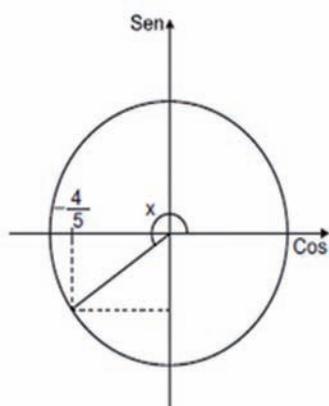
QUADRANTE	ÂNGULO	SENO	COSENO
1º	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
2º	$(180^\circ - x) =$		

3°	$(180^\circ+x) =$		
4°	$(360^\circ-x) =$		

QUARTA ETAPA

QUIZ

(Saerjinho M110055B1) Observe o ciclo trigonométrico.



Qual é o valor de $\text{sen}(x)$?

- a) $\frac{1}{5}$
- b) $-\frac{1}{5}$
- c) $\frac{3}{5}$
- d) $-\frac{3}{5}$
- e) $\frac{9}{5}$



QUINTA ETAPA
ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUIZ



Lined writing area with horizontal lines for text entry.

ETAPA FLEX

PARA SABER +

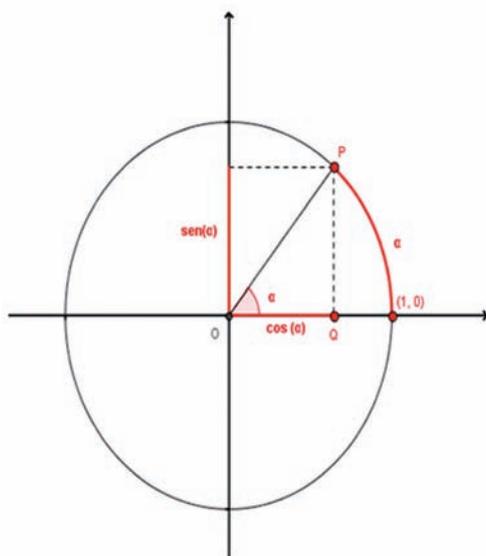
A seguir, apresentamos um pouco mais sobre a relação fundamental!

Vamos começar?

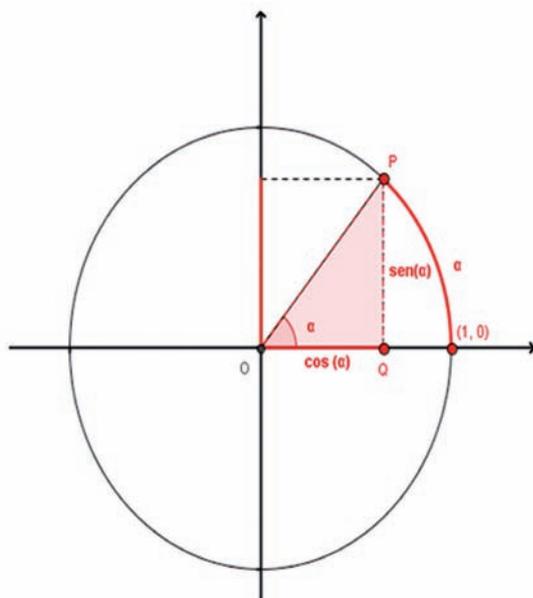
Na segunda etapa desta dinâmica trabalhamos a relação fundamental da trigonometria, que nos diz que, dado um ângulo de medida a , tem-se:

$$\text{sen}^2(a) + \text{cos}^2(a) = 1.$$

Mas por que esse resultado é verdadeiro? Observe o ciclo trigonométrico com o arco a no 1º quadrante e suas projeções indicadas.



Podemos destacar as projeções no triângulo POQ.



Como o ciclo trigonométrico tem raio 1, a medida da hipotenusa \overline{OP} é 1.

O teorema de Pitágoras nos dá a relação $(\overline{PQ})^2 + (\overline{OQ})^2 = (\overline{OP})^2$. Substituindo os valores indicados no triângulo, podemos concluir que:

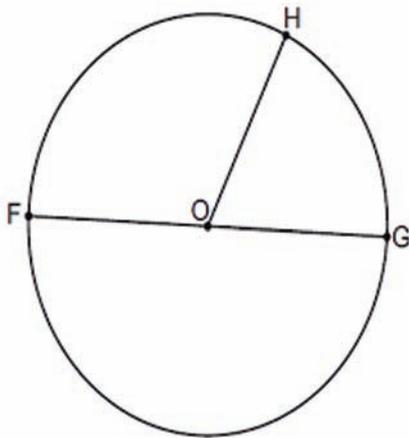
$$\text{sen}^2(a) + \text{cos}^2(a) = 1$$

Observe que fizemos o raciocínio para a no primeiro quadrante, mas mesmo que a represente arcos nos outros quadrantes a justificativa é semelhante, uma vez que todos os triângulos têm catetos medindo $|\text{sen}(a)|$, $|\text{cos}(a)|$ e hipotenusa 1. Como $|\text{sen}(a)|^2 = \text{sen}^2(a)$ e $|\text{cos}(a)|^2 = \text{cos}^2(a)$, encontraremos a mesma relação.

AGORA É COM VOCÊ!

Questões adaptadas SAERJINHO, caderno 1, do 3º bimestre, 1º ano do ensino médio de 2011.

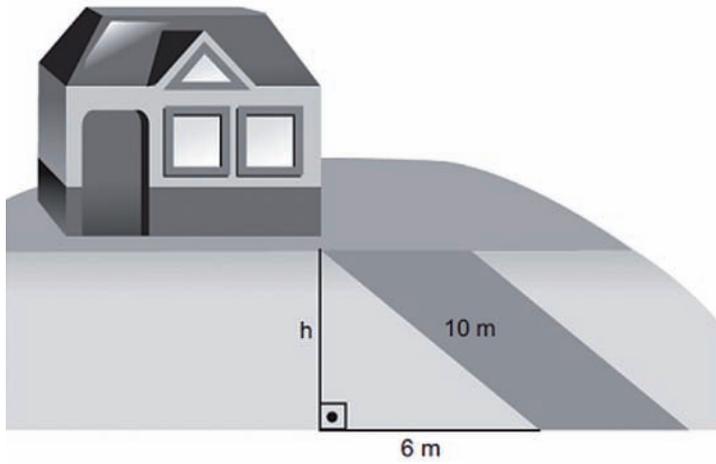
1. (Saerjinho M101020RJ) Observe o desenho da circunferência de centro O e raio 10 cm .



O valor do segmento FG , em centímetros, é:

- a. 20
- b. 12
- c. 8
- d. 5
- e. 2

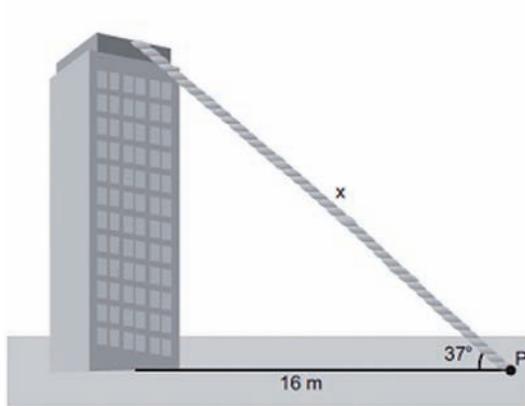
2. (Saerjinho M11131ES) Para determinar a altura de uma rampa de acesso a sua casa, Marcela fez o desenho abaixo:



Qual é, em metros, a altura h dessa rampa?

- a. 60
- b. 16
- c. 10
- d. 8
- e. 6

3. (Saerjinho M110056ES) Um fio foi colocado no alto de um prédio e em um P distante da base 16 metros. O ângulo formado pelo fio e pelo segmento de reta que liga P à base do prédio é de 37° , como mostra o desenho.



Dados:
 $\text{sen } 37^\circ \cong 0,6$
 $\text{cos } 37^\circ \cong 0,8$
 $\text{tg } 37^\circ \cong 0,75$

Qual é a medida x , em metros, desse fio?

- a. 12,8
- b. 20,0
- c. 21,3
- d. 22,1
- e. 26,6

Anexo da etapa 2: Ciclo trigonométrico

