



# Vamos ao Maracanã?

## Dinâmica 4

1ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 1ª	Geométrico.	Trigonometria na circunferência.

### APRESENTAÇÃO

Olá,

No estudo da Trigonometria, muitas vezes, os alunos costumam apresentar dificuldades para, a partir de conceitos básicos, chegar a novas relações de forma autônoma. Essa dinâmica tem por objetivo trabalhar com a trigonometria e as propostas das atividades visam a explorar as razões trigonométricas: do seno e do cosseno no ciclo trigonométrico. Busca-se promover descobertas e propiciar aos alunos condições para atribuir significado a tais conceitos e, assim, favorecer a compreensão de suas propriedades.

As ações foram divididas em três etapas: na primeira, trabalharemos com resolução de problemas com o intuito de revisar os conceitos de círculo e de circunferência. Na etapa seguinte, a proposta é trabalhar no ciclo trigonométrico as razões: seno, cosseno e a relação fundamental da trigonometria. Na terceira etapa, a proposta é aprofundar e explorar o ciclo trigonométrico.

Bom trabalho!

Aluno

## PRIMEIRA ETAPA

### COMPARTILHAR IDEIAS

#### ATIVIDADE • VAMOS AO MARACANÃ?

Esta atividade utiliza o novo estádio do Maracanã, nela são exploradas as informações geométricas do campo e utilizamos uma aproximação da figura para o círculo. É realizado um conjunto de questionamentos que pode ser respondido a partir da observação da figura e com a utilização do teorema de Pitágoras.

Vamos começar?

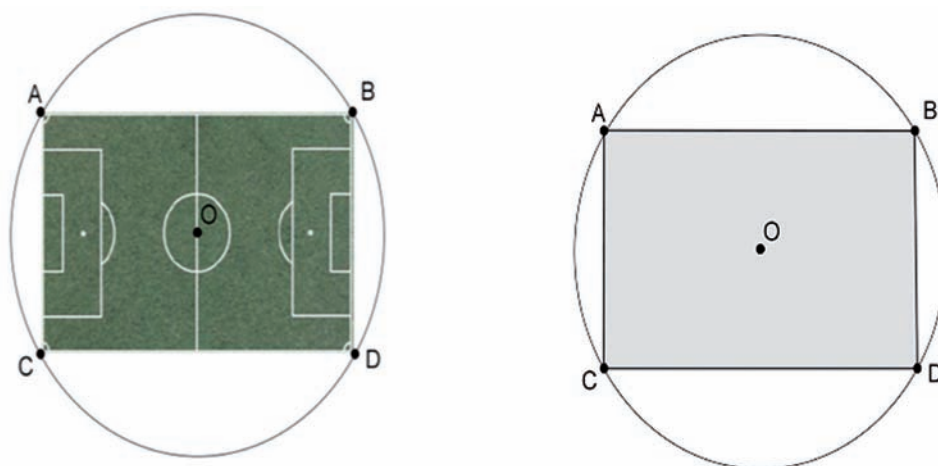
##### Atividade 1: Vamos ao Maracanã?

No novo Maracanã o gramado está pronto para receber, mais uma vez, grandes decisões, sejam elas locais ou internacionais, após quase três anos sem jogos. A arena foi o palco da final da Copa das Confederações deste ano e será também da final do Mundial de 2014. Com área plantada de 9 mil m<sup>2</sup>, o campo do Maracanã será menor que o original, atendendo a exigências da FIFA. As dimensões, agora, são de 105m de comprimento por 68m de largura, e a distância do gramado para a primeira fileira de arquibancadas diminuiu para 14 metros.

**Fonte:** <http://www.copa2014.gov.br/pt-br/noticia/maracana-gramado-pronto-para-receber-grandes-decisoes>



Figura 1: Dimensões do Novo Maracanã.



**Figura 2:** Modelo Matemático do Novo Maracanã.

Com base na figura, responda os itens:

- a. Qual a área da superfície em metros quadrados ( $m^2$ ) do campo do novo Maracanã?

---

---

---

---

---

- b. Identifique o nome do segmento AO em relação ao círculo? E o segmento AD?

---

---

---

- c. Utilizando as medidas das dimensões do campo do Novo Maracanã, qual a relação matemática que determinaria a medida em metros (m) do segmento AD?

---

---

- d. Utilizando a relação do item c, quantos metros, aproximando para o inteiro, possui o segmento AD?

---

---

---

---

---

---

---

e. Qual é a medida, em metros, do raio do círculo?

---

---

---

f. Quais são o comprimento e a área do círculo? Utilize  $\pi = 3,14$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

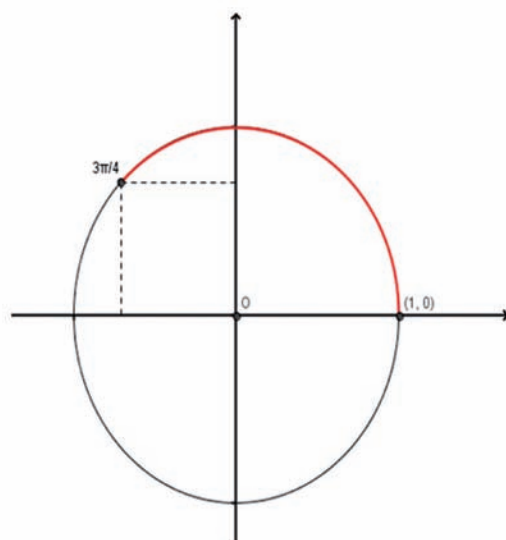
## SEGUNDA ETAPA

### UM NOVO OLHAR

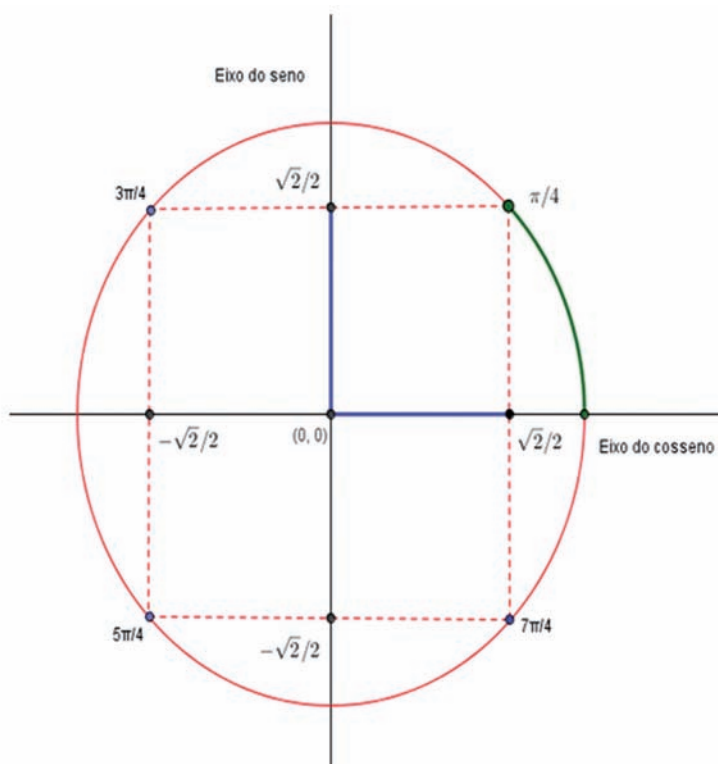
#### ATIVIDADE • EXPLORANDO O CICLO TRIGONOMÉTRICO.

Nesta etapa, vocês vão explorar cálculos e algumas propriedades do seno e do cosseno. Para a realização da atividade, é necessário o conhecimento da redução de um arco ao primeiro quadrante. A atividade proposta é operacional, nela apresentamos um ciclo trigonométrico e suas projeções ortogonais nos eixos  $Ox$  e  $Oy$ . Espera-se que o aluno realize cálculos e avalie valores de senos e cossenos, bem como suas propriedades gerais. Veja a atividade. No ciclo trigonométrico a seguir, indicamos o arco de

$\frac{3\pi}{4}$  e as projeções ortogonais de seu ponto extremo que coincidem com as do ângulo correspondente de  $\frac{3\pi}{4}$ .



Apresentamos um ciclo trigonométrico e o ângulo de  $\frac{\pi}{4}$  com os respectivos correspondentes nos quadrantes. Verifique que os valores do seno de cada ângulo apresentado ou são iguais ou são simétricos. Veja, ainda, que o mesmo vale para o cosseno.



Calculando o valor do  $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  e o valor do  $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , e efetuando a devida redução ao primeiro quadrante, obtemos os resultados acima.

Agora responda ao que se pede:

- a. Qual é o valor de  $\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ?

---



---



---



---

- b. Sabendo que o raio da circunferência do ciclo trigonométrico vale 1 unidade e utilizando o mesmo raciocínio anterior, complete a tabela.

Ângulo	Seno	Cosseno
0		1
$\frac{\pi}{4}$		
$\frac{\pi}{2}$		
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\pi$		
$\frac{5\pi}{4}$		
$\frac{3\pi}{2}$		
$\frac{7\pi}{4}$		
$2\pi$		

- c. Dos ângulos que você completou na tabela acima, quais têm seno e cosseno simultaneamente positivos? E negativos?

---

---

---

---

---

- d. Para quais ângulos temos seno igual a zero? E cosseno igual a zero?

---

---

---

---

---

- e. Qual o maior valor que o seno pode assumir? E o cosseno?

---

---

---

---

---

- f. Qual o menor valor que o seno pode assumir? E o cosseno?

---

---

---

---

---

- g. Calcule o valor da expressão  $\sin^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ ? O valor dessa expressão é o mesmo para outros ângulos?

---

---

---

---

---

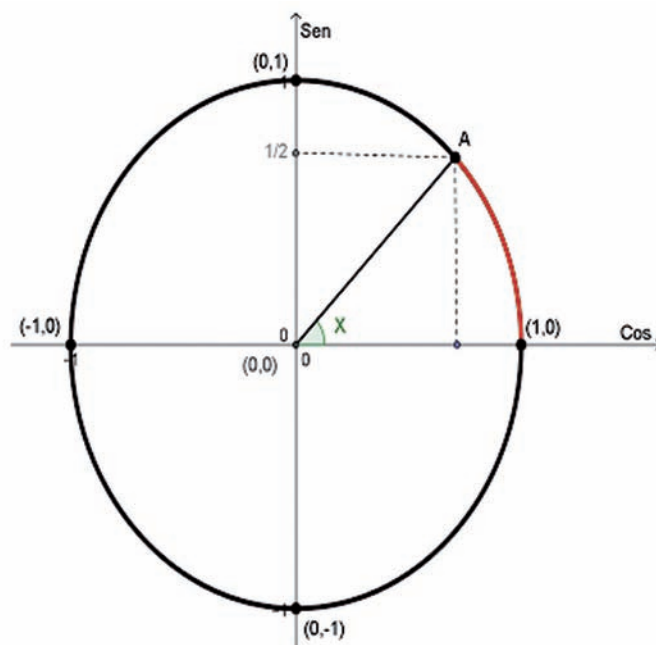
## TERCEIRA ETAPA

### FIQUE POR DENTRO!

#### ATIVIDADE • DESENVOLVENDO O CICLO TRIGONOMÉTRICO E SUAS PROJEÇÕES.

Nesta etapa, vocês terão contato com as projeções de ângulos dentro do ciclo trigonométrico, bem como com as fórmulas que facilitarão o desenvolvimento de cálculos. Nela você pode utilizar o anexo da Etapa 2. Veja a atividade descrita a seguir.

Observe o ciclo trigonométrico e responda às perguntas.



- a. Qual é o valor do seno do ângulo  $(x)$ ?

---

---

---

---

- b. Conforme já vimos na etapa anterior, conhecendo o valor  $\text{sen}(x)$ , é possível descobrir o valor de  $\text{cos } x$ . Qual o valor de  $\text{cos}(x)$ ?

---

---

---

---

---

---

---



- c. Usando o ciclo trigonométrico da etapa anterior, é possível encontrar o valor do ângulo  $x$ . Qual é esse valor?

---



---



---



---

- d. Complete a tabela utilizando a fórmula para achar as projeções, indicando o valor do seno e do cosseno das projeções do ângulo  $x$  no segundo, terceiro e quarto quadrante do ciclo, ou utilize o anexo da Etapa 2.

QUADRANTE	ÂNGULO	SENO	COSENO
1º	$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
2º	$(180^\circ - x) =$		
3º	$(180^\circ + x) =$		
4º	$(360^\circ - x) =$		

---



---



---



---

- e. Utilizando as fórmulas apresentadas na tabela anterior, é possível encontrar as projeções de qualquer ângulo. Complete a tabela e encontre o valor do seno e do cosseno das projeções do ângulo de  $60^\circ$ .

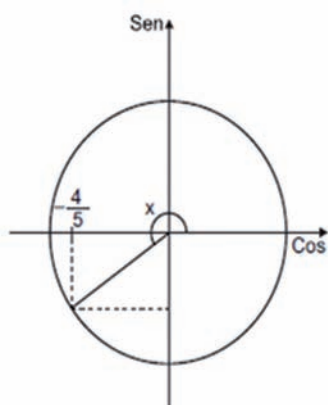
QUADRANTE	ÂNGULO	SENO	COSENO
1º	$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
2º	$(180^\circ - x) =$		

$3^\circ$	$(180^\circ+x) =$		
$4^\circ$	$(360^\circ-x) =$		

## QUARTA ETAPA

### QUIZ

(Saerjinho M110055B1) Observe o ciclo trigonométrico.



Qual é o valor de  $\text{sen } (x)$ ?

- a)  $\frac{1}{5}$
- b)  $-\frac{1}{5}$
- c)  $\frac{3}{5}$
- d)  $-\frac{3}{5}$
- e)  $\frac{9}{5}$



## QUINTA ETAPA

### ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUIZ



## ETAPA FLEX

### PARA SABER +

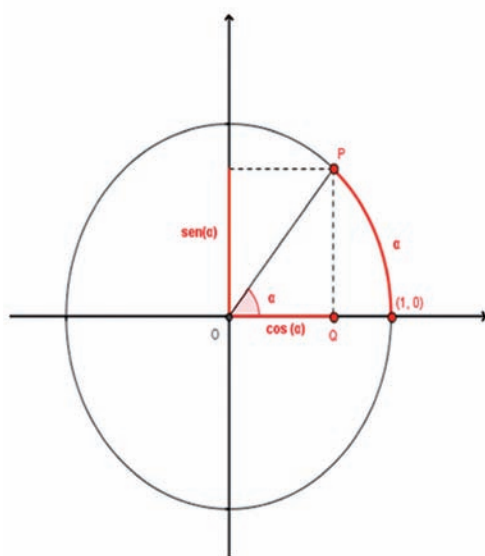
A seguir, apresentamos um pouco mais sobre a relação fundamental!

Vamos começar?

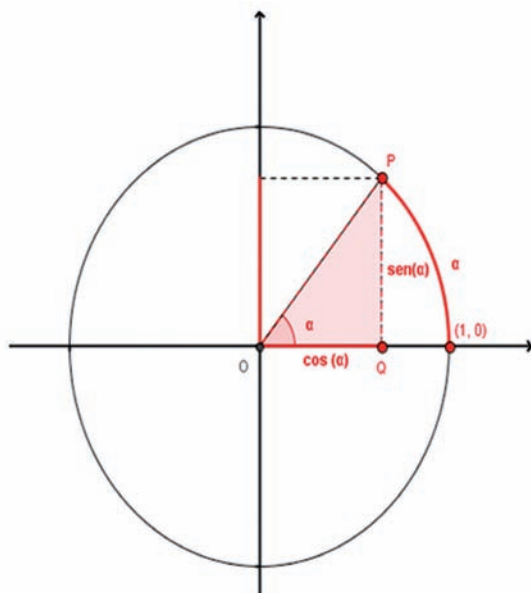
Na segunda etapa desta dinâmica trabalhamos a relação fundamental da trigonometria, que nos diz que, dado um ângulo de medida  $a$ , tem-se:

$$\operatorname{sen}^2(a) + \cos^2(a) = 1.$$

Mas por que esse resultado é verdadeiro? Observe o ciclo trigonométrico com o arco  $a$  no 1º quadrante e suas projeções indicadas.



Podemos destacar as projeções no triângulo POQ.



Como o ciclo trigonométrico tem raio 1, a medida da hipotenusa  $\overline{OP}$  é 1.

O teorema de Pitágoras nos dá a relação  $(\overline{PQ})^2 + (\overline{OQ})^2 = (\overline{OP})^2$ . Substituindo os valores indicados no triângulo, podemos concluir que:

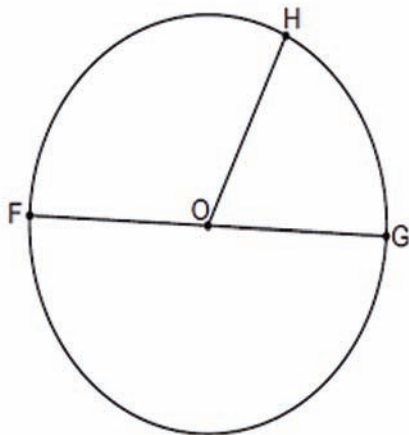
$$\text{sen}^2(a) + \cos^2(a) = 1$$

Observe que fizemos o raciocínio para  $a$  no primeiro quadrante, mas mesmo que  $a$  represente arcos nos outros quadrantes a justificativa é semelhante, uma vez que todos os triângulos têm catetos medindo  $|\text{sen}(a)|$ ,  $|\cos(a)|$  e hipotenusa 1. Como  $|\text{sen}(a)|^2 = \text{sen}^2(a)$  e  $|\cos(a)|^2 = \cos^2(a)$ , encontraremos a mesma relação.

## AGORA É COM VOCÊ!

Questões adaptadas SAERJINHO, caderno 1, do 3º bimestre, 1º ano do ensino médio de 2011.

1. (Saerjinho M101020RJ) Observe o desenho da circunferência de centro  $O$  e raio  $10 \text{ cm}$ .



O valor do segmento  $FG$ , em centímetros, é:

- a. 20
- b. 12
- c. 8
- d. 5
- e. 2

---

---

---

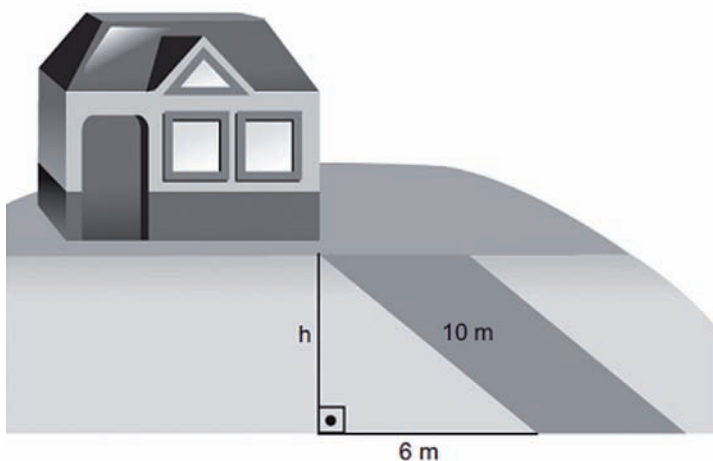
---

---

---

---

2. (Saerjinho M11131ES) Para determinar a altura de uma rampa de acesso a sua casa, Marcela fez o desenho abaixo:



Qual é, em metros, a altura  $h$  dessa rampa?

- a. 60
- b. 16
- c. 10
- d. 8
- e. 6

---

---

---

---

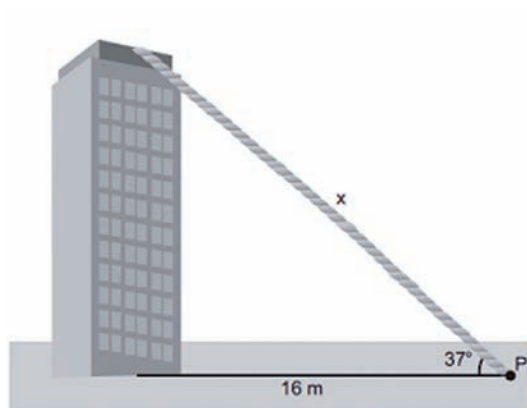
---

---

---

---

3. (Saerjinho M110056ES) Um fio foi colocado no alto de um prédio e em um  $P$  distante da base 16 metros. O ângulo formado pelo fio e pelo segmento de reta que liga  $P$  à base do prédio é de  $37^\circ$ , como mostra o desenho.



Dados:  
 $\sin 37^\circ \approx 0,6$   
 $\cos 37^\circ \approx 0,8$   
 $\operatorname{tg} 37^\circ \approx 0,75$

Qual é a medida x, em metros, desse fio?

- a. 12,8
- b. 20,0
- c. 21,3
- d. 22,1
- e. 26,6

---



---



---



---



---

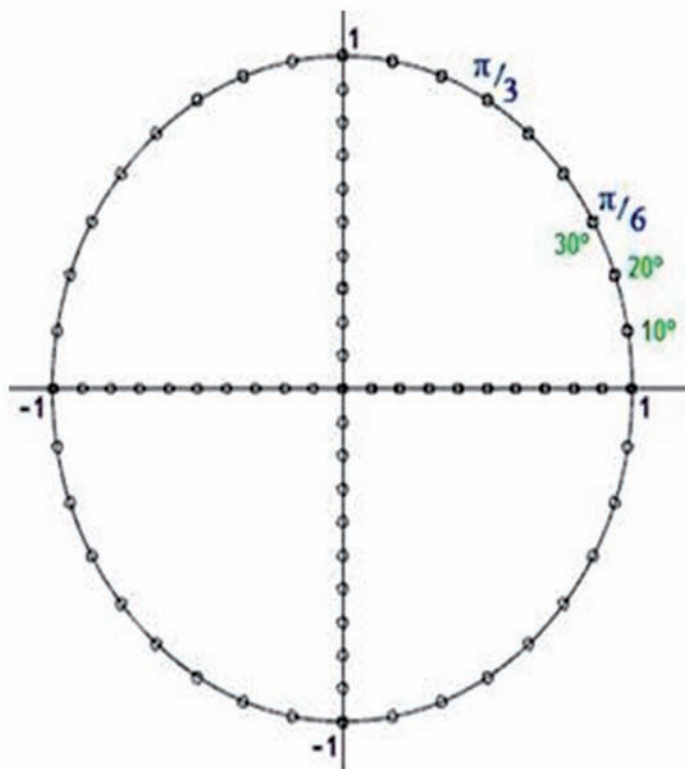


---





Anexo da etapa 2: Ciclo trigonométrico



Anexo 1

