



Ângulos desconhecidos? Nem tanto...

Dinâmica 5

1ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	1ª do Ensino Médio	Geométrico	Trigonometria na Circunferência

APRESENTAÇÃO

Você sabia que há várias situações em que é importante conhecermos o ângulo de inclinação entre dois objetos? Ou ainda, conhecer um ângulo que fornece uma mudança de direção em um determinado percurso?

Nesta dinâmica nós iremos explorar os dois tipos de situação e, também, rever e estudar mais as Equações Trigonométricas. Para isso, é importante relembrar o círculo trigonométrico, os arcos côngruos, as simetrias, os sinais do seno, do cosseno e da tangente.

Pois é, o trabalho nos espera!

Chegou a hora de por a mão na massa!

Aluno

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • GIRANDO E DESENHANDO

Objetivo

Levar o aluno a reconhecer ângulo como um giro ou mudança de direção e a identificar ângulos retos e não retos.

Descrição da atividade:

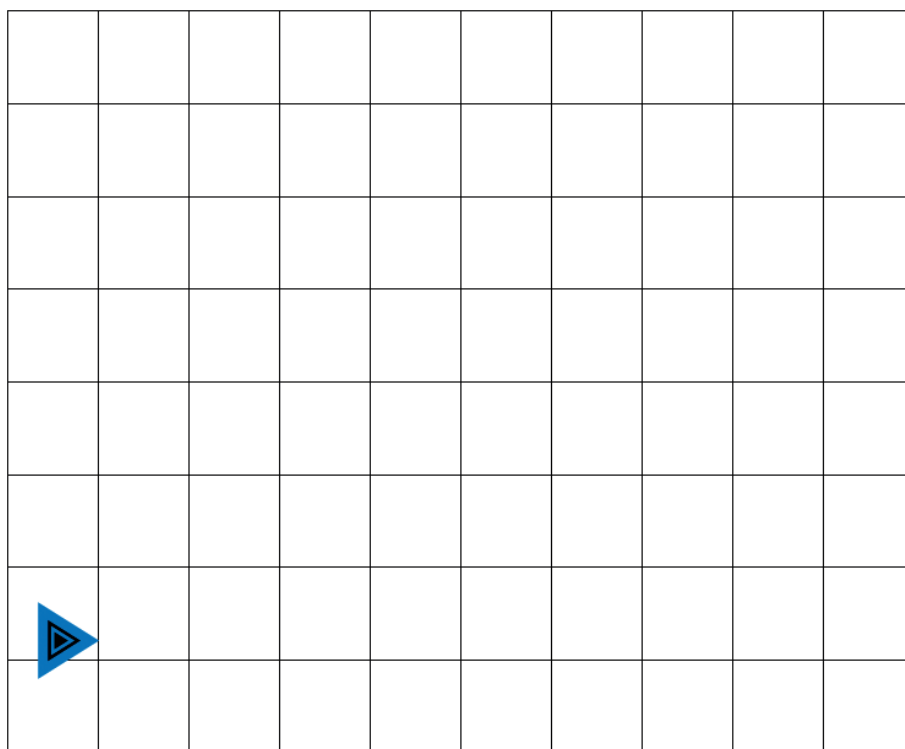
Professor,

Na Atividade 1 espera-se que o aluno consiga compreender ângulo como uma mudança de direção. Já na Atividade 2, o ângulo será abordado como giro. Dessa forma, considera-se importante que a habilidade abordada nesta etapa venha contribuir com o desenvolvimento das demais.

ATIVIDADE 1

Siga as orientações abaixo utilizando a malha e em seguida responda as questões. A partir do marcador:

- 1º – Ande 5 lados de quadradinho para a direita;
- 2º – Gire $\frac{1}{4}$ de volta no sentido anti-horário;
- 3º – Ande 5 lados de quadradinho para cima;
- 4º – Gire $\frac{1}{4}$ de volta no sentido anti-horário;
- 5º – Ande 2 lados de quadradinho para a esquerda;
- 6º – Gire $\frac{1}{4}$ de volta no sentido anti-horário;
- 7º – Ande 3 lados de quadradinho para baixo;
- 8º – Gire $\frac{1}{4}$ de volta no sentido horário;
- 9º – Ande 3 lados de quadradinho para a esquerda;
- 10º – Gire $\frac{1}{4}$ de volta no sentido anti-horário e
- 11º – Ande 2 lados de quadradinho para baixo.



a. A figura desenhada é um polígono?

b. Escreva uma sequência de passos (programa) para desenhar na malha um quadrado, cujos lados meçam o tamanho do lado de 4 quadradinhos a partir do marcador.

c. Podemos dizer que a figura desenhada é composta de retângulos e/ou quadrados?

d. Observando os giros como os dados no item (a) e que você provavelmente utilizou no item (b), comente qual o motivo de serem nomeados como ângulos retos?

ATIVIDADE 2

Num primeiro momento, obedeça os seguintes comandos do professor:

1º Aluno: fazer um giro completo;

2º Aluno: fazer meio giro;

3º Aluno: fazer a metade de meio giro, e;

4º Aluno: fazer a metade da metade de meio giro;

Responda os seguintes questionamentos para identificar os movimentos:

a. Você gira mais se der uma volta ou meia volta?

b. Uma volta completa corresponde a quantos giros?

c. Um giro completo é igual a quantos quartos de giro?

d. Um giro completo equivale a quantos oitavos de giro?

e. Um oitavo de giro é maior ou menor que meio giro?

SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR

ATIVIDADE • CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

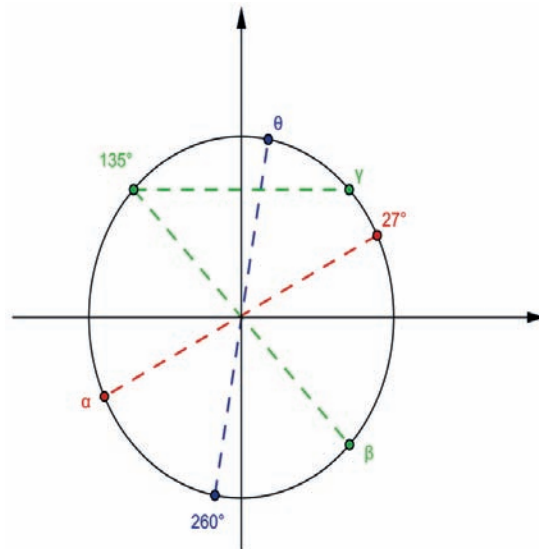
A atividade é exclusivamente operacional e busca consolidar a redução de um ângulo ao correspondente no primeiro quadrante e o cálculo de razões trigonométricas de alguns ângulos da primeira volta. Na realização da atividade é apresentado um ciclo trigonométrico e valores de alguns de seus ângulos. O desenvolvimento da etapa necessita que seja consultada a Tabela de Razões Trigonômétricas para os ângulos apresentados, em anexo a este encarte. No desenvolvimento da atividade alguns tópicos como simetria e estudo dos sinais aparecerão e podem necessitar de ser lembrados.

De acordo com o círculo trigonométrico a seguir e a tabela de razões trigonométricas, responda a pergunta: Quais são os valores do: seno de α , cosseno de β , seno de γ e cosseno de θ ?

Na busca de resposta, vamos aos poucos, analisar o ciclo e procurar a resposta?

Então mãos à obra!

Veja o ciclo trigonométrico a seguir.



Verifique que existem ângulos conhecidos e desconhecidos, certo? O nosso trabalho inicial é a descoberta destes valores e a busca das razões trigonométricas na tabela em anexo a esta dinâmica.

Para encontrarmos os senos e cossenos pedidos, podemos reduzir todos os ângulos α , β , γ e θ ao primeiro quadrante para então consultarmos a tabela e obtermos os valores.

- a. Determine o valor dos ângulos α , β , γ e θ .

- b. No caso dos ângulos α e β que estão, respectivamente, nos 3º e 4º quadrantes, faça a sua redução ao primeiro quadrante.

- c. Com o auxílio da **Tabela de Senos, Cossenos e Tangentes**, determine os valores do seno de α , do cosseno de β , do seno de γ e do cosseno de θ .

- d. Novamente com o auxílio da Tabela, verifique quais são os valores da tangente de α e da tangente de B .

- e. Agora, descreva as fórmulas de redução de um ângulo qualquer ao seu correspondente no primeiro quadrante.

TERCEIRA ETAPA

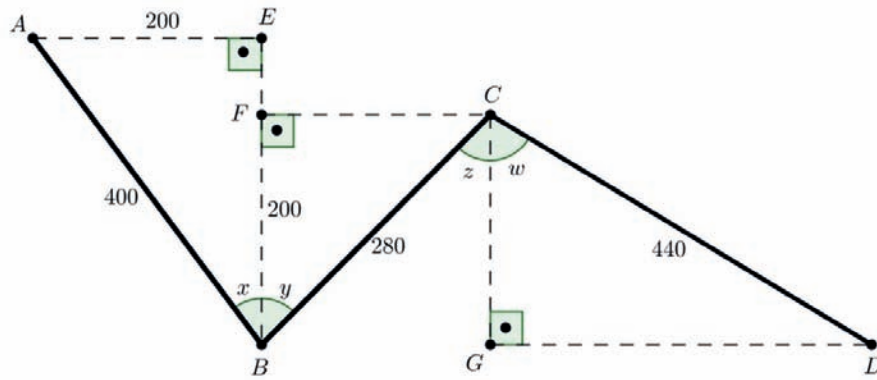
FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • QUAL É O ÂNGULO?

Nesta atividade os alunos serão levados a articular seus conhecimentos sobre trigonometria para resolver uma situação problema. Após uma leitura inicial, eles deverão descobrir as medidas dos ângulos desconhecidos, utilizando a calculadora e a tabela de razões trigonométricas em anexo a este encarte.

Vamos continuar nossa viagem?

O ônibus que Letícia e Ricardo utilizam, diariamente, percorre o caminho ABCD na figura a seguir para levá-los de casa até a escola. Queremos descobrir algumas medidas, para tanto utilizamos a representação gráfica abaixo, onde as distâncias entre cada ponto de referência estão dadas em metros.



Legenda: A: Casa, B: Praça, C: Supermercado, D: Escola, E: Lan House, F: Padaria e G: Posto de Saúde.

O ônibus precisa mudar de direção duas vezes ao longo do trajeto: uma na praça (ponto B), e outra no supermercado (ponto C).

Vamos ajudar Letícia e Ricardo a encontrar os ângulos de mudança de direção?

1. O ângulo B (dividido na figura em duas partes, x e y) é a primeira mudança de direção. Ela ocorre no sentido horário ou anti-horário? Depois, utilizando apenas a figura, você deve estimar um valor para B como maior ou menor do que um ângulo reto?

2. O ângulo C (dividido na figura em duas partes, z e w) é a segunda mudança de direção. A mudança ocorre no sentido horário ou anti-horário? Depois, utilizando apenas a figura, você deve estimar um valor para B como maior ou menor do que um ângulo reto?

3. Vamos descobrir quanto medem os ângulos B e C ? Para isso vocês devem utilizar os outros pontos de referência da figura, as distâncias fornecidas, bem como os triângulos que podem ser visualizados. (Por exemplo, no triângulo ABE podemos montar a equação trigonométrica $\text{sen}(x) = \frac{200}{400}$, para descobrir o valor de x).

- a. Quais são as soluções dessa equação, na 1ª volta?

- b. Qual das soluções encontradas será a resposta para o valor de x no problema?

4. Expresse cada um dos ângulos y , z e w através de uma equação trigonométrica, para tanto, determine o que se pede:

- a. Encontre as soluções de cada equação, na 1ª volta.

- b. Diga quais soluções são as mais adequadas para resolver a situação problema inicial?

5. Qual é o valor aproximado do ângulo B ?

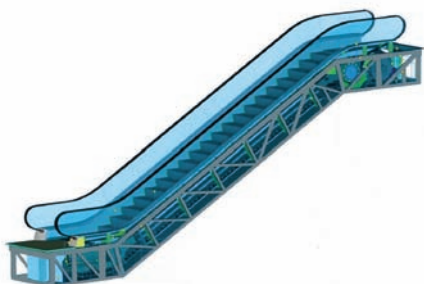
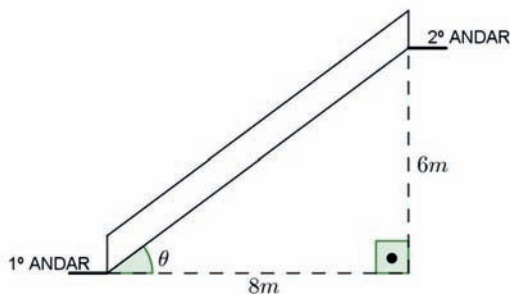
6. Qual é o valor aproximado do ângulo C ?

QUARTA ETAPA

Quiz

QUESTÃO

Uma escada rolante será instalada em um shopping, para ligar o 1º ao 2º andar. Uma imagem da escada, assim como um esquema simplificado com algumas medidas exigidas pelo shopping se encontra na figura a seguir:

Escada (<http://portuguese.alibaba.com>)

Esquema (fora de escala)

A medida aproximada do ângulo θ , em graus, é de:

- a. 10°
- b. 37°
- c. 41°
- d. 49°
- e. 53°

Para responder a esta questão consulte a tabela de razões trigonométricas do Anexo.

QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ

ETAPA FLEX

PARA SABER +

Prezados,

Recomendamos o livro “O conceito de ângulo e o ensino de geometria”, das autoras Maria Ignez de Souza Vieira Diniz e Kátia Cristina Stocco Smole - IME-USP. Ele contém interessantes sugestões referentes à habilidade básica desta dinâmica.

Há também um guia com técnicas para transformar equações trigonométricas em equações simples, no *link* a seguir. Recomendamos que o acesse e avalie as possibilidades de utilização, de acordo com o nível de seus alunos.

- <http://guiadoestudante.abril.com.br/estudar/matematica/equacoes-inequacoes-trigonometricas-677858.shtml>

Da Coleção do Professor de Matemática, publicada pela SBM, recomendamos o livro Trigonometria - Números Complexos, de Manfredo Carmo, Augusto Morgado e Eduardo Wagner. Este livro destina-se a você, professor, e contém a trigonometria da educação básica e um bom embasamento matemático.

Abaixo temos dois *links* um representa uma revisão rápida das razões trigonométricas e o outro que auxiliam na compreensão das razões trigonométricas e as relações gerais.

- <http://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes.php>
- http://ecalculo.if.usp.br/funcoes/trigonometricas/rz_trigo_triret.htm/rz_trigo_triret.htm

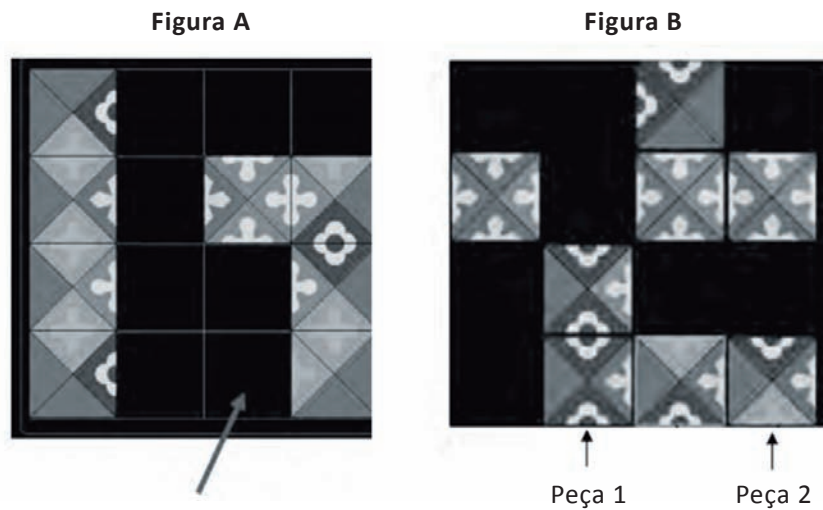
Outra boa opção para relembrar as razões trigonométricas é o vídeo abaixo.

- <http://www.youtube.com/watch?v=vXthrWzfvjY>

AGORA, É COM VOCÊ!

A partir de agora vocês poderão utilizar os exercícios a seguir para se familiarizarem mais com as habilidades abordadas nesta dinâmica.

1. (ENEM-2009) As figuras a seguir exibem um trecho de um quebra-cabeças que está sendo montado. Observe que as peças são quadradas e há 8 peças no tabuleiro da figura A e 8 peças no tabuleiro da figura B. As peças são retiradas do tabuleiro da figura B e colocadas no tabuleiro da figura A na posição correta, isto é, de modo a completar os desenhos.



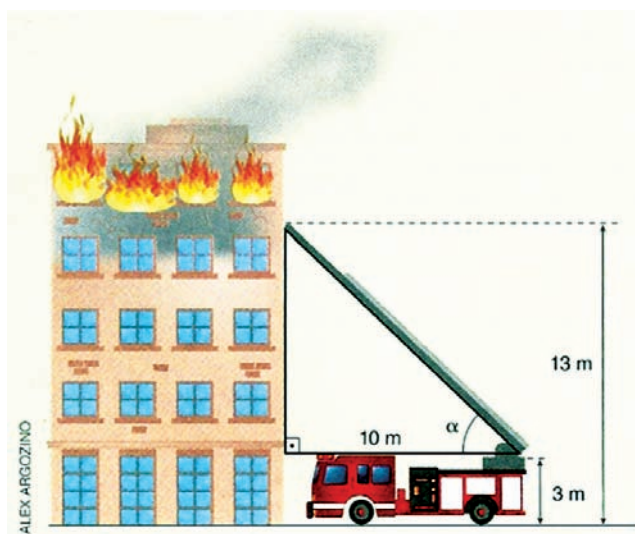
Disponível em: <http://pt.eternityl.com>. Acesso em: 14 jul. 2009.

É possível preencher corretamente o espaço indicado pela seta no tabuleiro da figura A colocando a peça

- a. 1 após girá-la 90° no sentido horário.
- b. 1 após girá-la 180° no sentido anti-horário.
- c. 2 após girá-la 90° no sentido anti-horário.
- d. 2 após girá-la 180° no sentido horário.
- e. 2 após girá-la 270° no sentido anti-horário.

2. As soluções da equação $\operatorname{tg}(x) = \sqrt{3}$, na 1ª volta do círculo trigonométrico são:
- 30° e 150°.
 - 30° e 210°.
 - 60° e 120°.
 - 60° e 240°.
 - 60° e 300°.

3. O último andar de um prédio começou a pegar fogo, mas para sorte dos moradores, o corpo de bombeiros chegou rapidamente para combater as chamas. Observe a figura a seguir:



PAIVA, Manoel. Matemática, 1ª Ed. Moderna 2009, SP, p.68.

- O ângulo de abertura da escada magirus assinalado na figura tem como medida
- 30°.
 - 45°.
 - 60°.
 - 75°.
 - 90°.

4. Joana resolveu, na 1ª volta do círculo trigonométrico, a equação $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, mas não acertou toda a questão porque deu como resposta $x=30^\circ$. Seu professor lhe disse que a resposta estava incompleta, pois o ângulo x também admite como resposta o valor:

- a. 330° .
- b. 315° .
- c. 300° .
- d. 270° .
- e. 240° .

TABELA DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

ÂNGULO	SENO	COSENSO	TANGENTE	ÂNGULO	SENO	COSENSO	TANGENTE
1°	0,017	1,000	0,018	46°	0,719	0,695	1,036
2°	0,035	0,999	0,035	47°	0,731	0,682	1,072
3°	0,052	0,999	0,052	48°	0,743	0,669	1,111
4°	0,070	0,998	0,070	49°	0,755	0,656	1,150
5°	0,087	0,996	0,088	50°	0,766	0,643	1,192
6°	0,105	0,995	0,105	51°	0,777	0,629	1,235
7°	0,122	0,993	0,123	52°	0,788	0,616	1,280
8°	0,139	0,990	0,141	53°	0,799	0,602	1,327
9°	0,156	0,988	0,158	54°	0,809	0,588	1,376
10°	0,174	0,985	0,176	55°	0,819	0,574	1,428
11°	0,191	0,982	0,194	56°	0,829	0,559	1,483
12°	0,208	0,978	0,213	57°	0,839	0,545	1,540
13°	0,225	0,974	0,231	58°	0,848	0,530	1,600
14°	0,242	0,970	0,249	59°	0,857	0,515	1,664
15°	0,259	0,966	0,268	60°	0,866	0,500	1,732
16°	0,276	0,961	0,287	61°	0,875	0,485	1,804
17°	0,292	0,956	0,306	62°	0,883	0,469	1,881
18°	0,309	0,951	0,325	63°	0,891	0,454	1,963
19°	0,326	0,946	0,344	64°	0,899	0,438	2,050
20°	0,342	0,940	0,364	65°	0,906	0,423	2,145
21°	0,358	0,934	0,384	66°	0,914	0,407	2,246
22°	0,375	0,927	0,404	67°	0,921	0,391	2,356
23°	0,391	0,921	0,425	68°	0,927	0,375	2,475
24°	0,407	0,914	0,445	69°	0,934	0,358	2,605
25°	0,423	0,906	0,466	70°	0,940	0,342	2,748
26°	0,438	0,899	0,488	71°	0,946	0,326	2,904
27°	0,454	0,891	0,510	72°	0,951	0,309	3,078
28°	0,469	0,883	0,532	73°	0,956	0,292	3,271
29°	0,485	0,875	0,554	74°	0,961	0,276	3,487
30°	0,500	0,866	0,577	75°	0,966	0,259	3,732
31°	0,515	0,857	0,601	76°	0,970	0,242	4,011
32°	0,530	0,848	0,625	77°	0,974	0,225	4,332
33°	0,545	0,839	0,649	78°	0,978	0,208	4,705
34°	0,559	0,829	0,675	79°	0,982	0,191	5,145
35°	0,574	0,819	0,700	80°	0,985	0,174	5,671
36°	0,588	0,809	0,727	81°	0,988	0,156	6,314
37°	0,602	0,799	0,754	82°	0,990	0,139	7,115
38°	0,616	0,788	0,781	83°	0,993	0,122	8,144
39°	0,629	0,777	0,810	84°	0,995	0,105	9,514
40°	0,643	0,766	0,839	85°	0,996	0,087	11,430
41°	0,656	0,755	0,869	86°	0,998	0,070	14,301
42°	0,669	0,743	0,900	87°	0,999	0,052	19,081
43°	0,682	0,731	0,933	88°	0,999	0,035	28,636
44°	0,695	0,719	0,966	89°	1,000	0,017	57,290
45°	0,707	0,707	1,000				

Os valores foram apresentados até a casa dos milésimos.

