Reforço escolar · Matemática ·

Gráfico de Funções: Seno, Cosseno e Tangente

Dinâmica 6

1ª Série | 4º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	1ª do Ensino Médio	Geométrico	Trigonometria na circunferência.

DINÂMICA	Gráfico de Funções: Seno, Cosseno e Tangente.
HABILIDADE BÁSICA	Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.
HABILIDADE PRINCIPAL	Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.
CURRÍCULO MÍNIMO	Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos.

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar Ideias.	Vamos transformar?	de 15 a 20 min.	Em dupla	Individual
2	Um novo olhar...	Graficando.	de 15 a 20 min.	Grupos de 2 alunos	Individual
3	Fique por dentro!	Jogo!!	de 25 a 35 min.	Em dupla	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

Apresentação

Olá, professor, antes de iniciarmos o estudo dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente faremos uma breve revisão das transformações homotéticas, pois achamos importante que os alunos percebam tais transformações. Essa dinâmica tem por objetivo trabalhar os gráficos das funções trigonométricas do seno, do cosseno e da tangente, assim, por meio de jogos, identificar gráficos e expressões algébricas de funções trigonométricas. Esperamos com esse trabalho que os alunos possam aprender um pouco mais sobre trigonometria.

Bom trabalho!

Primeira Etapa
Compartilhar ideias

20 MINUTOS

Atividade • Vamos transformar?

Objetivo

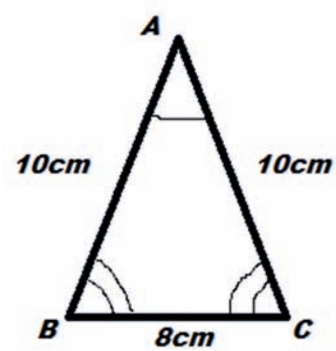
Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificar propriedades e/ou medidas que se modificam ou que não se alteram em figuras homotéticas.

Descrição da atividade:

A partir de um triângulo, serão realizados questionamentos sobre ampliações e reduções. As respostas iniciais servirão de situação disparadora para análise da homotetia, bem como da construção de figuras homotéticas de acordo com fatores previamente definidos.

Vamos começar?

1. O professor Rodrigo desenhou no quadro o seguinte triângulo ABC abaixo:



Em seguida, Rodrigo fez a seguinte pergunta aos seus alunos: “Se eu ampliar esse triângulo 4 vezes, como ficará as medidas de seus lados e de seus ângulos?”

Veja a seguir algumas respostas de alunos:

Fabiano: – “Os lados terão 4 cm a mais cada um. Já os ângulos serão os mesmos.”

Juliana: – “Os lados e ângulos terão suas medidas multiplicadas por 4.”

Bruna: – “A medida dos lados eu multiplico por 4 e a medida dos ângulos eu mantenho as mesmas.”

Álvaro: – “A medida da base será a mesma (8 cm), os outros lados eu multiplico por 4 e mantenho a medida dos ângulos.”

Agora vamos analisar as respostas dos alunos.

a. Discuta com o seu colega e determine qual aluno acertou a pergunta do professor Rodrigo. Justifique.

Resposta

Bruna. Na ampliação a figura mantêm seus ângulos, mas seus lados serão alterados de forma proporcional ao valor multiplicado.

b. Identifique qual foi o erro cometido pelos alunos que fizeram afirmativas erradas.

Resposta

Fabiano: – "Os lados terão 4 cm a mais cada um. Já os ângulos serão os mesmos." O Fabiano erro ao dizer que os lados seriam somados por 4, quanto deveriam ser multiplicados por 4.

Juliana: – "Os lados e ângulos terão suas medidas multiplicadas por 4." A Juliana cometeu o erro ao multiplicar os ângulos por 4, cuja soma passaria de 180^0.

Álvaro: – "A medida da base será a mesma (8 cm), os outros lados eu multiplico por 4 e mantenho a medida dos ângulos." O Álvaro cometeu o erro ao multiplicar por 4 somente os lados iguais deixando a base fixa.

c. O que acontece com os perímetros das figuras: inicial e a ampliada?

Resposta

É importante que o aluno perceba que o perímetro também ficará multiplicado por 4. O aluno deve efetuar os cálculos e perceber que a razão entre os perímetros é a mesma constante.

Perímetro figura inicial = 10 + 10 + 8 = 28 cm;

Perímetro figura ampliada = 40 + 40 + 32 = 112 cm;

$$razão\ dos\ perímetros = \frac{112cm}{28cm} = 4.$$

Professor

d. Qual é a área das figuras inicial e ampliada? Qual é a razão entre a área da figura ampliada e a área da figura inicial?

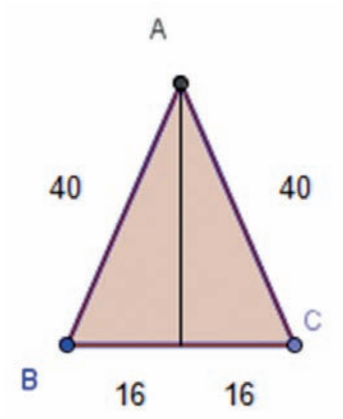
Resposta

Para calcularmos a área do triângulo inicial devemos calcular a altura do triângulo

$$10^2 = 4^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{100-16} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}\,cm$$

$$\acute{A}rea\,triângulo\,inicial = \frac{8 \cdot 2\sqrt{21}}{2} = 8\sqrt{21}\,cm^2$$

Para calcularmos a área do triângulo ampliado cujos lados são: 40 cm, 40 cm, 32 cm, devemos calcular a altura do triângulo ABC ampliado:



$$40^2 = 16^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{1600-256} = \sqrt{1344} = 8\sqrt{21}\,cm$$

$$\acute{A}rea\,triângulo\,inicial = \frac{32 \cdot 8\sqrt{21}}{2} = 128\sqrt{21}\,cm^2$$

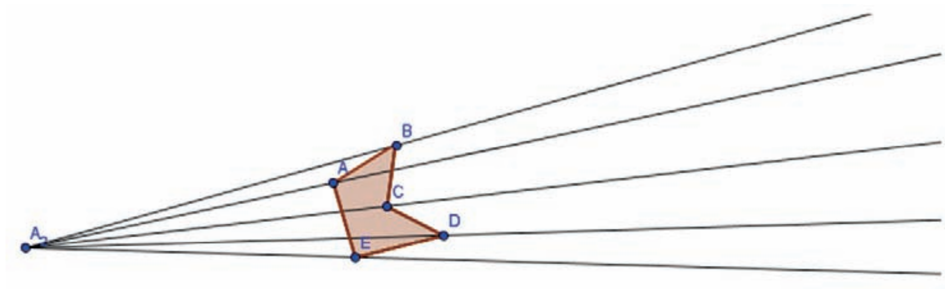
Calculando a razão solicitada

$$Razão\,das\,áreas = \frac{128\sqrt{21}\,cm^2}{8\sqrt{21}\,cm^2} = 16$$

Logo, a razão das áreas é o valor da constante ao quadrado!

Matemática

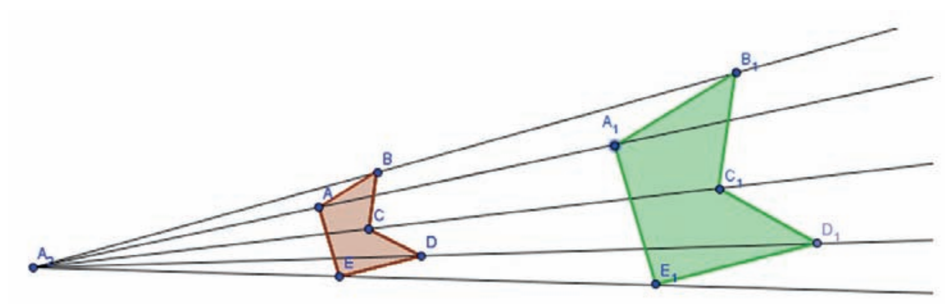
2. Agora, a partir da figura abaixo, construa outras duas figuras homotéticas a ela de razões $k = 2$ e $k = 5$.



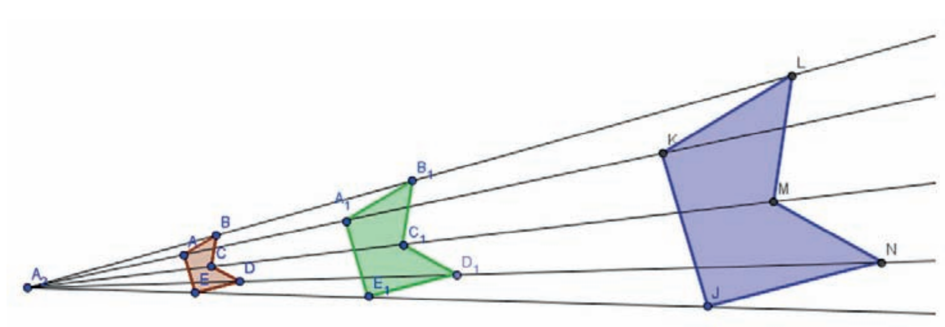
Resposta

O aluno deverá medir cada lado e multiplicá-los por k =2, e reproduzir uma mesma figura cujos lados serão o dobro do inicial. No segundo desenho o aluno pegará a medida inicial e deverá multiplicá-la por k = 5, e reproduzir/desenhar a mesma figura com o lado o quíntuplo do inicial. Cabe ressaltar que todos os lados devem ser paralelos aos respectivos lados homólogos. Caso contrário, os ângulos não serão os mesmos.

Abaixo resposta para k = 2.



Para k =5



Professor

Recursos necessários:

- Encarte do aluno e uma régua para cada aluno.

Procedimentos operacionais

Professor,

- *Esta atividade foi desenvolvida para ser efetuada em dupla, porém os registros devem ser individuais;*
- *Lápis de cor ou canetas coloridas para construir as figuras homotéticas.*

Intervenção pedagógica

Professor,

- *Caso julgue necessário, este é um bom momento para rever os conceitos de transformações isométricas;*
- *Os alunos podem apresentar dificuldades na hora de desenhar as figuras, neste momento achamos importante haver a intervenção no sentido de orientar na construção do desenho corretamente;*
- *É importante lembrar que homotetia é uma transformação que amplia ou reduz uma figura ou um gráfico, afastando-a ou aproximando-a de um referencial fixo, veja que a noção de semelhança está inclusa no processo;*
- *Nessa atividade é importante que o aluno verifique que multiplicar os lados de uma poligonal por uma mesma constante acarreta uma multiplicação do perímetro da poligonal por essa constante, e a multiplicação pelo quadrado da constante no caso do cálculo da área.*

Segunda etapa
Um novo olhar

20 MINUTOS

Atividade • Graficando

Objetivo

Construir gráficos das funções seno, cosseno e tangente.

Descrição da atividade:

Inicialmente, são apresentadas algumas tabelas que devem ser preenchidas. Nelas, são solicitados os valores do seno, cosseno e da tangente de certo ângulo x. Em seguida, há uma atividade que solicita a construção dos gráficos das funções trigonométricas descritas nas tabelas anteriores.

Vamos iniciar as atividades?

Caros alunos resolvam as questões a seguir.

Bom trabalho!!!

1. Em cada item, complete a tabela para os valores de *x* das funções solicitadas.

Resposta

(A)

x	$y = sen(x)$		$y = \cos(x)$		$y = \tan(x)$	
	VALOR	COORDENADAS	VALOR	COORDENADAS	VALOR	COORDENADAS
0	0	(0,0)	1	(0,1)	0	(0,0)
$\frac{\pi}{2}$	1	$\left(\frac{\pi}{2},1\right)$	0	$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$		
π	0	$(\pi,0)$	-1	$(\pi,-1)$	0	$(\pi,0)$
$\frac{3\pi}{2}$	-1	$\left(\frac{3\pi}{2},-1\right)$	0	$\left(\frac{3\pi}{2},0\right)$		
2π	0	$(2\pi,0)$	1	$(2\pi,1)$	0	$(2\pi,0)$

(B)

x	$y = sen(x)$	$y = 2 \cdot sen(x)$	COORDENADAS
0	0	0	(0,0)
$\frac{\pi}{2}$	1	2	$\left(\frac{\pi}{2},2\right)$
π	0	0	$(\pi,0)$
$\frac{3\pi}{2}$	-1	-2	$\left(\frac{3\pi}{2},-2\right)$
2π	0	0	$(2\pi,0)$

Professor

(c)

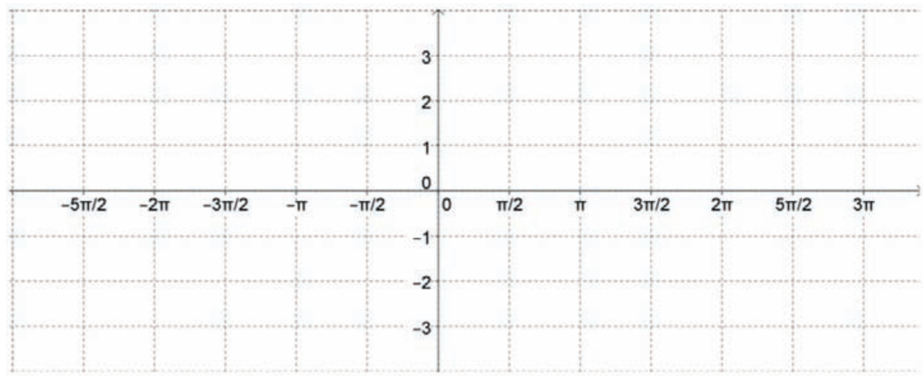
x	$y=\cos(x)$	$y=\cos(x)+1$	Coordenadas
0	1	1	(0,1)
$\frac{\pi}{2}$	0	1	$\left(\frac{\pi}{2},1\right)$
π	-1	0	$(\pi,0)$
$\frac{3\pi}{2}$	0	1	$\left(\frac{3\pi}{2},1\right)$
2π	1	2	$(2\pi,2)$

(d)

x	$2x$	$y=sen(2x)$	Coordenadas
0	0	0	(0,0)
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	1	$\left(\frac{\pi}{4},1\right)$
$\frac{\pi}{2}$	π	0	$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	-1	$\left(\frac{3\pi}{4},-1\right)$
π	2π	0	$(\pi,0)$

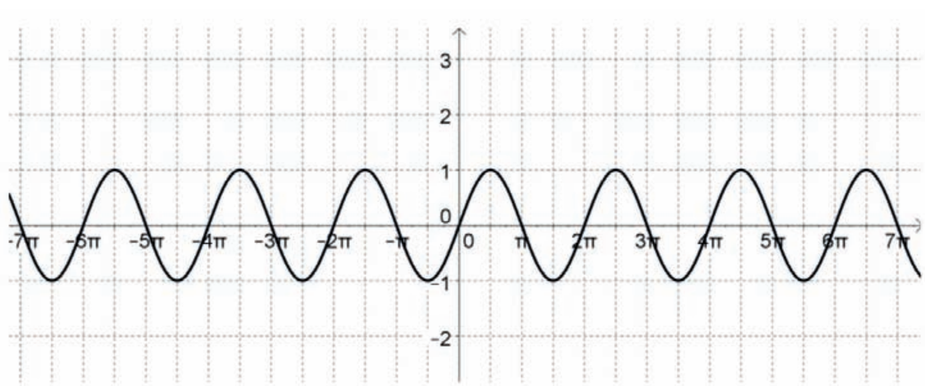
2. Construa o esboço dos gráficos das funções utilizando os valores das tabelas do número 1.

a. $y = sen(x)$

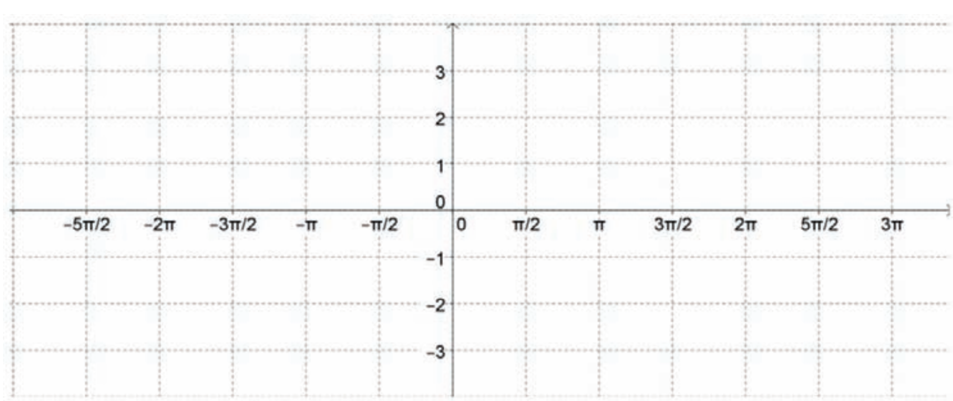


Resposta

Professor considerar de 0 a 2π, caso veja necessidade poderá solicitar aos alunos outras medidas na tabela e mostrar a eles como ficaria o gráfico.



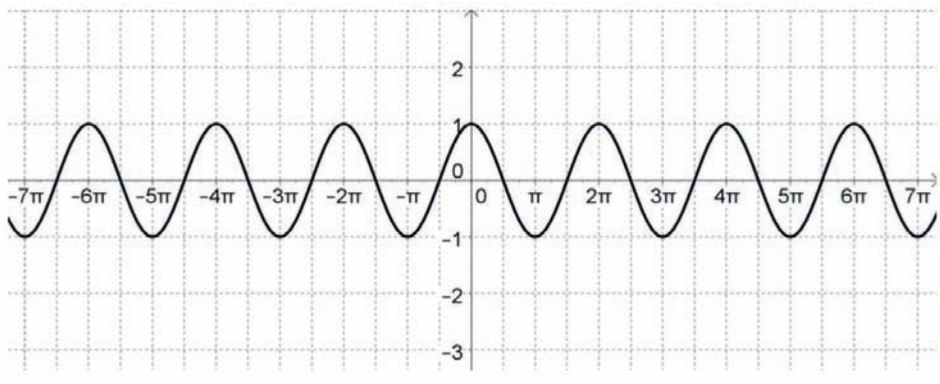
b. $y = \cos(x)$



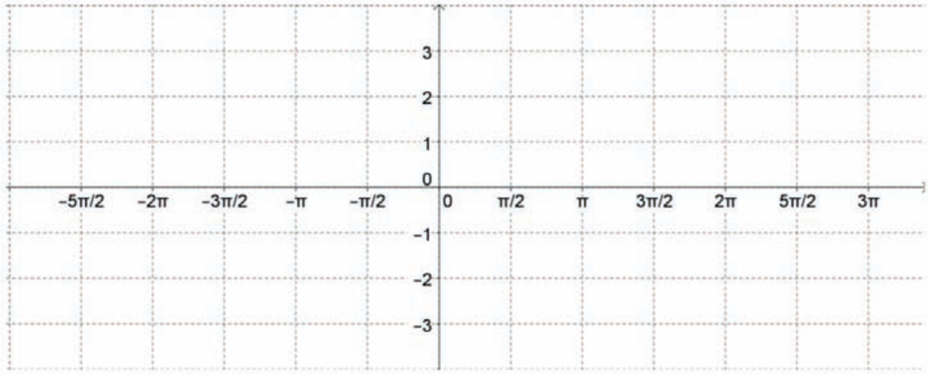
Professor

Resposta

Professor considerar de 0 a 2π, caso veja necessidade poderá solicitar aos alunos outras medidas na tabela e mostrar a eles como ficaria o gráfico.

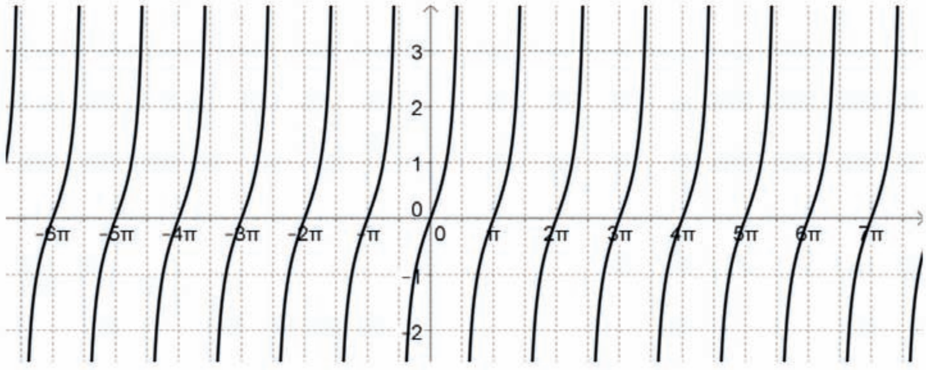


c. $y = \tan(x)$

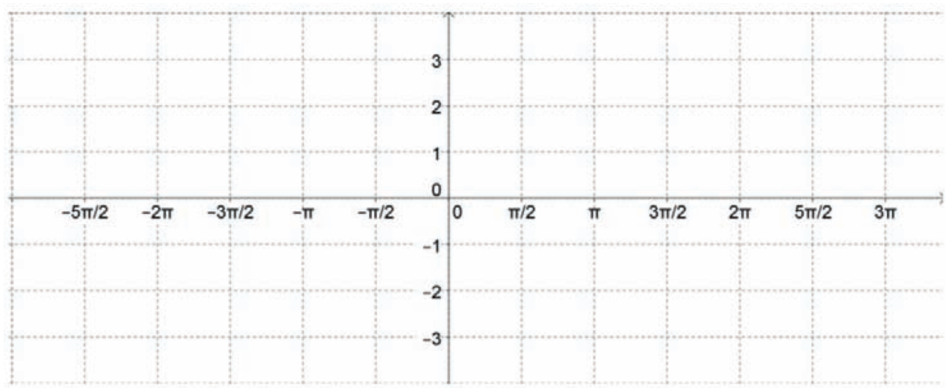


Resposta

Professor considerar de 0 a 2π, caso veja necessidade poderá solicitar aos alunos outras medidas na tabela e mostrar a eles como ficaria o gráfico.



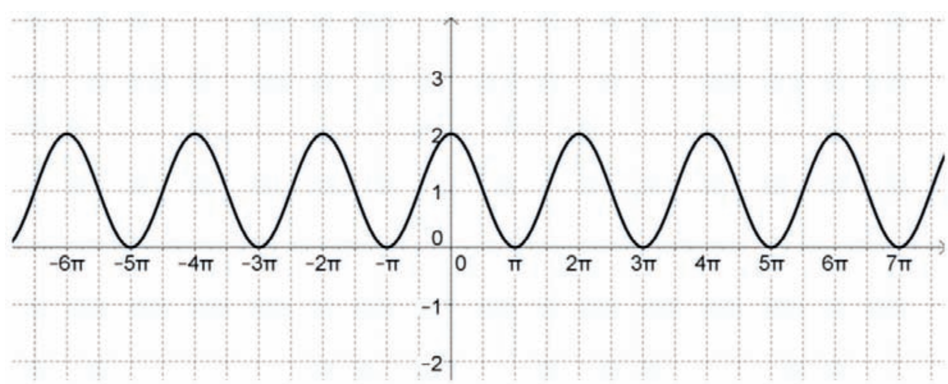
d. $y = \cos(x) + 1$



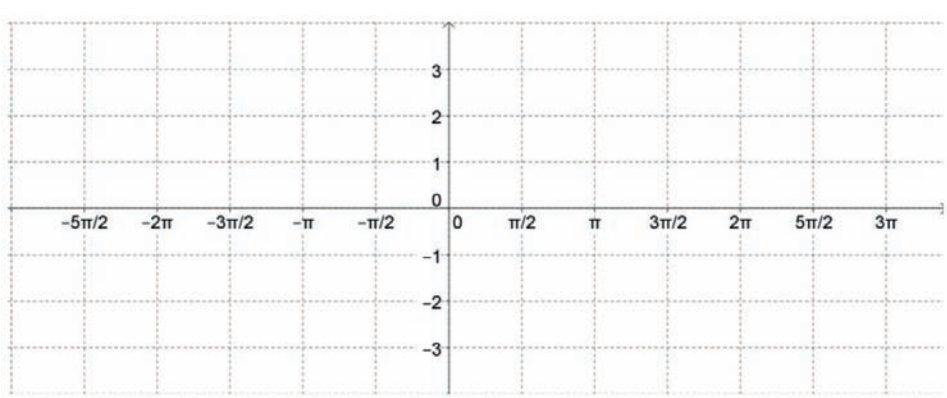
Resposta

Professor, considerar de 0 a 2π, caso veja necessidade poderá solicitar aos alunos outras medidas na tabela e mostrar a eles como ficaria o gráfico.

É importante destacar que o gráfico subiu uma unidade verticalmente em relação ao gráfico do item (b) sofrendo uma translação.



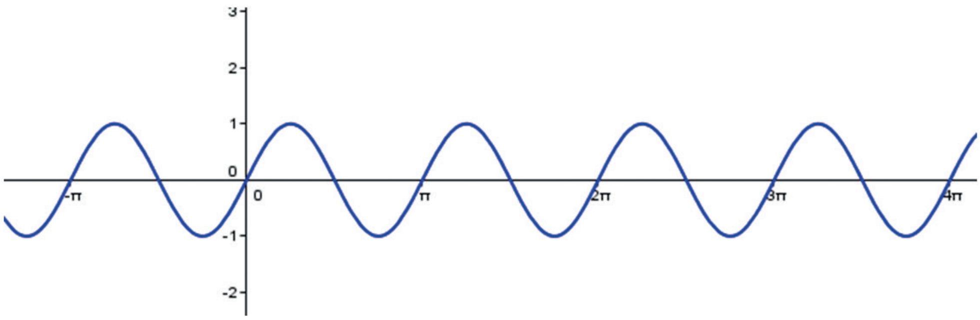
e. $y = sen(2x)$



Professor

Resposta

Professor, considerar de 0 a 2π, caso veja necessidade poderá solicitar aos alunos outras medidas na tabela e mostrar a eles como ficaria o gráfico.



Recursos necessários:

- Encarte do aluno e régua.

Procedimentos operacionais

Professor,

- *Esta atividade foi pensada para ser realizada em dupla, porém os registros são individuais;*
- *Solicite a utilização da tabela em anexo na dinâmica 5.*

Intervenção pedagógica

Professor,

- *Esteja atento à construção das tabelas. É muito comum o erro de sinais nas atividades;*
- *Na construção dos gráficos, destaque a continuidade (ou não) da função e lembre-os que os pontos tratados são apenas para darem o contorno da curva;*
- *Um problema que pode surgir é a representação em radianos dos ângulos. Qualquer coisa faça uma pequena revisão;*

- *A construção dos gráficos de funções trigonométricas representa um dos maiores obstáculos para os alunos, portanto, auxilie-os neste processo.*

Terceira Etapa

Fique por dentro!

35 MINUTOS

Atividade • Jogo!!

Objetivo:

Identificar a expressão algébrica que representa o gráfico de uma função Trigonométrica.

Descrição da atividade:

Nesta etapa, são apresentados dois jogos de cartas, onde os alunos terão que encontrar estratégias para identificar, de maneira rápida e precisa as funções que representam os gráficos das funções trigonométricas e vice-versa. No jogo, temos como objetivo principal a identificação gráfico a expressão algébrica da função.

Vamos começar a atividade?

Mãos à obra!!!

JOGO: Canastra Trigonométrica

Objetivo do jogo:

Relacionar a representação gráfica a suas funções.

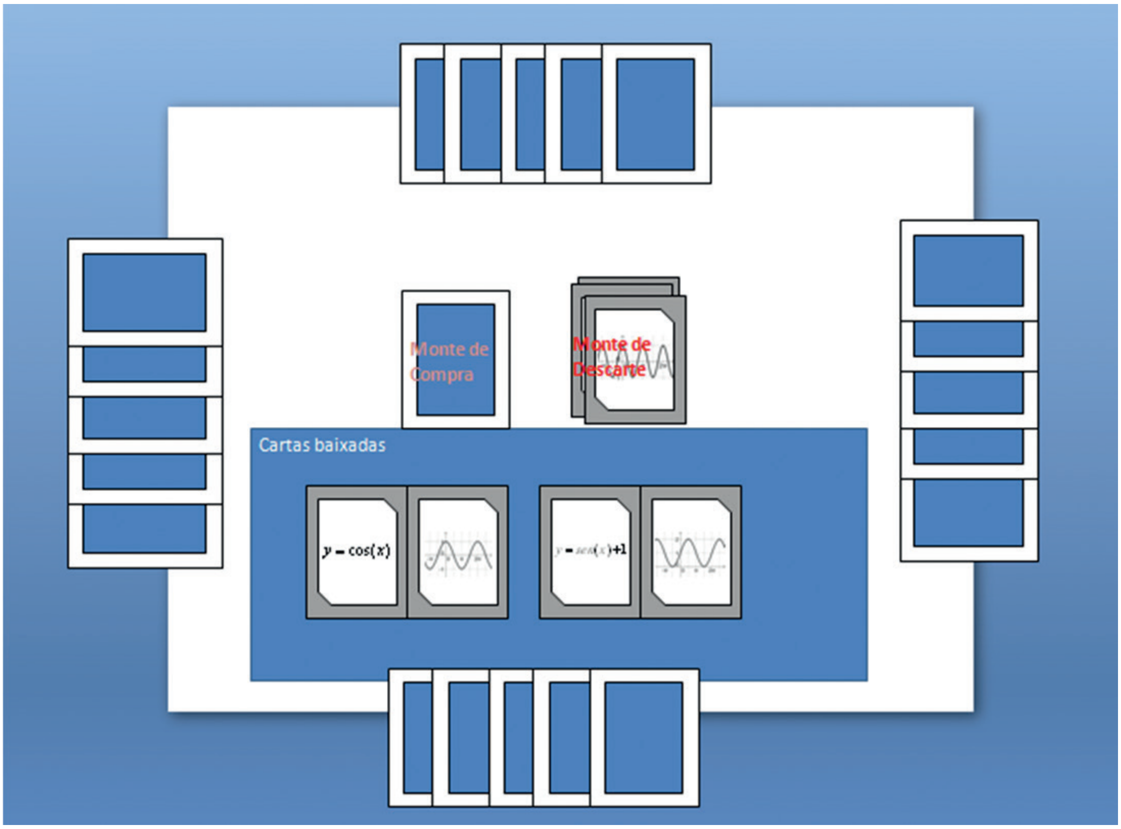
Como jogar?

– Cada aluno receberá 5 cartas,

– Os restantes das cartas ficarão posicionados em um monte para compra.

– Deixe espaço do lado do monte de compras para o Monte de Descarte.

– Deixe espaço à frente do jogador para os pares (gráfico e expressão algébrica da função) sejam formados.



O Início:

– Cada jogador comprará uma carta do monte;

– Neste momento, o jogador deverá mostrar os pares função/gráfico formados aos outros jogadores, posicionando-os à sua frente;

– O jogador eliminará uma carta que não serve para ele, em um segundo monte (o monte de descarte), essa carta deve ser colocada de maneira que não se possa ver a carta anterior;

– O próximo jogador repetirá o mesmo movimento (jogada).

A compra no monte de descarte

– Para se comprar uma carta no monte de descarte, o jogador deverá comprar TODAS as cartas, podendo mostrar (opcional) os pares aos outros jogados, posicionando os pares formados em sua frente ou acumulando-as em suas mãos.

A Penalidade por erro ou ação imprópria

– se o jogador abaixar, em algum momento errado, ou seja, antes de sua vez, ou formar um par errado (que o gráfico não seja da expressão algébrica da função correspondente), ele perderá automaticamente 5 pontos.

Final do jogo

– O jogo finaliza quando um dos jogadores não apresentar alguma carta em sua mão, ou quando acabarem as cartas no monte de compra.

Vencedor

– O jogador que obtiver o maior número de pontos, de acordo com a descrição abaixo, vencerá o jogo.

Cada Par Formado – 10 pontos

Batida – 20 pontos (não fica com carta mais na mão)

Penalidade - perde 5 pontos

Cada carta em sua mão, no final do jogo – perde 1 ponto por carta.

Recursos Necessários:

- As cartas do encarte do aluno;
- Tesoura;
- Cada aluno terá um jogo completo com 32 cartas pequenas, será necessário apenas um jogo de 32 cartas para cada 4 alunos.

Procedimentos operacionais

Professor,

- *Será necessário recortar no seu encarte as 32 cartas do jogo (lembrando que serão necessárias 32 cartas para cada grupo de até 4 alunos);*
- *Arrume a sala de maneira que os alunos possam estar sentados em grupos de quatro alunos, um de frente ao outro;*
- *Eleja um representante para cada equipe, ele será o responsável pela conferência do par formado;*
- *Caso a quantidade de alunos não seja um múltiplo de 4, é possível realizar o jogo com 2 jogadores;*
- *Não haverá registro, porém, se necessário, peça para que cada aluno fique com uma folha de papel e uma caneta para facilitar os cálculos necessários durante o jogo;*
- *Não se preocupe com a espessura ou tipo da folha de papel. As informações dispostas em cada carta pouco importarão se o aluno não tem a carta necessária em sua mão;*

- *Distribua no início do jogo 5 cartas para cada jogador. Essas cartas contêm pares de gráficos e as respectivas expressões algébricas das funções;*
- *O objetivo central do jogo é formar pares, o jogador que obtiver mais pares de gráficos e expressões algébricas ganhará o jogo.*

Intervenção pedagógica

Professor,

- *Antes de iniciar essa etapa, é importante estudar os jogos e verificar qual jogo é mais adequado a sua turma;*
- *Descreva as regras do jogo inicialmente;*
- *A conferência dos pares deve ser feita pelos representantes de cada grupo e em caso de dúvidas você será o responsável pela decisão final;*
- *Um bom caminho para explorar as respostas é a utilização do software Geogebra. Caso sua escola possua laboratório de informática e/ou data show utilize tal recurso.*

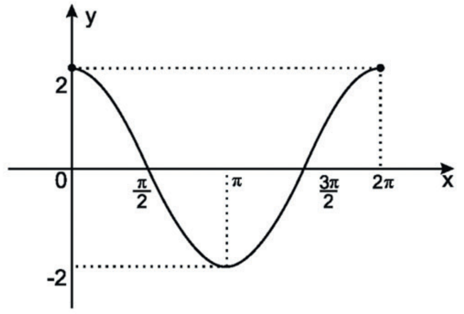
Quarta Etapa

Quiz

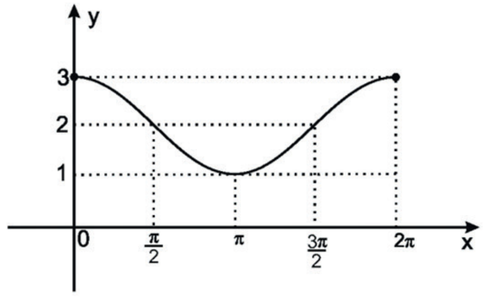
Questão: Banco de questões SEEDUC, SAERJ, 2º ano.

Qual dos gráficos abaixo representa a função $y = 2 + \text{sen}(x)$?

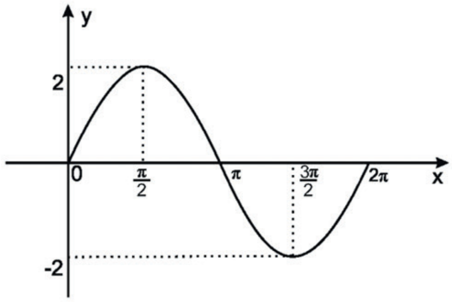
a.



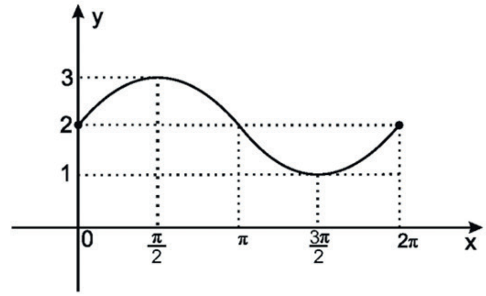
b.



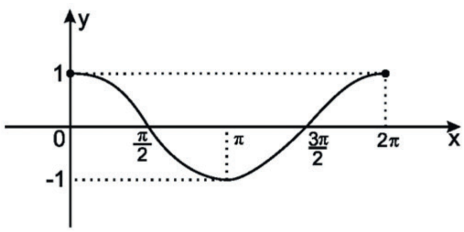
c.



d.



e.



Professor

QUINTA ETAPA
ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ

15 MINUTOS

Resposta

Letra (D).

Quando temos a função f(x) = sen(x), a sua imagem será [-1,1], o termo independente "+2", fará com que a imagem se altere, e o gráfico no eixo y deslocará duas unidades verticalmente para cima, alterando assim a imagem para [1,3].

Possíveis erros:

- *O aluno que marcou a letra (a) fez uma confusão entre o termo independente e o coeficiente.*
- *O aluno que marcou a letra (b) e (e), não realizou o cálculo com seno, utilizou o cosseno.*
- *O aluno que marcou a letra (c), ao invés de realizar o cálculo com seno, utilizou o cosseno, confundindo o termo independente com o coeficiente.*

Professor, nesta hora se achar necessário, chame mais uma vez a atenção do seu aluno, para o fato do termo independente alterar a imagem, dê o exemplo sobre o que aconteceria se ao invés do termo independente ser "+2", fosse "-2", mostrando que ao invés de "subir" duas unidades, "desceria" 2 unidades, mostrando é claro a influencia do sinal.

• • • • •

Etapa Flex

Para saber +

Oi, gente,

Achamos interessante a atividade descrita no *site:* http://leoakio.com/trigonometria.html. Nele você encontrará vídeo aulas sobre trigonometria tais como: um caminho para o curral que faz parte dos recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio da Unicamp.

Sinopse: Um fazendeiro, preocupado em determinar uma rota alternativa para o curral, procura a ajuda de seu afilhado que mora na cidade. O Jovem por sua vez, com os conceitos geométricos intrínsecos ao triângulo retângulo, consegue determinar tal rota.

Conteúdos trabalhados: Semelhança de triângulos, Trigonometria, teorema de Pitágoras.

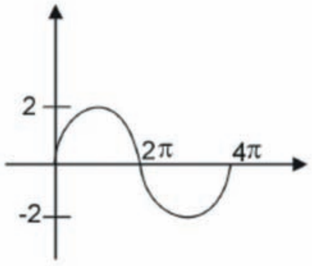
Objetivos:

- Revisar o Teorema de Pitágoras;
- Semelhança de triângulos;
- Trigonometria no triângulo retângulo.
- Desejamos um bom trabalho de investigação!

Agora, é com você!

1. Banco de questões SEEDUC, SAERJ, 1º ano.

   Observe o gráfico abaixo



A função representada neste gráfico é:

a. $y = -2 \cos x$

b. $y = \cos \frac{x}{2}$

c. $y = 2 \text{ sen } x$

d. $y = \text{sen } \frac{x}{2}$

e. $y = 2 \text{ sen } 2x$

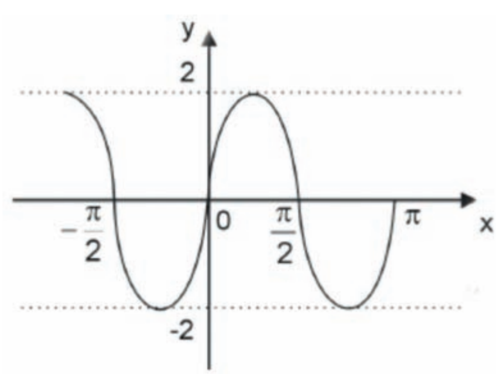
Resposta

Resposta: Letra B.

• • • • •

2. Banco de questões SEEDUC, SAERJ, 1º ano.

Observe o gráfico abaixo



A função representada neste gráfico é:

a. $y = \text{sen } x$

b. $y = 2\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

c. $y = 2 \text{ sen } x$

d. $y = 2 \text{ sen } 2x$

e. $y = \text{sen } 2x$

Professor

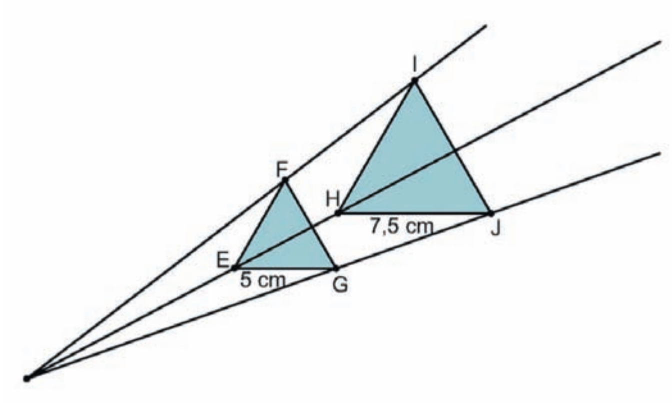
Resposta

Resposta: Letra E.

• • • • •

3. Banco de questões SEEDUC, SAERJ, 9º ano.

Observe o desenho abaixo, em que o triângulo EFG é semelhante ao triângulo HIJ.



Qual a razão de semelhança entre os triângulos HIJ e EFG:

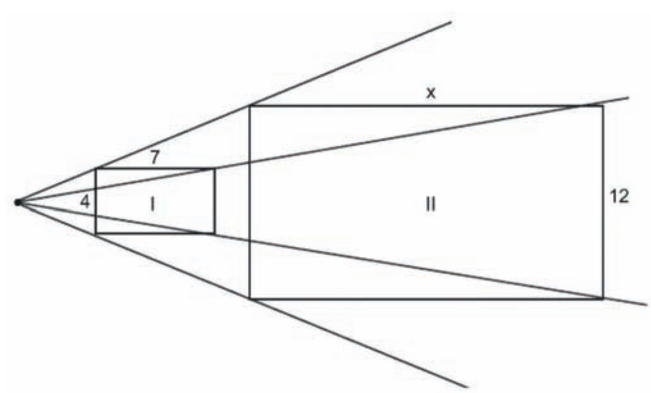
Resposta

$$\frac{HIJ}{EFG} = \frac{7,5}{5} = 1,5$$

• • • • •

4. Banco de questões SEEDUC, SAERJ, 9º ano.

Os retângulos I e II da imagem abaixo são semelhantes e o fator da ampliação é 3. Veja.



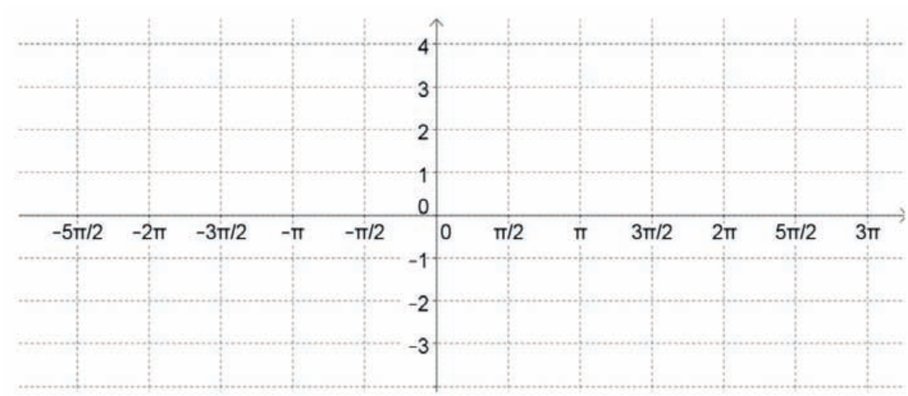
Qual o valor do comprimento x do retângulo II?

Resposta

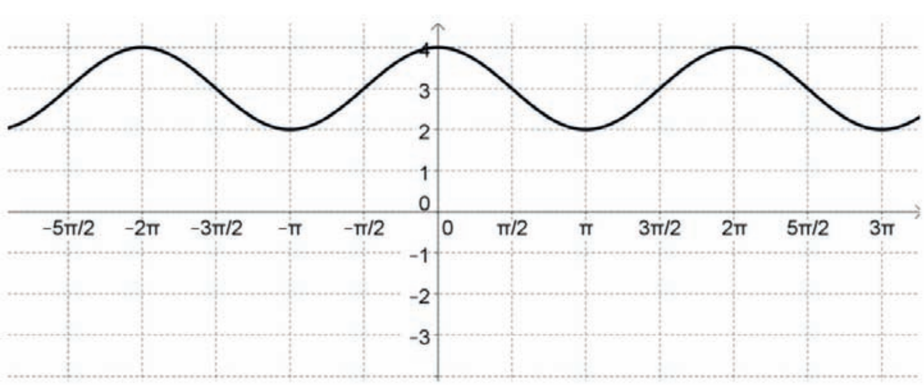
$$x = 7 \cdot 3$$
$$x = 21$$

5. Esboce os seguintes Gráficos:

a. f(x) = cos (x) + 3

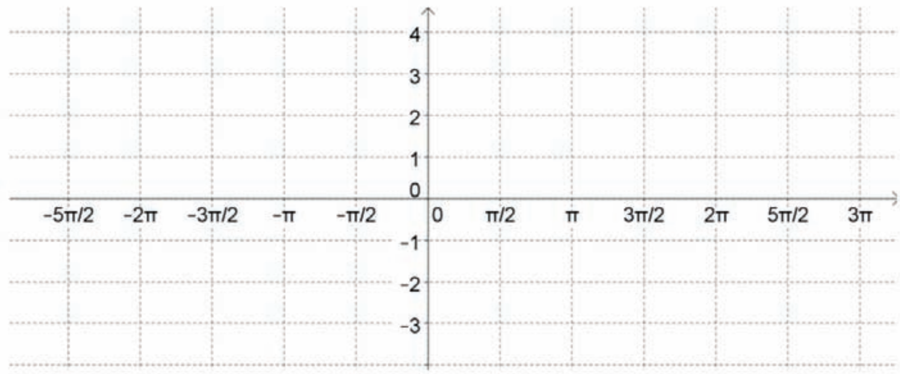


Resposta



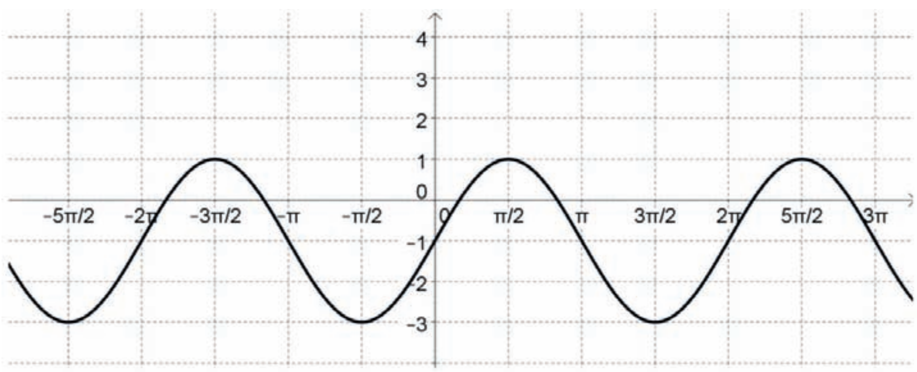
Professor

b. $f(x) = 2sen(x) - 1$



Matemática

Resposta



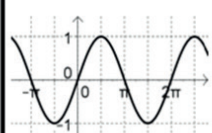
Anexo da etapa 3

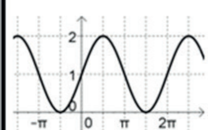
$y = sen(x)$

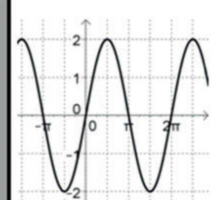
$y = sen(x) + 1$

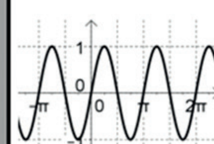
$y = 2sen(x)$

$y = sen(2x)$







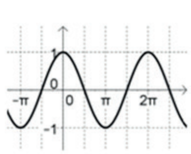


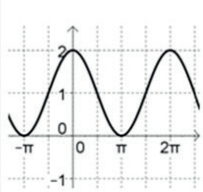
$y = \cos(x)$

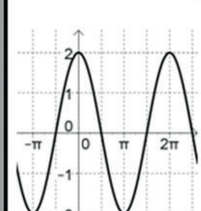
$y = \cos(x) + 1$

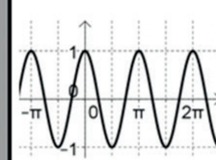
$y = 2\cos(x)$

$y = \cos(2x)$

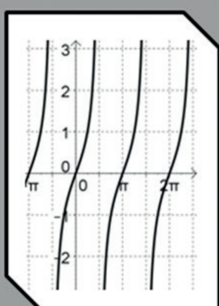


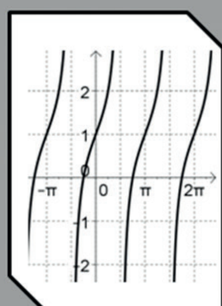


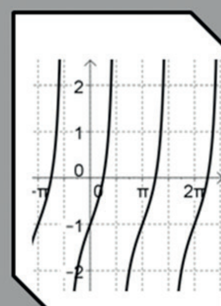


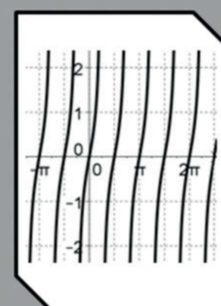


$y = \tan(x)$	$y = \tan(x) + 1$	$y = \tan(x) - 1$	$y = \tan(2x)$









$y = 2sen(x) + 1$	$y = 2\cos(x) + 1$	$y = \cos(x) - 1$	$y = sen(x) + 2$