Reforço escolar · Matemática ·

Observando incógnitas...

Dinâmica 2

2ª Série | 4º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	Ensino Médio 2ª	Algébrico-Simbólico	Sistemas Lineares.

DINÂMICA	Observando incógnitas...
HABILIDADE BÁSICA	Identificar equações equivalentes.
HABILIDADE PRINCIPAL	H114 – Resolver sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas ou três equações e três incógnitas.
CURRÍCULO MÍNIMO	Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos:

ETAPAS		ATIVIDADE	TEMPO	ORGANIZAÇÃO	REGISTRO
1	Compartilhar ideias.	Equações na memória!	20 a 25 min.	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual.
2	Um novo olhar...	Na minha mão é mais barato!	15 a 25 min.	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual.
3	Fique por dentro!	Haja castanha, a solução!	20 a 25 min.	Grupos de 3 ou 4 alunos com discussão coletiva.	Individual.
4	Quiz.	Quiz.	10 min.	Individual.	Individual.
5	Análise das respostas ao Quiz.	Análise das respostas ao Quiz.	15 min.	Coletiva.	Individual.
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			
	Agora, é com você!	Para o aluno resolver em casa ou noutra ocasião e consultar o professor se tiver dúvidas.			

Apresentação

Caro/a professor/a, são muitas as aplicações de sistemas lineares nas ciências ou na indústria. Trata-se de um recurso importante quando se quer modelar um problema e interpretá-lo em linguagem matemática. Nesta dinâmica continuamos abordando a tradução da linguagem corrente para a matemática, quando nas etapas 2 e 3 resolvemos um problema a partir de um sistema linear associado. A nossa opção foi por manipular as equações para mostrar aos alunos que, quando fazemos uma combinação linear entre as equações de um sistema, a sua solução não se altera. Para isso, na Etapa 1, os alunos devem identificar equações equivalentes; na Etapa 2, devem acompanhar o que acontece com um problema obtido a partir das promoções de um feirante; e, finalmente, na Etapa 3, os alunos são apresentados ao método do escalonamento para resolver um sistema de ordem 3.

Como sempre, você terá possibilidade de fazer algumas escolhas entre usar mais ou menos tempo nas atividades aqui propostas ou enfatizar algum ponto que considere mais crucial para os seus alunos.

Bom trabalho!

Primeira etapa
Compartilhar ideias

25 MINUTOS

Matemática

Atividade • Equações na memória!

Objetivo

Identificar equações equivalentes.

Descrição da atividade:

Professor/a, esta atividade consiste num jogo da memória formado por 12 pares de equações equivalentes. Os alunos devem formar os pares de equações equivalentes. Observe a proposta.

Seu/sua professor/a entregou a seu grupo um conjunto de 24 cartões cada um com uma equação. Para jogar, vocês devem:

- Embaralhar os cartões e virá-los sobre a mesa voltados para baixo.
- Decidir como será a ordem das jogadas.
- Cada jogador, em sua vez, deve virar dois cartões para cima. Se os cartões virados corresponderem a equações equivalentes, o aluno fica com o par para si, caso contrário, desvira os cartões mantendo-os nas mesmas posições.
- O jogo acaba quando todos os pares estiverem formados.
- O aluno que possuir a maior quantidade de pares no grupo é o vencedor.

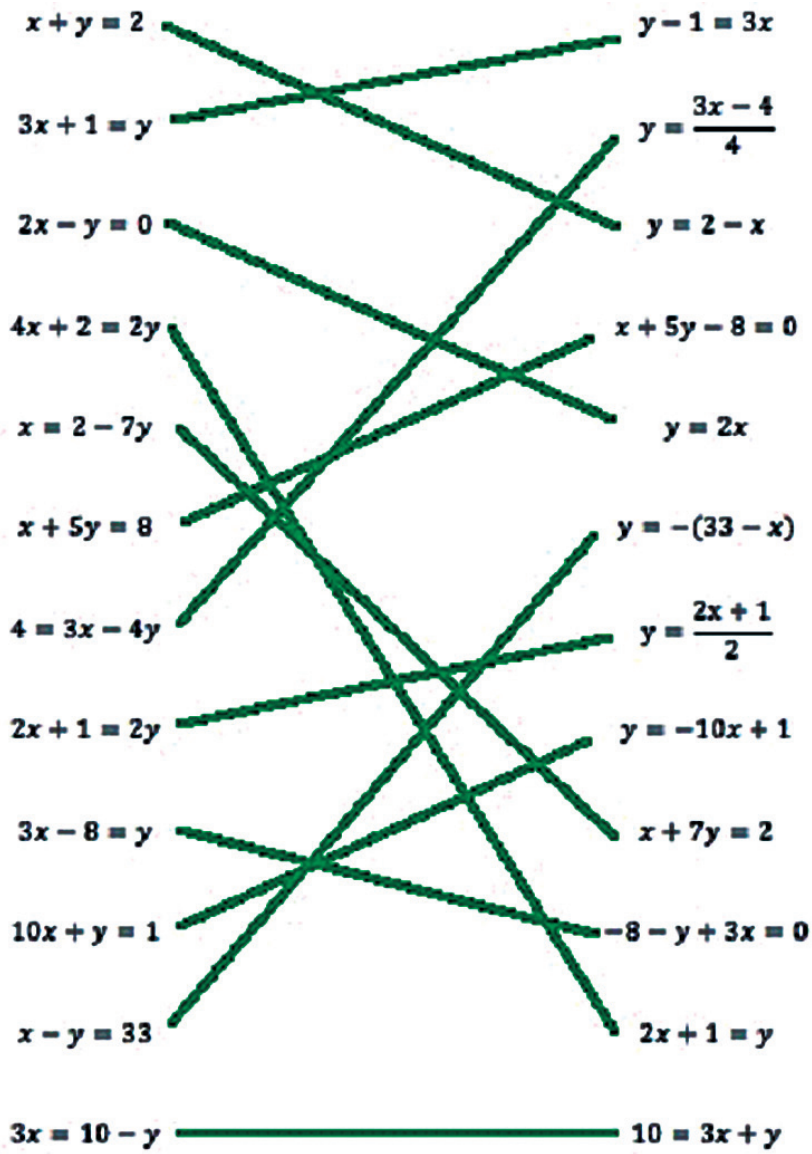
E, então, como anda a memória? Baseado no que você fez no jogo, faça o que se pede.

1. Nas duas colunas a seguir estão indicadas as 24 equações do jogo “Equações na memória!”. Utilizando um traço, ligue os pares de equações equivalentes.

$x+y=2$	$y-1=3x$
$3x+1=y$	$y=\dfrac{3x-4}{4}$
$2x-y=0$	$y=2-x$
$4x+2=2y$	$x+5y-8=0$
$x=2-7y$	$y=2x$
$x+5y=8$	$y=-(33-x)$
$4=3x-4y$	$y=\dfrac{2x+1}{2}$
$2x+1=2y$	$y=-10x+1$
$3x-8=y$	$x+7y=2$
$10x+y=1$	$-8-y+3x=0$
$x-y=33$	$2x+1=y$
$2x+1=y$	$10=3x+y$

Professor

Resposta



2. Podemos escrever um “monte” de equações equivalentes a uma determinada equação. Assinale as opções que correspondem a equações equivalentes a $2x + 4 = x + 7$.

a. ( ) $x + 7 = 2x + 4$

b. ( ) $2x - 3 = x$

c. ( ) $3x = 11$

d. ( ) $x + 4 = 7$

e. ( ) $x = -3$

Resposta

(X) $x+7=2x+4$

(X) $2x-3=x$

(   ) $3x=11$

(X) $x+4=7$

(   ) $x=-3$

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.
- Cartões disponíveis no anexo.

Procedimentos Operacionais

- *Professor/a, organize a turma em grupos de 3 ou 4 alunos.*
- *Distribua um conjunto de 24 cartões para cada grupo. É importante que as cartas que estão em anexo sejam recortadas com antecedência.*

Intervenção Pedagógica

- *Professor/a, se possível, antes de organizar a turma, leia junto com os alunos a regra do jogo, para que eles compreendam. É importante que eles realmente joguem e manipulem as equações; por esse motivo, aconselhe que peguem uma folha para que escrevam as equações e as transformem, caso sintam necessidade.*

- *Na questão 1, os alunos devem registrar uma síntese do jogo. Durante a discussão coletiva você pode retomar com mais atenção algumas equivalências que sofreram transformações menos evidentes, como, por exemplo, os pares:* $4=3x-4y$ *e* $y=\frac{3x-4}{4}$, $x-y=33$ *e* $y=-(33-x)$.

- *Na questão 2, as duas alternativas que não são equivalentes à equação dada foram obtidas a partir de erros que, muitas vezes, são cometidos pelos alunos. Por exemplo, a equação $3x = 11$ foi obtida somando os valores que dependem de x e somando os termos independentes da maneira que eles se encontram na equação inicial, isto é, sem considerar mudanças de sinais. Já a equação $x = -3$ pressupõe confusão na adição de números inteiros ($-4 + 7 = -3$). Caso os alunos marquem essas alternativa, certifique-se de que eles compreendam o erro cometido, revendo as regras de balanceamento das equações.*

• • • • •

Segunda etapa

Um novo olhar...

25 MINUTOS

Atividade • Na minha mão é mais barato!

Objetivo

Identificar a solução de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas.

Descrição da atividade:

Professor/a, nessa etapa os alunos devem perceber quando um par ordenado (x, y) é solução de um sistema de duas equações e duas incógnitas, bem como perceber situações nas quais uma terceira equação não altera a solução. A proposta encontra-se a seguir.

Você e seus colegas devem ler o problema e trocar ideias sobre as perguntas a seguir. Depois cada um deve colocar as soluções em seu encarte.

Um feirante faz o seguinte anúncio em sua barraca:

Um dúzia de laranjas mais um abacaxi
por R$ 10,50.

ou

Meia dúzia de laranjas mais 2 abacaxis
por R$ 12,00.

De acordo com as promoções, podemos montar o seguinte sistema.

$$\begin{cases} 12L + A = 10,5 \\ 6L + 2A = 12 \end{cases}$$

onde A representa o preço de um abacaxi e L o preço de uma laranja.

1. Indique uma frase correspondente a cada uma das equações.

$12L + A = 10,5$	
$6L + 2A = 12$	

Resposta

$12L + A = 10,5$	*"uma dúzia de laranjas mais um abacaxi por R$ 10,50"*
$6L + 2A = 12$	*"meia dúzia de laranjas mais 2 abacaxis por R$ 12,00"*

2. Nos pares ordenados a seguir, a primeira coordenada indica o preço da laranja e a segunda, o do abacaxi.

(1;3)	(1,5; -7,5)	(0,50; 4,50)	(3;1)

a. Um par ordenado é solução de um sistema quando satisfaz todas as equações desse sistema.

Verifique quais deles são soluções do sistema.

Resposta

Só o par (0,50; 4,50) é solução das duas equações, e, portanto, é solução do sistema.

b. Indique o valor de uma laranja e de um abacaxi.

Resposta

Uma laranja custa R$ 0,50 e um abacaxi, R$ 4,50.

• • • • •

3. O feirante resolveu acrescentar a seguinte promoção:

"Uma dúzia e meia de laranjas mais três abacaxis por R$ 20,00."

a. Verifique se os valores unitários da laranja e do abacaxi obtidos com as duas primeiras promoções ainda valem.

Resposta

Não valem, pois $18 \cdot \leq 0,5 + 3 \cdot \leq 4,5 = 22,5$.

• • • • •

b. É mais vantagem comprar uma dúzia e meia de laranjas e três abacaxis com a nova promoção ou comprando pelo preço obtido no item 2b? Por quê?

Resposta

É mais vantagem comprar pela nova promoção, pois, se eles comprarem uma da 1ª promoção e uma da 2ª promoção, a quantidade de frutas compradas será a mesma, porém o valor a ser pago é R$ 22,50.

• • • • •

4. Vamos agora pensar por que a nova promoção não está de acordo com as duas promoções iniciais.

Observe que

$$18L + 3A = \underbrace{12L + A}_{1^a \text{ promoção inicial}} + \underbrace{6L + 2A}_{2^a \text{ promoção inicial}}$$

mas o feirante sugeriu R$ 20,00 e não R$ 22,50, que é a soma R$ 10,50 + RS 12,00. Por isso, os valores obtidos a partir do sistema inicial não valem nessa nova equação.

a. Escreva uma equação que corresponda ao dobro da primeira somado com o triplo da segunda.

$$\underbrace{2\cdot(12L+A)+3\cdot(6L+2A)}_{42L+8A}=\underbrace{2\cdot 10{,}50+3\cdot 12{,}00}_{57{,}00}$$

Resposta

A equação é $42L+8A=57$.

• • • • •

b. Verifique se o par (0,50; 4,50) é solução da equação obtida no item anterior.

Resposta

$42\cdot 0{,}50+8\cdot 4{,}50=21+36=57$, *portanto o par (0,50; 4,50) é solução da equação* $42L+8A=57$.

• • • • •

c. Crie uma outra equação a partir das duas equações iniciais e indique as operações que você realizou.

Resposta

O aluno deve obter uma equação que é combinação linear das equações $12L+A=10{,}5$ *e* $6L+2A=12$.

• • • • •

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Professor

Procedimentos Operacionais

- *Mantenha a turma dividida nos grupos da etapa anterior.*

• • • • •

Intervenção Pedagógica

- *Professor/a, na questão 1 retomamos a transcrição da escrita matemática para a linguagem corrente; nesse processo, chame atenção sobre a associação da letra com a grandeza. Os alunos podem registrar sentenças diferentes da apresentada na resposta, nesse caso, é interessante explorar registros diferentes, mostrando que eles são equivalentes.*

- *Na questão 2, os alunos devem substituir os valores nas duas equações do sistema. Oriente-os sobre esse fato, pois eles estão mais habituados a resolver o sistema do que verificar se um determinado par ordenado é ou não solução. Destaque também que o par (1; 3) é solução da equação* $6L+2A=12$, *mas não é da equação* $12L+A=10{,}5$. *Já o par* $(1{,}5;-7{,}5)$ *é solução da equação* $12L+A=10{,}5$, *mas não é da equação* $6L+2A=12$. *E o par* $(3;1)$ *não é solução de nenhuma das duas equações.*

- *É interessante também conversar com os alunos sobre a relação entre a equação e a situação. Nesse sentido, você pode usar o exemplo do par* $(1{,}5;-7{,}5)$, *que, apesar de ser solução da equação* $12L+A=10{,}5$, *não faz sentido considerar um preço negativo e, por isso, é comum descartar soluções como essa. E isso deve ser falado com os alunos, pois eles devem ter o hábito de verificar a solução encontrada com as restrições do problema.*

- *No item 2b, os alunos podem ter dificuldade em perceber que o par que verifica a equação é exatamente o que fornece o preço unitário da laranja e do abacaxi. Oriente-os quanto a isso.*

- *A promoção apresentada no item 3 foi obtida somando-se a quantidade de laranja e abacaxi das duas promoções iniciais, porém o seu valor não é igual à soma dos valores das outras duas. Por isso, os valores obtidos no item 2 não satisfazem a essa equação. Repare que estamos aproveitando o contexto para discutir como obter uma equação que seja uma combinação linear de equações, então, esteja atento para que a discussão não caia exclusivamente no contexto da feira; por essa razão, apresentamos o item 4. Nesse sentido, quando perguntamos o que é mais vantajoso, você pode escrever as duas equações iniciais na lousa a partir de um esquema como indicado a seguir:*

$$\underbrace{\begin{cases} 12L+A \\ 6L+2A \end{cases}}_{18L+3A} = \underbrace{\begin{matrix} 10{,}5 \\ 12 \end{matrix}}_{22{,}5}$$

Matemática

a fim de que os alunos percebam que $18L + 3A$ é soma de $12L + A$ e $6L + 2A$ e que, portanto, para os valores obtidos no item 2 ainda valham, o preço da promoção deveria ser R$ 22,50.

De todo o jeito, caso o contexto da feira ainda persista nas discussões, os alunos devem entender que no cotidiano aparecem promoções de todos os tipos e cabe a nós usar a Matemática a nosso favor para tomar as nossas decisões.

- *No item 4(a), oriente os alunos a utilizarem a propriedade distributiva da multiplicação em relação à soma e no item 4(c) verifique se os alunos obtiveram uma equação que seja uma combinação linear das duas anteriores, porém não aconselhamos o uso do termo com eles.*

Terceira Etapa

Um novo olhar...

Atividade • Haja castanha, a solução!

Professor

Objetivo

Resolver um problema de três equações e três incógnitas.

Descrição da atividade:

Professor/a, inicialmente propomos algumas operações para que os alunos transformem o sistema inicial em um sistema equivalente escalonado. Depois eles devem resolver o sistema escalonado e verificar que a solução é a mesma do sistema inicial.

Na dinâmica anterior, apresentamos o problema a seguir e o traduzimos para a linguagem matemática. Nessa etapa, você e seus colegas aprenderão como resolvê-lo!

Vamos lá?

Uma empresa deve enlatar uma mistura de amendoim, castanha de caju e castanha-do-pará. Sabe-se que cada lata deve conter 1 quilo da mistura e custará R$ 12,00. Sabe-se também que o quilo de amendoim custa R$ 6,00, o quilo de castanha de caju custa R$ 20,00 e o quilo de castanha-do-pará, R$ 16,00. Além disso, a soma das quantidades de amendoim e de castanha-do-pará deve ser o triplo da quantidade de castanha de caju.

Nesse problema temos três grandezas envolvidas: quantidade de amendoim, quantidade de castanha de caju e quantidade de castanha-do-pará. Observe a associação de cada grandeza a uma letra.

GRANDEZA	LETRA
Quantidade (em quilograma) de amendoim.	a
Quantidade (em quilograma) de castanha de caju.	c
Quantidade (em quilograma) de castanha-do-pará.	p

Com essa associação, podemos descrever em linguagem matemática esse problema por meio do sistema:

$$\begin{cases} a + c + p = 1 \\ 6a + 20c + 16p = 12 \\ a - 3c + p = 0 \end{cases}$$

Mas como podemos resolvê-lo?

Uma maneira de encontrar a solução desse sistema pode ser feita desenvolvendo os itens a seguir.

Mãos à obra!

Inicialmente, vamos manter a primeira equação e transformar as duas últimas equações em equações equivalentes de forma que a incógnita seja eliminada.

Para isso, podemos subtrair da 2ª equação seis vezes a primeira equação. Observe:

$$\begin{array}{rl} & 6a + 20c + 16p = 12 \quad \rightarrow 2^a \ \textit{equação} \\ - & \\ & 6a + 6c + 6p = 6 \quad \rightarrow 1^a \ \textit{equação multiplicada por } 6 \\ \hline & 0a + 14c + 10p = 6 \quad \rightarrow \textit{resultado} \end{array}$$

1. Complete o resultado no esquema a seguir para eliminar a incógnita a da 3ª equação.

$$\begin{array}{rl} & a - 3c + p = 0 \quad \rightarrow 3^a \ \textit{equação} \\ - & \\ & a + c + p = 1 \quad \rightarrow 1^a \ \textit{equação} \\ \hline & \quad \rightarrow \textit{resultado} \end{array}$$

Matemática

Resposta

$$\begin{array}{rl} a-3c+p=0 & \rightarrow\ 3^a\ \textit{equação} \\ - & \\ a+c+p=1 & \rightarrow\ 1^a\ \textit{equação} \\ \hline 0a-4c=-1 & \rightarrow\ \textit{resultado} \end{array}$$

2. Escreva um novo sistema mantendo a primeira equação e substituindo as outras duas pelas equações transformadas.

Resposta

$$\begin{cases} a + c + p = 1 \\ 14c + 10p = 6 \\ 4c = 1 \end{cases}$$

3. Você reparou que na terceira equação aparece apenas uma incógnita?

A partir dela, você pode encontrar a quantidade (em quilograma) de castanha de caju.

Qual é essa quantidade?

Resposta

$\frac{1}{4}$ *Kg ou 0,25 Kg, que equivale a 250 g.*

4. Use a segunda equação e a quantidade de castanha de caju que você descobriu na questão anterior e descubra agora a quantidade (em quilograma) de castanha-do-pará.

Resposta

$\frac{1}{4}$ *Kg ou 0,25 Kg, ou 250 g.*

• • • • •

5. Falta ainda descobrir a quantidade de amendoim. Descubra esse valor usando a primeira equação e as quantidades de castanha de caju e castanha-do-pará que você descobriu nas duas questões anteriores.

Resposta

$\frac{1}{2}$ *Kg ou 0,5 Kg, que equivale a 500 g.*

• • • • •

6. Os valores que você encontrou nas questões 3, 4 e 5 solucionam o sistema obtido na questão 2.

a. Mas o sistema obtido na questão 2 corresponde ao problema apresentado?

Dica: Tente traduzir as equações desse sistema na linguagem corrente e compare com o problema.

Resposta

Não, pois nele as equações relacionam as incógnitas de maneira diferente da descrita no problema.

• • • • •

b. Verifique se as quantidades de castanha de caju, castanha-do-pará e amendoim encontradas são solução do problema proposto.

Dica: Substitua os valores das incógnitas de , e em cada uma das equações do sistema apresentado no enunciado e verifique se todas as igualdades são verdadeiras.

Resposta

Sim, os valores solucionam o problema.

• • • • •

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

Procedimentos Operacionai

- *Mantenha a turma dividida nos mesmos grupos.*

Intervenção Pedagógica

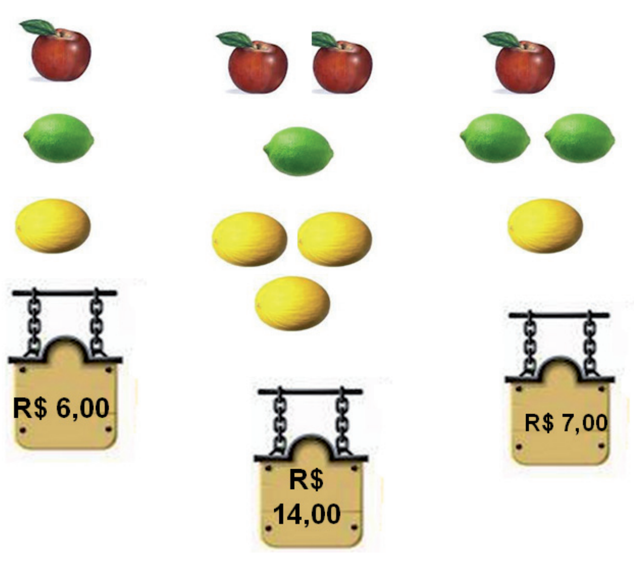
- *Professor/a, na atividade buscamos que o aluno perceba o processo de transformações de equações, para resolver um sistema, a partir de uma situação-problema que foi trabalhada na dinâmica anterior. O detalhamento do processo de escalonamento está descrito no Para Saber +. Estimule a sua leitura.*
- *Na questão 1, mostramos o processo de eliminar uma das incógnitas em uma equação e o aluno deve encontrar a equação transformada da terceira equação. Nesse processo, sinalize que a subtração deve ser feita entre todos os termos correspondentes da equação. A ação dos alunos nessa questão é simples, mas é muito importante que você chame a atenção do processo durante a discussão coletiva. Caso haja oportunidade, discuta essas transformações em um outro sistema para deixar o processo bem evidente.*
- *Acreditamos que não haja dificuldades na escrita do sistema na questão 2; caso isso ocorra, sinalize que a primeira equação não foi alterada e que a segunda e a terceira equações correspondem às transformações encontradas no processo da questão 1.*
- *Na questão 3, descobrir o valor da incógnita que corresponde à quantidade da castanha de caju é simples e imediato. Aproveite a oportunidade para destacar que o processo de transformação realizado nas equações deixou uma das respostas evidenciada.*
- *Destaque também que o processo utilizado na questão 4 é muito comum na resolução de sistemas, ou seja, substituir o valor numérico de uma incógnita já encontrada e resolver a equação para determinar outra incógnita. A compreensão desse processo é importante para que o aluno perceba que, na questão 5, fazemos a mesma coisa, só que temos que substituir o valor encontrado de duas incógnitas para resolver a equação.*

- *Os valores obtidos podem ser convertidos para gramas, porém é importante que os alunos observem que as equações relacionam as quantidades em quilogramas e, portanto, os valores a serem substituídos nas incógnitas devem ser em quilogramas.*
- *Na questão 6, esperamos que os alunos percebam que os dois sistemas são equivalentes, ou seja, são sistemas "diferentes" que possuem a mesma solução. Isso deve ser evidenciado por você, professor/a. Aproveite também para mostrar que o procedimento ajeita o sistema num formato simples de resolver.*

Quarta Etapa
Quiz

10 MINUTOS

Antônio Carlos gosta muito de desafios e resolveu fazer uma brincadeira com seus fregueses. Em vez de colocar os preços de cada uma de suas frutas (maçã, limão e abil), colocou as tabuletas:



De acordo com as informações das tabuletas, uma dúzia de limões custa

a. R$ 1,00.

b. R$ 36,00.

c. R$ 12,00.

d. R$ 24,00.

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

15 MINUTOS

Resposta

Indicando o preço da maçã por M, o do limão por L e o do abil por A, escrevemos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} M + L + A = 6 \\ 2M + L + 3A = 14 \\ M + 2L + A = 7 \end{cases}$$

Vamos eliminar a incógnita na 2ª e na 3ª equações. Para isso, devemos:

- *Multiplicar a 1ª equação por (-2) e somar com a 2ª equação encontrando:* $-L + A = 2$, *ou* $L - A = -2$.
- *Multiplicar a 1ª equação por (-1) e somar com a 2ª equação encontrando:* $L = 1$.

Com isso, encontramos o sistema:
$$\begin{cases} M + L + A = 6 \\ L - A = -2 \\ L = 1 \end{cases}$$

Como $L = 1$, *já encontramos o preço de um limão, logo uma dúzia custará R$ 12,00.*

Resposta: alternativa (c).

Possíveis erros

Os alunos que assinalaram a opção (a) provavelmente resolveram o sistema linear e encontraram $L = 1$, *mas esqueceram de multiplicar por 12. Os alunos que assinalaram as alternativas (b) e (d) possivelmente encontraram os preços da maçã* $M = 2$ *e* $L = 3$, *respectivamente, e multiplicaram os valores por 12.*

Professor

Etapa Flex

Para saber +

Sistemas escalonados: qual a utilidade?

Observe o sistema a seguir.

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 7 \\ \quad 3y + 2z = 1 \\ \qquad 4z = 8 \end{cases}$$

Repare que, se observarmos o sistema a partir da última equação, há uma redução da quantidade de incógnitas a cada linha. Ou seja, na terceira linha, temos apenas a incógnita z; na segunda, z e y; e na primeira z, y e x. Sistemas desse tipo são chamados de ***escalonados***.

Mas se na última equação só temos a incógnita z, então, é muito fácil determinar o seu valor (nesse caso, z=2). De posse desse valor, basta substituí-lo na segunda e determinar o valor de y (y=-1). E, finalmente, para determinar o valor de x, basta substituir os valores de y e z na primeira equação (x= -5).

Mas nem todo sistema é da forma escalonada. Então, não ajudou muito... Ajudou, sim! Pois podemos ***transformar*** qualquer sistema, em um sistema escalonado!

Vejamos como isso pode ser feito.

Etapas para escalonar um sistema linear:

1. Colocar como 1ª equação aquela que tem 1 como coeficiente da 1ª incógnita, caso ela exista, pois isso facilita as contas.
2. Nas demais equações, eliminar a primeira incógnita, ou seja, obter zero como seu coeficiente. Para isso, transforme cada equação a partir de operações entre ela e a primeira equação.
3. Obter zero como coeficiente da 2ª incógnita na 3ª equação. Para isso, transforme agora a 3ª equação a partir de operações entre ela e a segunda.

Lendo as etapas, parece difícil, certo? Então, acompanhe o processo para o sistema a seguir e veja como esse método de resolução é uma "mão na roda"!

Exemplo: Escalonar o sistema $\begin{cases} x + 2y - 2z = -5 \\ 2x - 3y + z = 9 \\ 3x - y + 3z = 8 \end{cases}$

1. Na 1ª equação, o coeficiente de já é 1.
2. Para eliminar a incógnita na 2ª e na 3ª equações, devemos:

- Multiplicar a 1ª equação por (–2) e somar com a 2ª para obter zero como coeficiente da 1ª incógnita na 2ª equação.

- Multiplicar a 1ª equação por (-3) e somar com a 3ª equação para obter zero como coeficiente da 1ª incógnita na 3ª equação.

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = -5 \\ 2x - 3y + z = 9 \\ 3x - y + 3z = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y - 2z = -5 \\ -7y + 5z = 19 \\ -7y + 9z = 23 \end{cases}$$

3. Para obter zero como coeficiente de na 3ª equação, devemos multiplicar a 2ª equação por () e somar com a 3ª.

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = -5 \\ -7y + 5z = 19 \\ -7y + 9z = 23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y - 2z = -5 \\ -7y + 5z = 19 \\ 4z = 4 \end{cases}$$

Agora, para determinar a solução do sistema, começamos da última equação.

$4z=4 \rightarrow z=1$

Substituindo esse valor na 2ª equação, obtemos o valor de .

$$-7y + 5z = 19 \rightarrow -7y + 5 \cdot 1 = 19 \rightarrow -7y = 19 - 5 \rightarrow y = \frac{14}{-7} = -2$$

E agor, vamos para a 1ª equação, substituindo esses dois valores.

$$x + 2y - 2z = -5 \rightarrow x + 2 \cdot (-2) - 2 \cdot 1 = -5 \rightarrow x = -5 + 4 + 2 = 1$$

Viu como é fácil resolver um sistema escalonado?

Agor, use e abuse do método do escalonamento para resolver sistemas!

Mas, antes de terminar, deixamos uma pergunta: será que esse método pode ser usado para sistemas "maiores", ou seja, para sistemas com 4 equações e 4 incógnitas, por exemplo?

Agora, é com você!

1. Resolva os sistemas:

a. $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

Professor

Resposta

(1,4;-0,8)

• • • • •

b. $\begin{cases} x+5y=11 \\ -x+y=1 \end{cases}$

Resposta

(1;2)

• • • • •

2. Leia o problema.

Três escolas participam de um torneio esportivo em que provas de dez modalidades foram disputadas. Aos vencedores de cada prova foram atribuídas medalhas de ouro, de prata ou de bronze, respectivamente, as 1º, 2º e 3º lugares. A quantidade de medalhas de cada escola, ao final da competição, bem como a pontuação das mesmas, são apresentadas na tabela a seguir:

ESCOLAS	MEDALHAS			PONTUAÇÃO FINAL
	BRONZE	PRATA	OURO	
A	1	3	5	57
B	2	2	4	46
C	3	3	4	53

a. Escreva o sistema que traduza o problema usando as incógnitas , e para representar a pontuação ganha com uma medalha de bronze, prata ou ouro, respectivamente.

Resposta

$$\begin{cases} b+3p+5u=57 \\ 2b+2p+4u=46 \\ 3b+3p+4u=53 \end{cases}$$

• • • • •

b. Resolva o sistema e encontre a pontuação referente a cada medalha.

Resposta

A medalha de bronze vale 8 pontos, a de prata vale 5 pontos e a de bronze 2 pontos.

Professor

ANEXO – ETAPA 1

$x+y=2$	$y=2-x$	$3x+1=y$	$y-1=3x$
$4x+2=2y$	$2x+1=y$	$2x-y=0$	$y=2x$
$x+5y=8$	$x+5y-8=0$	$4=3x-4y$	$y=\dfrac{3x-4}{4}$
$2x+1=2y$	$y=\dfrac{2x+1}{2}$	$x=2-7y$	$x+7y=2$
$3x-8=y$	$-8-y+3x=0$	$x-y=33$	$y=-(33-x)$
$10x+y=1$	$y=-10x+1$	$3x=10-y$	$10=3x+y$