



Direto ao Ponto

Dinâmica 3

2ª Série | 4º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	2ª do Ensino Médio	Algébrico-Simbólico	Sistemas lineares

Aluno

PRIMEIRA ETAPA

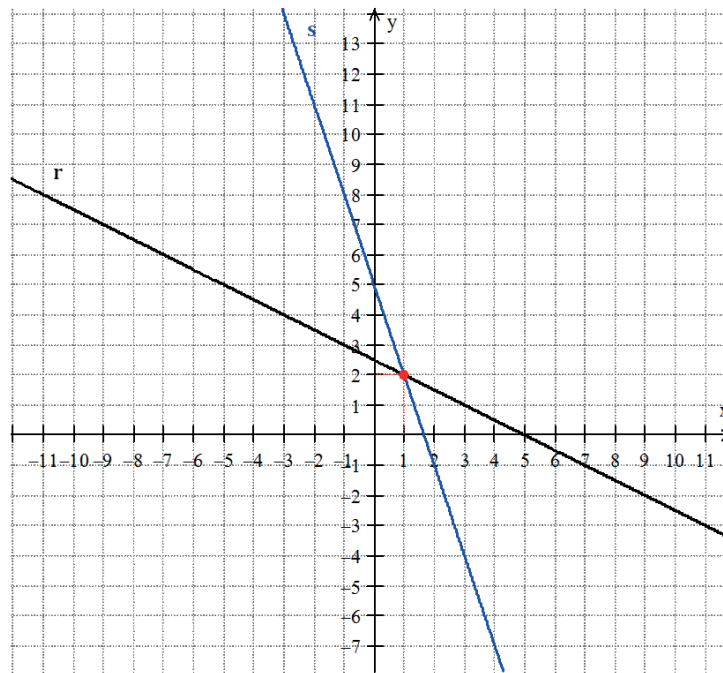
COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • SOLUÇÃO NA INTERSEÇÃO.

Nessa etapa, observe inicialmente a representação no plano cartesiano de um sistema de duas equações e duas incógnitas para responder o que é pedido. Discuta com seu colega sempre que desejar e desenvolva a atividade no seu encarte.

$$\text{Observe o sistema } \begin{cases} 2x + 4y = 10 & (r) \\ 3x + y = 5 & (s) \end{cases}$$

Cada uma das equações que compõe o sistema representa uma reta no plano cartesiano, como podemos observar na figura abaixo.



As retas possuem infinitos pontos e, portanto, as coordenadas de cada ponto satisfazem à equação da reta. Veja um exemplo:

Equação: $2x + 4y = 10$

Ponto: $(3, 1)$

Substituindo x e y no primeiro membro da equação temos

$$2 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 6 + 4 = 10$$

Como obtemos 10, que é o valor do segundo membro da equação, podemos dizer que o ponto $(3, 1)$, pertence à reta.

Chegou a sua vez!

1. Substitua o ponto $(3, 1)$ na equação da reta s .

O que acontece?

2. Marque o ponto (3,1) no plano cartesiano acima e observe o que acontece em relação às duas retas.

3. Observe, agora, o ponto (1,2). O que ele representa no plano cartesiano?

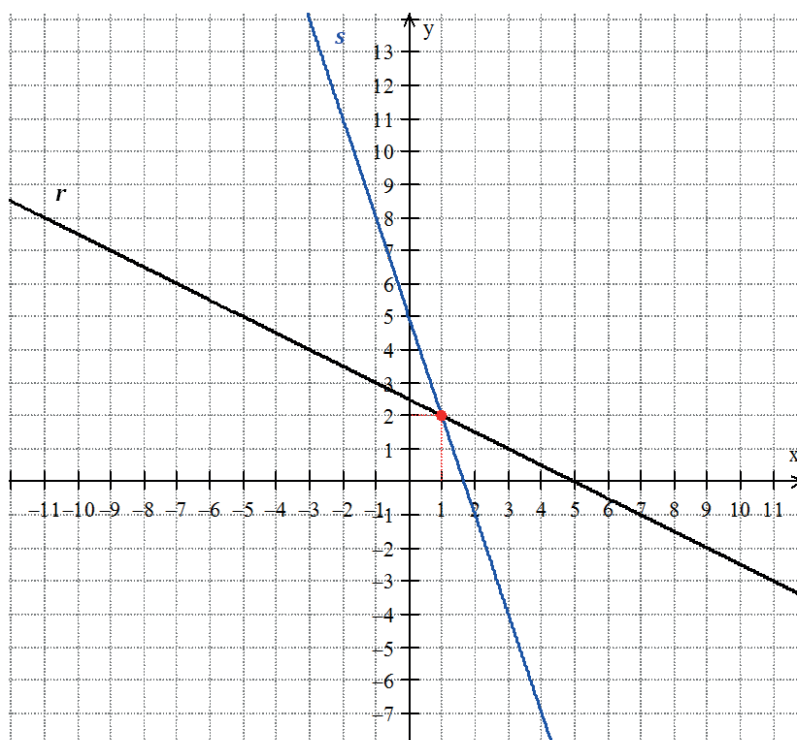
4. Substitua o ponto (1,2) nas duas equações e diga o que acontece.
O que podemos concluir?

SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR...

ATIVIDADE • DE OLHO NO PONTO.

Novamente vamos trabalhar com o sistema $\begin{cases} 2x + 4y = 10 & (r) \\ 3x + y = 5 & (s) \end{cases}$ e sua representação no plano cartesiano.



1. Adicione as duas equações do sistema.

Qual a equação encontrada?

2. Encontre dois pontos da equação obtida no item anterior preenchendo a tabela a seguir.

	y	(x,y)
2		
-2		

Agora, usando uma caneta colorida, represente essa equação, no mesmo plano cartesiano que contém as retas r e s . Chame-a de t .

3. Encontre a diferença entre a primeira equação e a segunda.

Qual a equação encontrada?

4. Encontre dois pontos da equação obtida no item anterior preenchendo a tabela a seguir.

x	y	(x,y)
4		
-2		

Agora, usando uma cor diferente, represente essa equação, no mesmo plano cartesiano que contém as retas r e s . Chame-a de u .

5. Vamos encontrar mais uma equação. Dessa vez, multiplique a primeira equação por 2 e some o resultado com a primeira equação.

Qual a equação encontrada?

6. Encontre dois pontos da equação obtida no item anterior preenchendo a tabela a seguir.

x	y	(x,y)
-8		
10		

Agora, usando uma cor diferente, represente essa equação, no mesmo plano cartesiano que contém as retas r e s . Chame-a de v .

7. Nessa atividade você realizou operações com as equações iniciais e depois as representou num mesmo plano cartesiano, no qual já estavam representadas as duas equações do sistema inicial. O que ocorreu com todas essas retas?

TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • A META É ELIMINAR!

Na Etapa 1, pudemos visualizar graficamente o ponto de interseção entre duas retas. Aprendemos, na Etapa 2, que podemos manipular as equações que as representam sem alterar o ponto de interseção entre elas. Nesta etapa, você deve encontrar esse ponto sem precisar desenhar as retas.

Veja a seguir como isso pode ser feito.

1. Vamos continuar com as duas equações das etapas anteriores. Para iniciar, arrume-as na forma de um sistema.

2. Divida a primeira equação por 2. Coloque a equação resultante no lugar da primeira equação, obtendo um novo sistema.

3. Substitua a segunda equação pela soma entre a segunda equação e a primeira multiplicada por (-3).

4. Observando a segunda equação, você consegue determinar o valor de y ?
Determine o valor de y , indicando o que você fez.

$$y = 2$$

5. Com o valor de y determinado no item anterior, você consegue determinar o valor de x ?

Troque ideias com seu colega e determine o valor de x .

Em seguida, registre como você determinou.

6. Com os valores de x e de y , você consegue determinar a solução do sistema?
Confira com seu colega e indique a solução.

7. Compare a solução do sistema com o ponto de interseção das retas indicado na Etapa 1.

O que você observa?

QUARTA ETAPA

Quiz

Carolina comprou 9 revistas: 8 tinham o mesmo preço e uma era mais cara. As 8 revistas custaram no total R\$ 52,00 a mais que a revista de maior preço. Se Carolina tivesse comprado 6 revistas das mais baratas, teria pago por elas R\$ 36,00 a mais do que pagou pela mais cara.

Quanto Carolina gastou?

- a. R\$ 52,00
- b. R\$ 88,00
- c. R\$ 76,00
- d. R\$ 20,00
- e. R\$ 36,00

QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ



ETAPA FLEX

PARA SABER +

Existência de soluções

Nessa dinâmica pudemos perceber a relação entre as equações e a sua representação gráfica. Vamos agora pensar de forma mais geral na classificação do sistema a partir da sua representação gráfica.

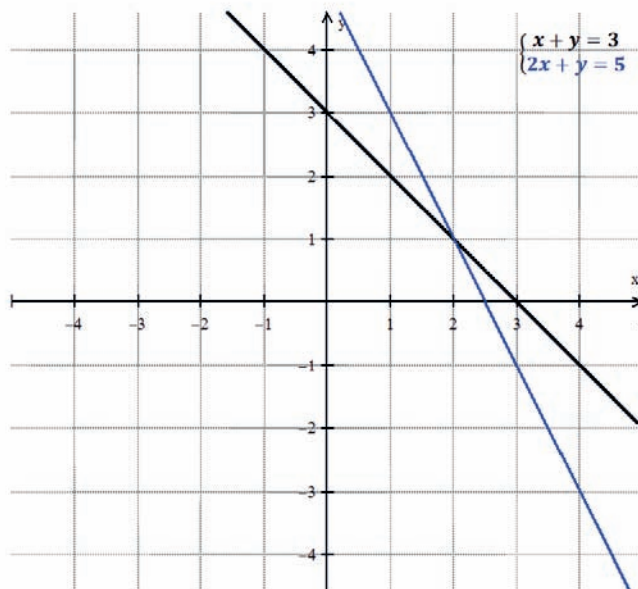
Como exemplo, vamos pensar em um sistema de ordem 2.

Em um sistema de ordem 2, temos duas equações e duas incógnitas, como no sistema

$$\begin{cases} ax + by = m \\ cx + dy = n \end{cases}$$

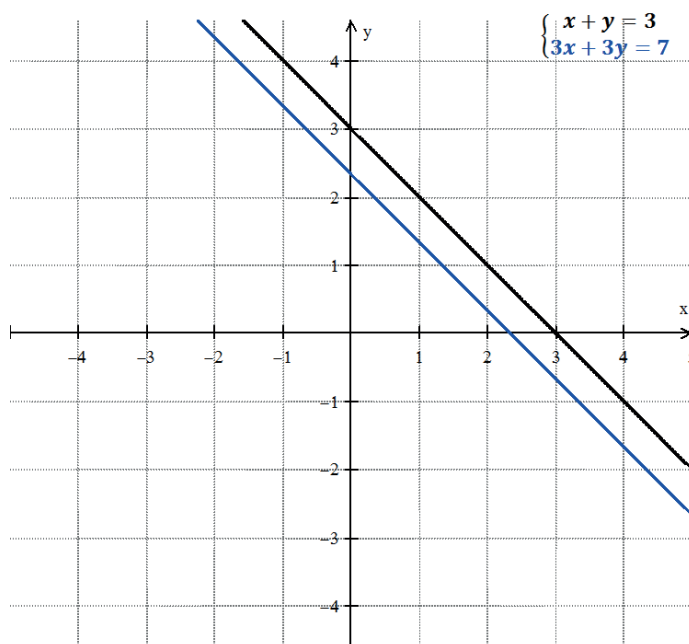
Cada uma das equações representa uma reta. Representadas no plano cartesiano, existem três possibilidades para duas retas. Em cada um dos exemplos a seguir estão representadas essas três possibilidades.

Exemplo 1: O sistema $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ é representado graficamente por duas retas concorrentes.



Nesse exemplo, as duas retas têm um ponto em comum, o ponto (2; 1). Resolva o sistema algebricamente e verifique a solução! Em termos matemáticos dizemos que ele é possível e determinado, sendo representado graficamente por duas retas concorrentes.

Exemplo 2: O sistema $\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 3y = 7 \end{cases}$ é representado graficamente por duas retas paralelas distintas.



Nesse caso, as retas não têm ponto em comum. Ao tentar resolver o problema, percebemos que o sistema não tem solução. Veja.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 3y = 7 \end{cases}$$

Substituindo a segunda equação pelo triplo da primeira menos a segunda,

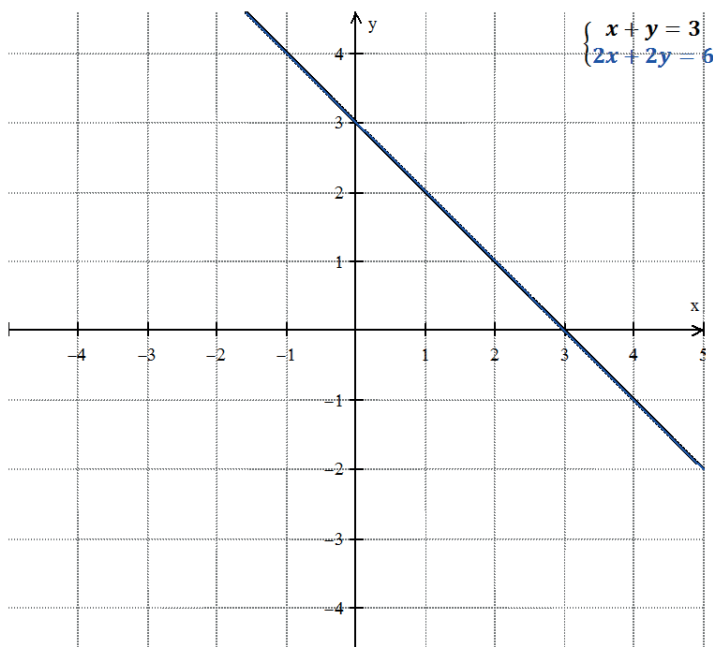
$$\begin{array}{r} 3x + 3y = 9 \rightarrow \text{triplo da 1}^{\text{o}} \text{ equação} \\ - \\ 3x + 3y = 7 \rightarrow 2^{\text{o}} \text{ equação} \\ \hline 0x + 0y = 2 \rightarrow \text{resultado} \end{array}$$

chegamos ao seguinte sistema

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 0 = 2 \end{cases}$$

Mas sabemos que 0 não é igual a 2, com isso a igualdade encontrada é falsa. Por esse motivo, dizemos que o sistema é impossível e é representado graficamente por duas retas paralelas distintas.

Exemplo 3: O sistema $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$ é representado graficamente por duas retas paralelas coincidentes.



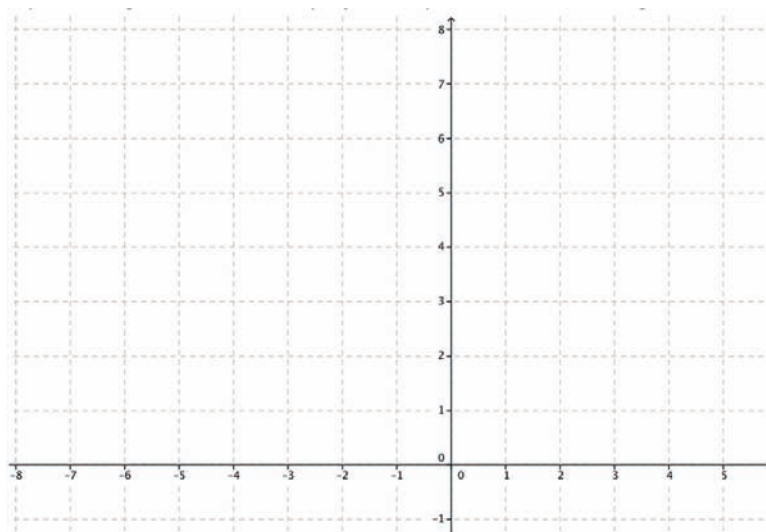
Nesse caso, todos os pontos das retas são comuns. Observe que a segunda equação corresponde exatamente ao dobro da primeira e, por isso, essas equações são equivalentes. Isso quer dizer que tanto faz “dizer” $x + y = 3$ ou $2x + 2y = 6$. Então, tanto faz considerar uma ou outra e, nesse sentido, quaisquer valores de x e y que satisfaçam à equação $x + y = 3$ representam uma solução do sistema. Mas existem infinitos pares que satisfaçam a essa equação: todos os pontos da reta! Logo, o sistema é chamado de possível e indeterminado e é representado graficamente por duas retas paralelas e coincidentes.

AGORA, É COM VOCÊ!

1. Considere o seguinte sistema

$$\begin{cases} y - x = 5 \\ y + x = 1 \end{cases}$$

- a. Represente graficamente as equações no plano cartesiano a seguir.



- b. Substitua a segunda equação pela soma das duas equações.

- c. Observando o novo sistema, indique a solução.

- d. Compare a solução determinada com o ponto de interseção das retas.

2. Resolva os problemas a seguir.

a. Num estacionamento há 37 veículos, entre motocicletas e automóveis. Esses veículos têm um total de 128 rodas. Quantas motocicletas há no estacionamento?

b. Duas canetas e três lapiseiras custam R\$ 51,00. Três canetas e duas lapiseiras custam R\$ 46,50. Qual é o preço de cada uma?

c. Um comerciante compra, no exterior, vidros de vitaminas de dois tipos. Cada vidro do tipo I custa 10 dólares e, do tipo II, 15 dólares. Se ele fez uma compra de 35 vidros, gastando 400 dólares, quantos vidros de cada tipo comprou?
